

# **Exercices de mathématiques bilingues**

**Cycle 4**

Nadja Bolz

2017-2020

Groupe de travail mathématiques bilingues – Académie de Strasbourg

Contenus créés par Nadja Bolz  
Mise en page Dimitri Breiner

# Sommaire

<b>EG – Espace et Géométrie</b>	<b>3</b>
Das Prisma und der Zylinder Schrägbild und Netz	4
Die Pyramide und der Kegel Schrägbild und Netz	6
Kugel und Kugel­fläche	9
Körper und Schnitt­flächen	12
Das Koordinatensystem	16
Die Erde Längengrad – Breitengrad	17
Dreiecke konstruieren	19
Mittelsenkrechten und Höhen im Dreieck	20
Winkel im Dreieck	21
Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck	23
Die Punktsymmetrie	25
Verschiebung	29
Drehung	32
Die zentrische Streckung oder Die Ähnlichkeitsabbildung	35
Sekante Geraden – Zueinander parallele Geraden	39
Parallelogramme - Definition und Eigenschaften	43
Symmetrie Elemente der gewöhnlichen Figuren	44
Parallelogramme erkennen	46
Besondere Parallelogramme erkennen	47
Die Gleichheit des Pythagoras	49
Der Strahlensatz – Teil 1	52
Der Strahlensatz – Teil 2	54
Der Strahlensatz und seine Umkehrung	57
<b>GM - Grandeurs et Mesures</b>	<b>59</b>
Längenmessung und Umfang	60
Flächeninhalt	62
Maßstab	65
Prisma und Zylinder – Rauminhalt	66
Pyramide und Kegel – Rauminhalt	68
Rauminhalt der Kugel	72
Dauer	73
Geschwindigkeit	75
Voneinander abhängige Größen	77

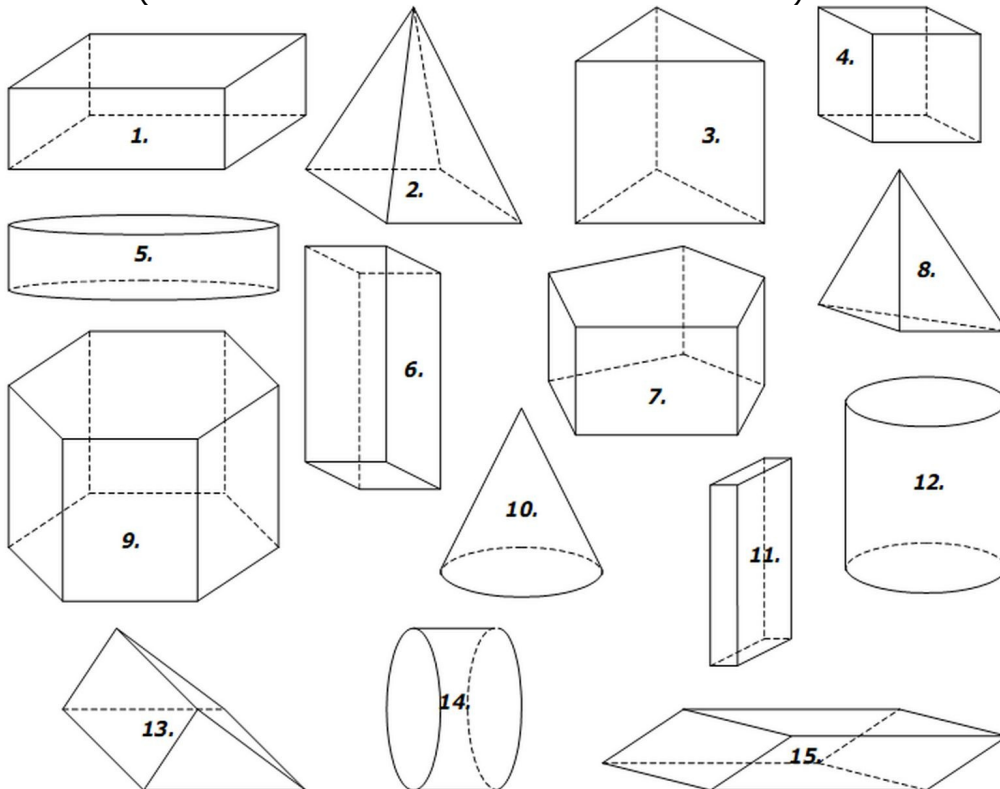
<b>NC - Nombres et Calculs</b>	<b>78</b>
Die Viergrundrechenart	79
Bruchzahlen	81
Bruchteil	83
Bruchzahlen addieren und subtrahieren	85
Bruchzahlen multiplizieren	87
Positive und negative Bruchzahlen multiplizieren	89
Bruchzahlen dividieren	91
Positive und negative Zahlen	93
Positive und negative Zahlen addieren und subtrahieren	94
Positive und negative Zahlen multiplizieren	95
Positive und negative Zahlen dividieren	97
Potenzen	99
Zehnerpotenzen	101
Teiler und Vielfache Division mit Rest	103
Arithmetik	105
Quadratwurzel	106
Rechnen mit Variablen	108
Das Distributivgesetz	110
Gleichwertige Ausdrücke	112
Vereinfachen von Summen das doppelte Distributivgesetz	114
Gleichungen Teil 1	116
Die binomischen Formeln - ausmultiplizieren	118
Die binomischen Formeln - Faktorisieren	120
Gleichungen Teil 2	122
Ungleichungen	126
<b>OG – Organisation et Gestion de données</b>	<b>128</b>
Daten bearbeiten	129
Beschreibende Statistik – Teil 1	131
Beschreibende Statistik – Teil 2	132
Wahrscheinlichkeit – Teil 1	135
Wahrscheinlichkeit – Teil 2	138
Wahrscheinlichkeit – Teil 3	172
Proportionalität	174
Prozentrechnungen – Teil 1	176
Prozentrechnungen – Teil 2	178
Abhängigkeit zweier messbarer Werte - grafische Darstellung	179
Funktionen – Einleitung	181
Funktionen – Bild und Urbild	183
Funktionen – Schaubild	185
Proportionale und lineare Funktionen - Schaubild	187
Proportionale Funktionen	189
Lineare Funktionen	191

# **EG – Espace et Géométrie**

## Das Prisma und der Zylinder Schrägbild und Netz

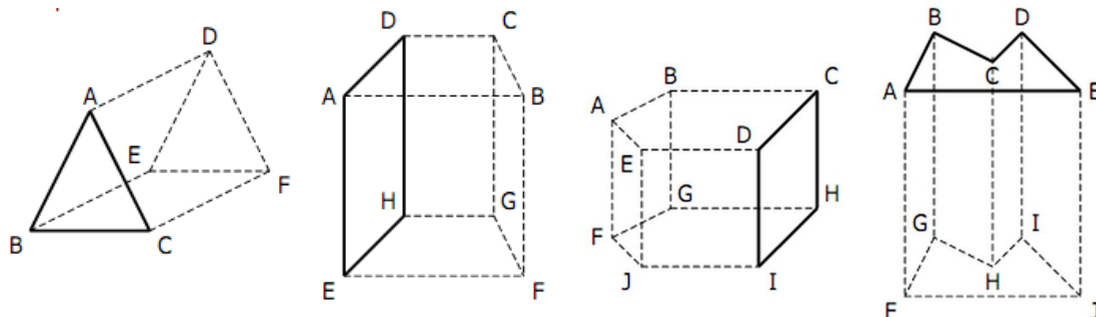
### Übung 1

1. Welche der folgenden Körper sind Zylinder ? Welche sind Prismen ?
2. Gib für jedes Prisma an, was seine Grundflächen sind, und wie viele Ecken, Kanten und Flächen es hat (fasse deine Antworten in einer Tabelle zusammen).



### Übung 2

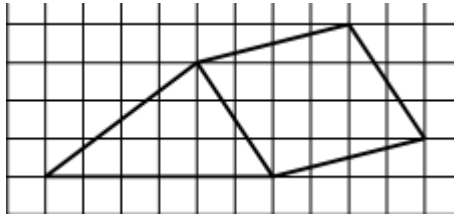
Ergänze folgende Schrägbilder :



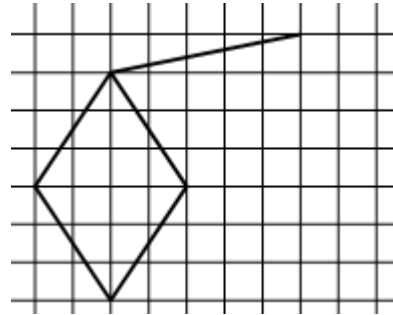
### Übung 3

Ergänze folgende Schrägbilder :

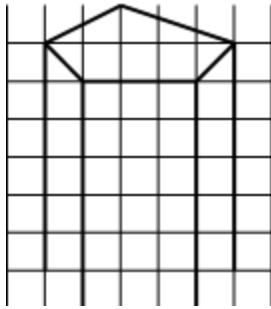
Gerades Prisma mit dreieckiger Grundfläche :



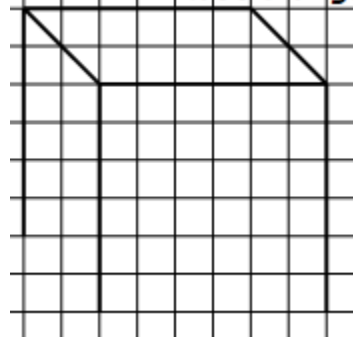
Gerades Prisma mit Raute als Grundfläche :



Gerades Prisma mit fünfeckiger Grundfläche :

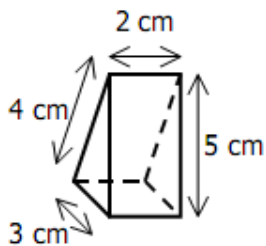


Gerades Prisma mit rechteckiger Grundfläche :

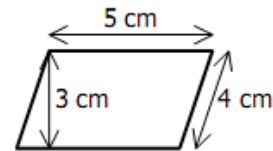


### Übung 4

1. Zeichne das Netz des Prismas :

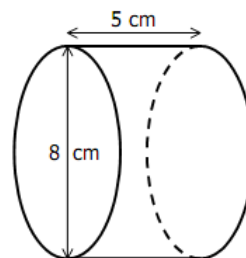
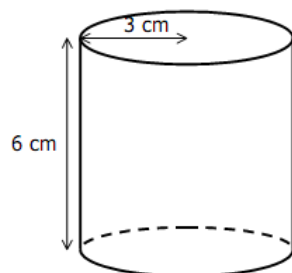


2. Zeichne das Netz des Prismas mit folgender Grundfläche und mit der Höhe 10 cm :



### Übung 5

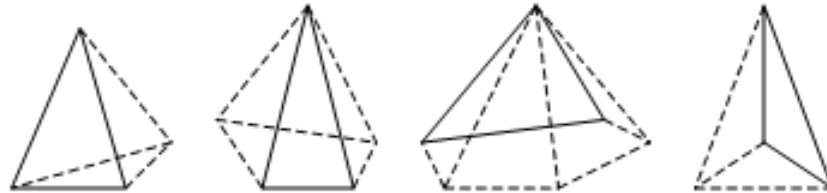
Zeichne das Netz folgender Zylinder :



## Die Pyramide und der Kegel Schrägbild und Netz

### Übung 1

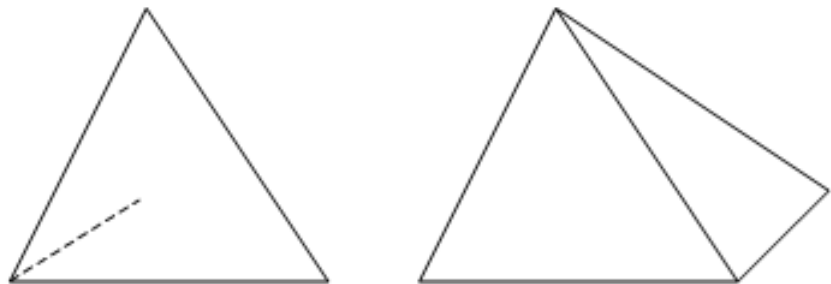
Ergänze folgende Schrägbilder :



(Merke. Nur die unsichtbaren Kanten werden gestrichelt gezeichnet)

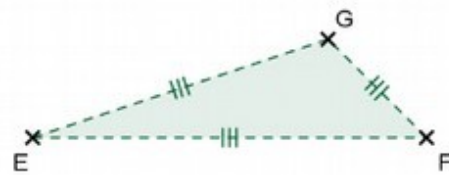
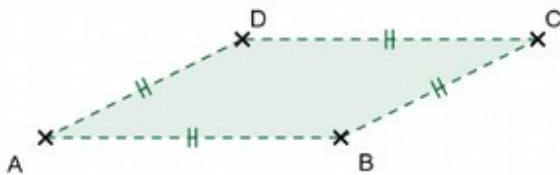
### Übung 2

Ergänze die Schrägbilder.  
Die erste Pyramide hat eine dreieckige Grundfläche und die zweite Pyramide hat eine quadratische Grundfläche



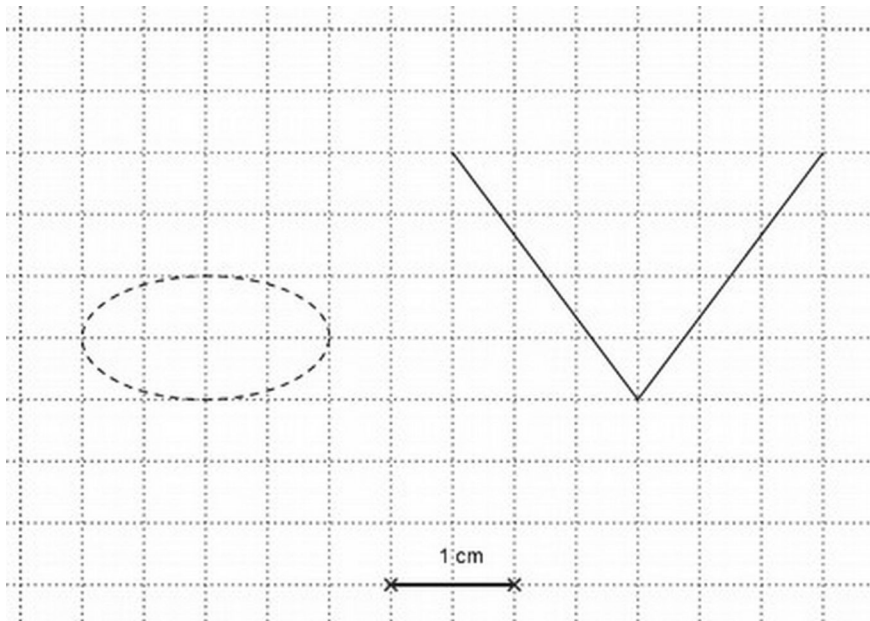
### Übung 3

SABCD und SEFG sind zwei regelmäßige Pyramiden, bei denen die Höhe 5 cm beträgt. Ergänze die Schrägbilder.





## Übung 4

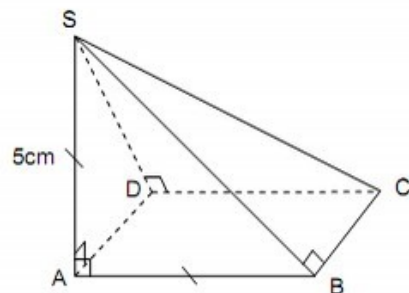


Ergänze die Schrägbilder der beiden oberen Kegel. Die Höhe beträgt jeweils 2 cm.

**Netz**

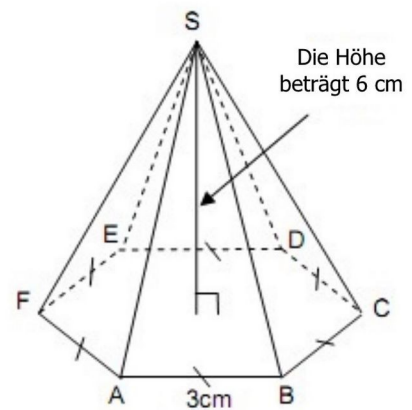
## Übung 5

Stelle folgende Pyramide her. (Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche)  
Versuche anschließend mit Hilfe von zwei Kameraden aus drei solchen Pyramiden einen Würfel zu basteln. (Es ist möglich !)

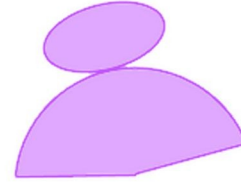
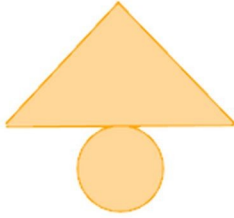
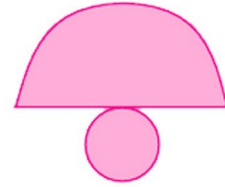
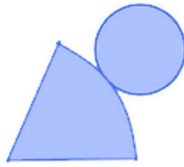


## Übung 6

Stelle folgende Pyramide her.



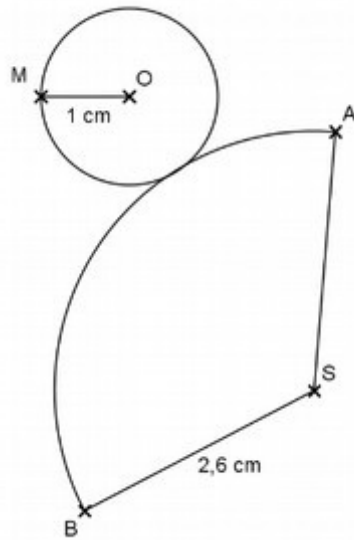
## Übung 7



Welche Zeichnungen können keine Netze eines Kegels darstellen ?

## Übung 8

Wie viel beträgt die Höhe des Kegels, dessen Netz hierneben abgebildet wurde ?

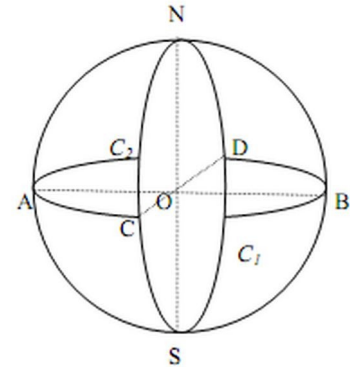


## Kugel und Kugelfläche

### Übung 1

$C_1$  und  $C_2$  bezeichnen jeweils einen waagerechten und einen senkrechten Großkreis einer Kugel mit Mittelpunkt  $O$ . Die Durchmesser  $[AB]$  und  $[CD]$  sind zueinander senkrecht.

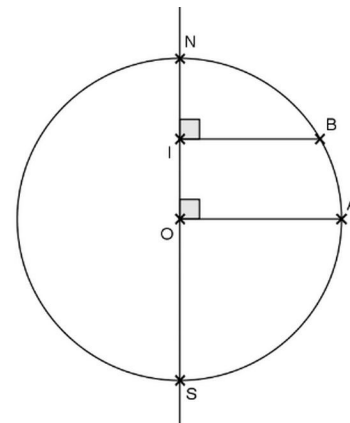
Nenne alle möglichen rechtwinkligen Dreiecke, dessen Katheten Radien der Kugel sind. (Du sollst 12 Dreiecke finden).



### Übung 2

$O$  ist der Mittelpunkt des Kreises und es gilt :  
 $ON = 3 \text{ cm}$  und  $OI = 2 \text{ cm}$ .

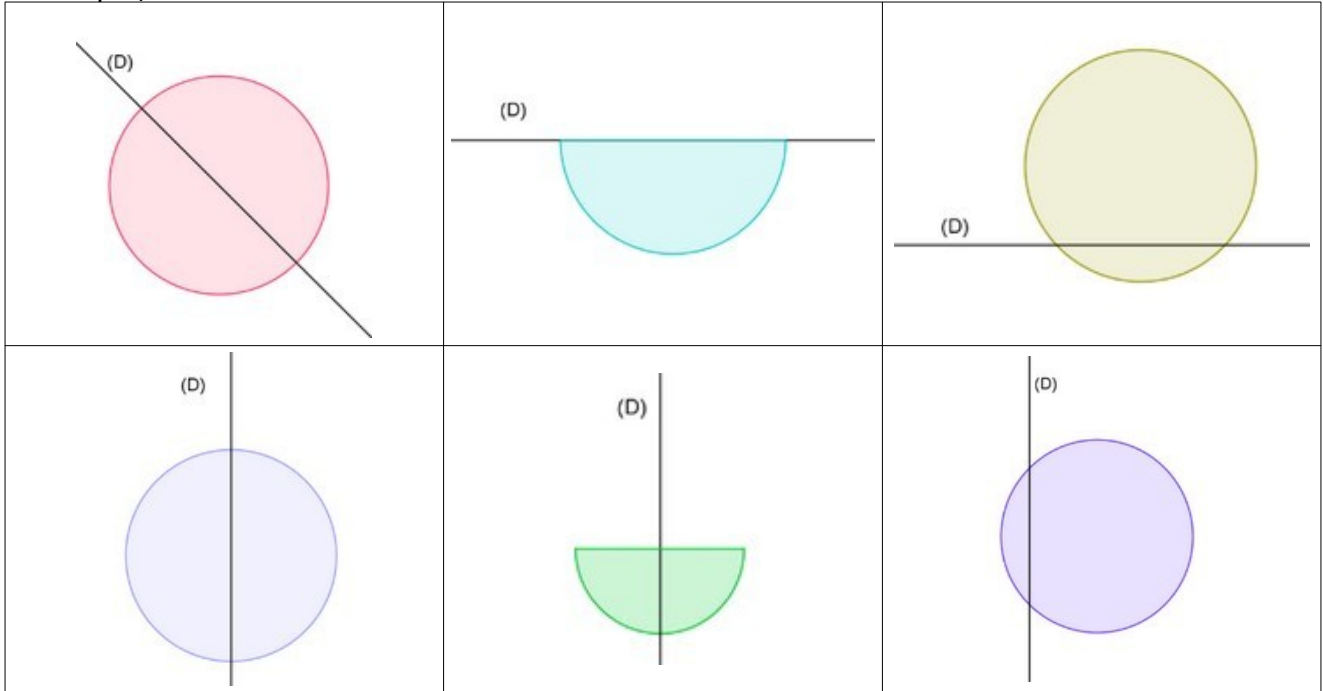
1. Bestimme  $OB$ ,  $OS$  und  $OA$ .
2. Berechne  $IB$ .
3. Welche ebene Figuren erzeugen die Strecken  $[IB]$  und  $[OA]$  bei der Rotation um die Achse  $(NS)$  ?
4. Übertrage die Figur in deinem Heft und ergänze sie so, dass der Aufriss (Figur « von vorne » gesehen) der erhaltenen Kugel entsteht.
5. Zeichne anschließend den Grundriss (Figur « von oben » gesehen) in wahrer Größe und ergänze ihn mit den Buchstaben  $A, B, N, O, I, R$  und  $S$ .



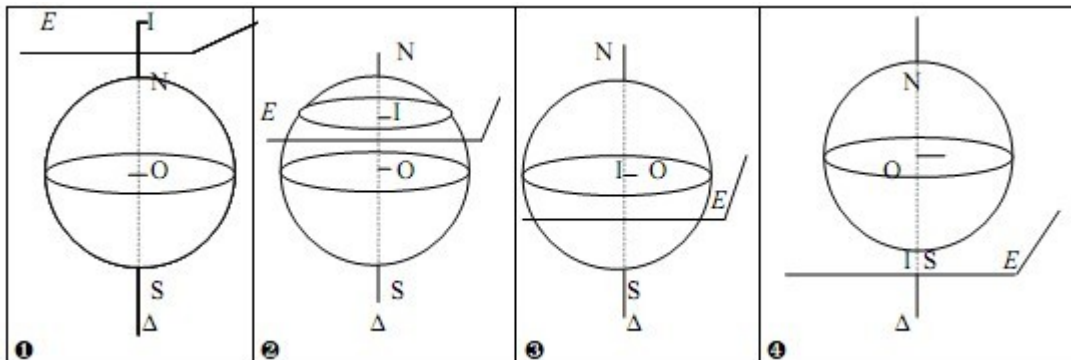
### Übung 3

Im Raum werden verschiedene Figuren um die Achse (D) gedreht.

In welchen Fällen entsteht eine Kugel, in welchen Fällen entsteht eine Halbkugel, in welchen Fällen ein Körper, der dir nicht bekannt ist ?



### Übung 4



Ordne jedem der obigen vier Fälle die passende konkrete Situation :

- a) ein Apfel liegt auf einem Tisch
- b) ich halbiere einen Apfel
- c) ich schneide mir ein kleines Stück Apfel aus
- d) ich halte einen Apfel in meiner Hand über dem Tisch.

Merke : für diese Übung nehmen wir an, dass unser Apfel eine (perfekte) Kugel ist, was natürlich nicht der Fall sein kann...

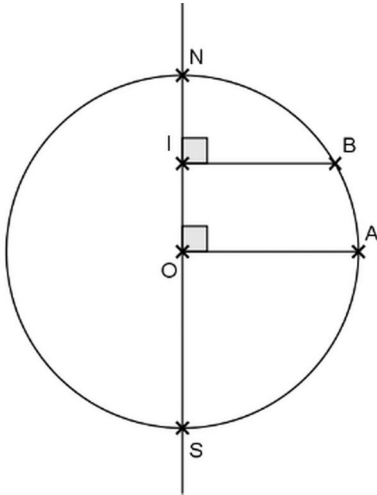
### Übung 5

Betrachten wir die Erde als eine Kugel, dessen Großkreis der Äquator ist.

Die Länge des Äquators beträgt 40 075 km.

Schließe den Radius der Erdkugel daraus. Runde auf 10 km.

## Übung 6



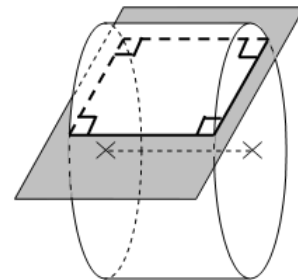
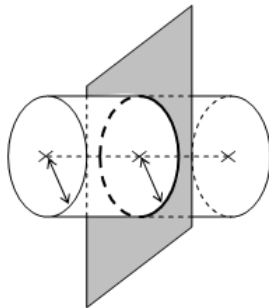
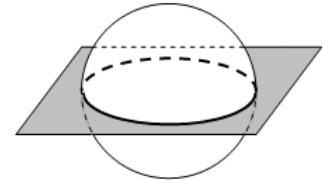
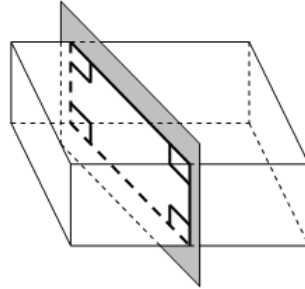
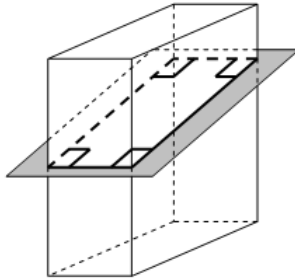
Schneiden wir die Erdkugel senkrecht zur Nord-Süd-Achse mit zwei zueinander parallelen Ebenen, so entstehen der Äquator und ein Kreis mit dem Radius  $R = 4300$  km als Schnittkreise.

Erinnere dich an den Radius der Erdkugel und berechne den Abstand  $OI$  der zwei Ebenen. Runde auf 10 km.

## Körper und Schnittflächen

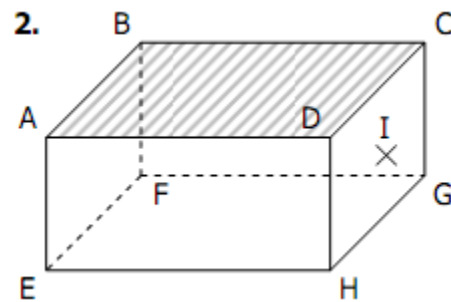
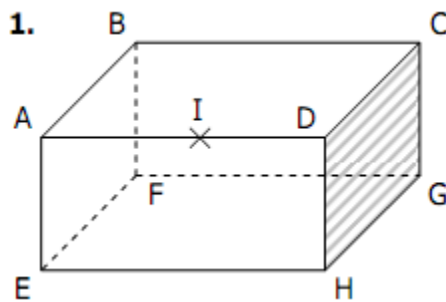
### Übung 1

Beschreibe in jedem Fall die Schnittfläche :



### Übung 2

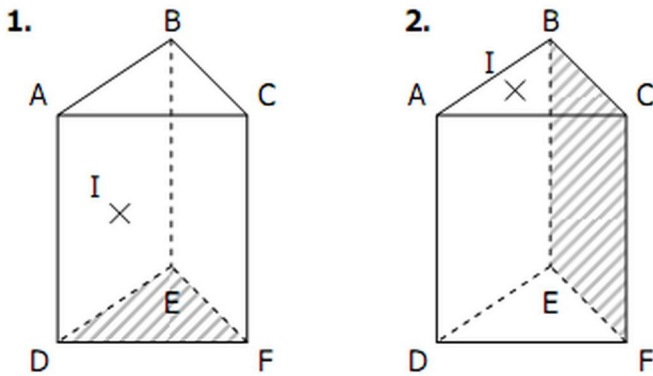
Zeichne die Schnittfläche des Körpers durch die Ebene, die parallel zur schraffierten Fläche durch den Punkt I verläuft :



- Fall 1 :  $I \in [AD]$
- Fall 2 : I gehört zur Fläche CDHG

### Übung 3

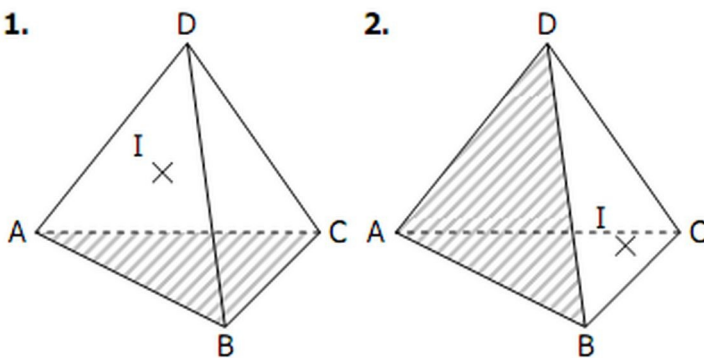
Zeichne die Schnittfläche des Körpers durch die Ebene, die parallel zur schraffierten Fläche durch den Punkt I verläuft :



- Fall 1 :I gehört zur Fläche ADFC.
- Fall 2 :I gehört zur Fläche ABC

### Übung 4

Zeichne die Schnittfläche des Körpers durch die Ebene, die parallel zur schraffierten Fläche durch den Punkt I verläuft :



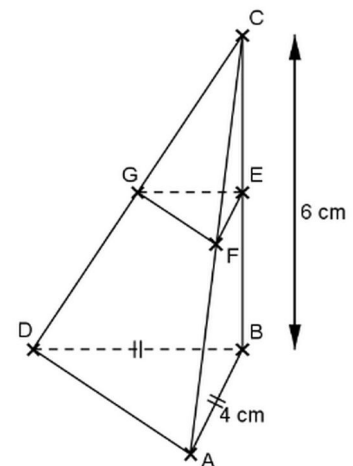
- Fall 1 :I gehört zur Fläche ABD
- Fall 2 :I gehört zur Fläche BCD

### Übung 5

Die Flächen CBA und CBD der Pyramide sind rechtwinklige Dreiecke in B und die Grundfläche DBA ist ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck in B.

Es gilt :

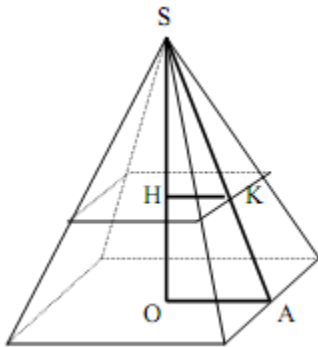
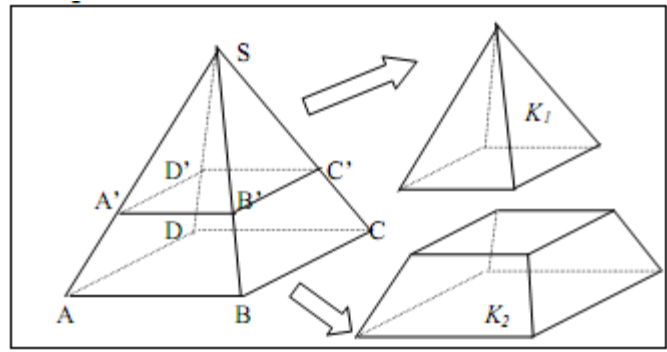
1.  $CB = 6 \text{ cm}$  und  $AB = 4 \text{ cm}$ . Berechne :
  - den Flächeninhalt von DBA
  - den Rauminhalt von CDAB
2. Die Pyramide wird durch eine zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten. Diese Ebene verläuft durch E, sodass  $CE = 3 \text{ cm}$ . Die Pyramide CGFE ist eine Verkleinerung der Pyramide CDAB. Berechne :
  - den Ähnlichkeitsfaktor
  - den Flächeninhalt von GEF
  - den Rauminhalt von CGFE



## Übung 6

SABCD ist eine reguläre quadratische Pyramide. Sie ist von einer Parallelebene zur Grundfläche geschnitten worden.

Die erhaltenen Körper  $K_2$  und  $K_1$  heißen jeweils Pyramidenstumpf und Ergänzungspyramide.

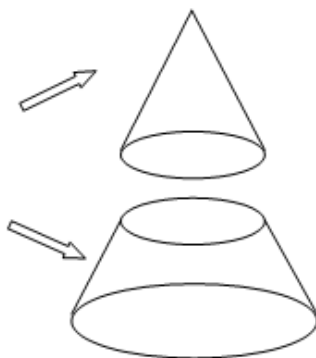


Ein Pyramidenstumpf entsteht aus einer regulären quadratischen Pyramide.

Das untere Quadrat hat die Seitenlänge 5 cm, das obere 3 cm. Die Höhe des Pyramidenstumpfes beträgt 2 cm.

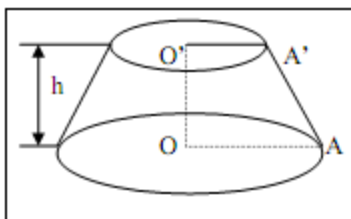
1. Zeichne das Viereck HKAO in wahrer Größe. Ergänze die Figur mit dem Punkt S.
2. Berechne die Länge SH und schließe daraus die Höhe der ursprünglichen Pyramide.

## Übung 7



Ein Kegel wird von einer Parallelebene zur Grundfläche geschnitten.

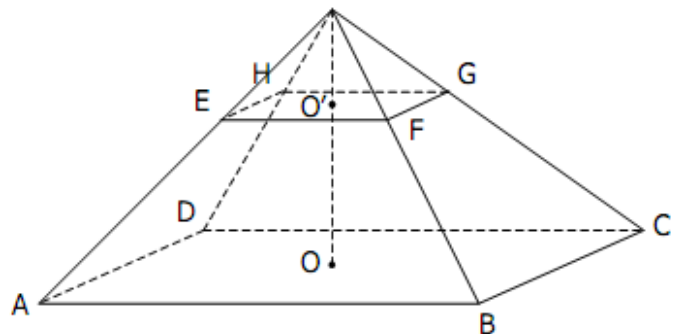
Dabei entstehen ein Kegelstumpf und ein Ergänzungskegel.



Die beiden parallelen Ebenen dieses Kegelstumpfes bestehen aus zwei Kreisen mit den Radien OA und O'A' (sie werden Grundflächen genannt), und ihr Abstand h ist die Höhe des Kegelstumpfes.

Es gilt :OA = 3 cm , O'A' = 2 cm und h = 1,5 cm.

1. Zeichne das Trapez OO'A'A in wahrer Größe und ergänze mit dem Scheitelpunkt S des ursprünglichen Kegels.
2. Berechne SO' und schließe daraus die Höhe des ursprünglichen Kegels.





## Übung 8

Eine Schokoladenschachtel hat die Form einer gleichseitigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

Diese Pyramide wird durch eine zur Grundfläche parallelen Fläche geschnitten. Der obere Teil bildet den Deckel, und der untere Teil beinhaltet die Pralinen.

Gegeben wird :

$AB = 30 \text{ cm}$ ,  $SO = 18 \text{ cm}$  und  $SO' = 6 \text{ cm}$ .

1. Berechne das Volumen der Pyramide  $SABCD$  und schließe daraus das Volumen der Pyramide  $SEFGH$ .
2. Berechne anschließend das Volumen des Schokoladenbehälters.

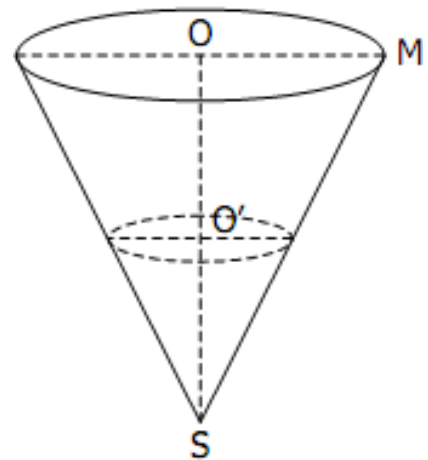
## Übung 9

Bei folgendem kegelförmigen Behälter gilt :

$[SO]$  ist die Höhe ;  $OM = 5 \text{ cm}$  und  $OS = 10 \text{ cm}$ .

1. Berechne  $\angle SMO$  (Runde auf ein Grad).
2. Berechne  $SM$ .
3. Berechne den Rauminhalt des Behälters (runde auf  $\text{cm}^3$  auf).
4. Dieser Behälter wird bis zu  $O'$  mit Wasser gefüllt.

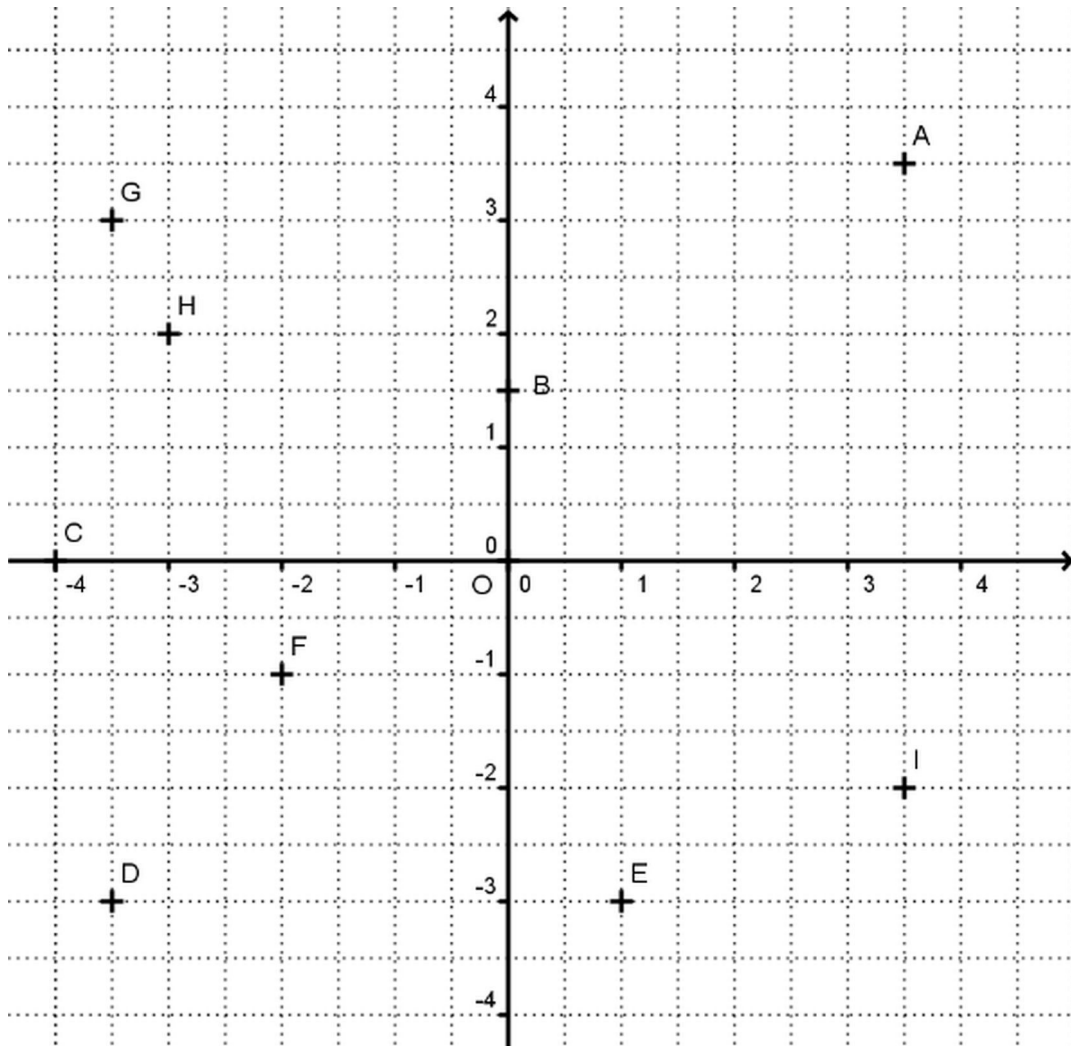
Es gilt :  $SO' = 5,3 \text{ cm}$ . Berechne das Wasservolumen.



## Das Koordinatensystem

### Übung 1

Bestimme die Koordinaten folgender Punkte :



### Übung 2

1. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1cm auf jeder Achse.
2. Zeichne dann folgende Punkte ein :

A(2 ; 3)  
B(-5 ; 6)

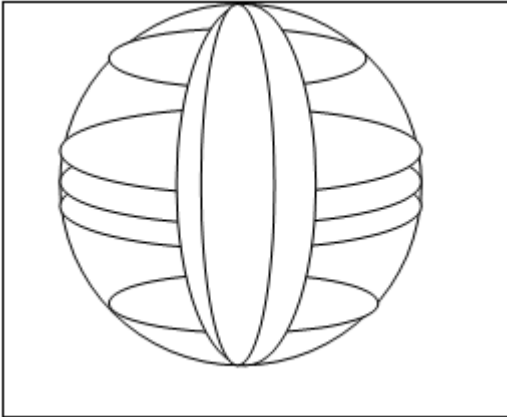
C(-4 ; -2)  
D(3,5 ; -1)

E(0 ; 3)  
F(-5 ; 0)

## Die Erde Längengrad – Breitengrad

### Übung 1

Ergänze die Figur mit den folgenden Begriffen :

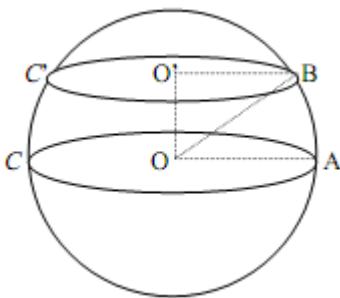


- der Äquator
- der Nordpol
- der Südpol
- der Nullmeridian
- ein Parallelkreis
- der nördliche Wendekreis
- der südliche Wendekreis
- der Polarkreis

### Übung 2

Betrachten wir die Erde als eine Kugel, dessen Großkreis der Äquator ist.

1. Die Länge des Äquators beträgt 40 075 km. Schließe den Radius der Erdkugel daraus. Runde auf 10 km.
- 2.



Die Kreise  $C$  und  $C'$  sollen jeweils den Äquator und den 60. Parallelkreis nördlicher Breite darstellen.

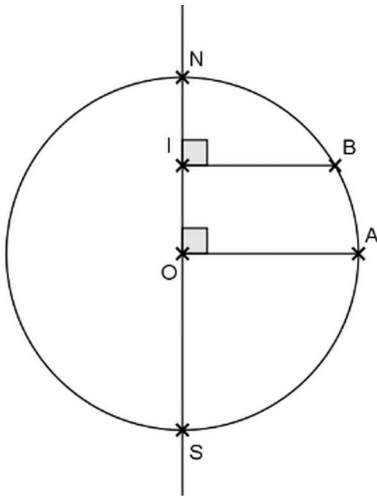
- Welche Strecken sind Radien der Erdkugel ?
- Welche Strecke bezeichnet den Radius des 60. Parallelkreises nördlicher Breite ?
- Welche Winkel messen  $60^\circ$  ?
- Berechne den Radius  $R'$  des 60. Parallelkreises nördlicher Breite. Schließe daraus die Länge dieses Parallelkreises.

3. Der Meridian  $30^\circ$  östlicher Länge und der Meridian  $50^\circ$  östlicher Länge schneiden jeweils :
  - den Äquator in E und F
  - den 60. Parallelkreis nördlicher Breite in K und L.

Zeichne eine Skizze und berechne anschließend die Länge der Kreisbögen EF und KL.

### Übung 3

Schneiden wir die Erdkugel senkrecht zur Nord-Süd-Achse mit zwei zueinander parallelen Ebenen, so entstehen der Äquator und ein Kreis mit dem Radius  $R = 4300$  km als Schnittkreise.



1. Erinnere dich an den Radius der Erdkugel und berechne den Abstand  $OI$  der zwei Ebenen. Runde auf 10 km.
2. Welchen Parallelkreis nördlicher Länge stellt der Kreis dar? Runde auf Einer.

### Übung 4

Der 15. Parallelkreis nördlicher Breite und der 25. Parallelkreis südlicher Breite schneiden den Nullmeridian jeweils in A und B.

1. Zeichne ein Schrägbild der Erdkugel mit den angegebenen Anweisungen.
2. Berechne die Entfernung der beiden Punkte A und B in Luftlinie.

### Übung 5

Eine Seemeile ist die Entfernung von zwei Punkten auf dem Äquator, deren Längengrade sich um  $1/60$  eines Grades unterscheiden.

1. Berechne die Länge einer Sehne auf dem Äquator mit dem Maß 1 Grad.  
Schließe die Länge einer Seemeile daraus.
2. Die Geschwindigkeit eines Schiffes wird mit « Knoten » gemessen. Ein Knoten bezeichnet eine Geschwindigkeit von einer Seemeile pro Stunde.
  - Ein Schiff fährt 17 Knoten. Wandle diese Geschwindigkeit in  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  um.
  - Das Schiff fährt auf dem Äquator von einem Punkt A zu einem Punkt B. Die Längengrade der Punkte A und B unterscheiden sich um  $23^\circ$ . Berechne die Dauer der Fahrt.
3. Ein Schiff fährt auf dem Meridian  $40^\circ$  westlicher Länge von einem Punkt C zu einem Punkt D. C und D liegen jeweils auf dem 40. Parallelkreis nördlicher Breite und auf dem 10. Parallelkreis südlicher Breite.  
Dazu braucht das Schiff 8 Tage und 8 Stunden. Berechne seine durchschnittliche Geschwindigkeit in Knoten.

## Dreiecke konstruieren

### Übung 1

Zeichne in jedem Fall (wenn möglich) das Dreieck ABC.

- Fall Nr.1 :AB = 10 cm, AC = 7 cm, BC = 6 cm
- Fall Nr.2 :AB = 10 cm, AC = 2 cm, BC = 3 cm
- Fall Nr.3 :AB = 10 cm, AC = 4 cm, BC = 6 cm

Was fällt dir auf ?

### Übung 2

Zeichne (wenn möglich) das Dreieck TOM, sodass :

OT = 8 cm,  $\widehat{MTO} = 40^\circ$ ,  $\widehat{TOM} = 60^\circ$

Wie groß ist der Winkel  $\widehat{MTO}$  ?

### Übung 3

1. Zeichne (wenn möglich) das Dreieck FIP, sodass :IP = 4 cm, FI = 7 cm und  $\widehat{PIF} = 120^\circ$
2. Zeichne (wenn möglich) das Dreieck EFG, sodass :EF = 8 cm,  $\widehat{EFG} = 30^\circ$  und EG = 5 cm.  
Wie viele Möglichkeiten gibt es ?

### Übung 4

1. Zeichne ein gleichseitiges Dreieck, dessen Umfang 10,5 cm beträgt. Erkläre dein Verfahren. Wie viele Möglichkeiten gibt es ?
2. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Umfang 7 cm beträgt, und das eine 2 cm lange Seite hat. Erkläre dein Verfahren. Wie viele Möglichkeiten gibt es ?

## Mittelsenkrechten und Höhen im Dreieck

### Übung 1

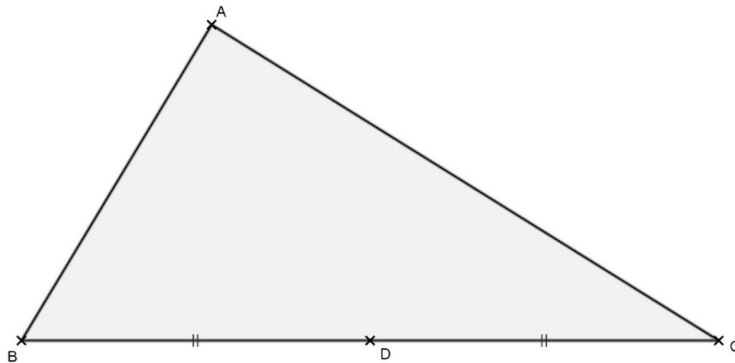
Zeichne ein Dreieck ABC, sodass :  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $AC = 8 \text{ cm}$  und  $BC = 6 \text{ cm}$ .  
Zeichne seine drei Höhen ein.

### Übung 2

1. Zeichne ein bei D rechtwinkliges Dreieck EDF, sodass :  
 $DF = 5,2 \text{ cm}$  und  $\widehat{DFE} = 34^\circ$ .
2. Zeichne die drei Höhen des Dreiecks ein. Was fällt dir auf ? Wie kann man das erklären ?

### Übung 3

Hier ist ein beliebiges Dreieck ABC :



1. Zeichne (h), die Höhe durch A des Dreiecks ABC.
2. Zeichne ( $\Delta$ ), die Mittelsenkrechte der Seite [BC].
3. Was kann man über (h) und ( $\Delta$ ) sagen ? Begründe mit einer Eigenschaft.

### Übung 4

Zeichne ein Dreieck EFG, sodass :  $EF = 3,6 \text{ cm}$ ,  $EG = 4,8 \text{ cm}$  und  $\widehat{FEG} = 122^\circ$   
Zeichne folgende Geraden.

- a) in blau, die Höhe durch F.
- b) in rot, die Mittelsenkrechte von [EG].

### Übung 5

1. Zeichne ein Dreieck ABC, sodass :  $AB = 4,6 \text{ cm}$ ,  $BC = 5,1 \text{ cm}$  und  $AC = 6 \text{ cm}$ .
2. Zeichne den Umkreis des Dreiecks.

### Übung 6

1. Zeichne ein Dreieck DEF, sodass :  $DE = 3,1 \text{ cm}$ ,  $\widehat{FDE} = 36^\circ$  und  $\widehat{FED} = 124^\circ$
2. Zeichne seinen Umkreis. Was fällt dir über seinen Mittelpunkt auf ?

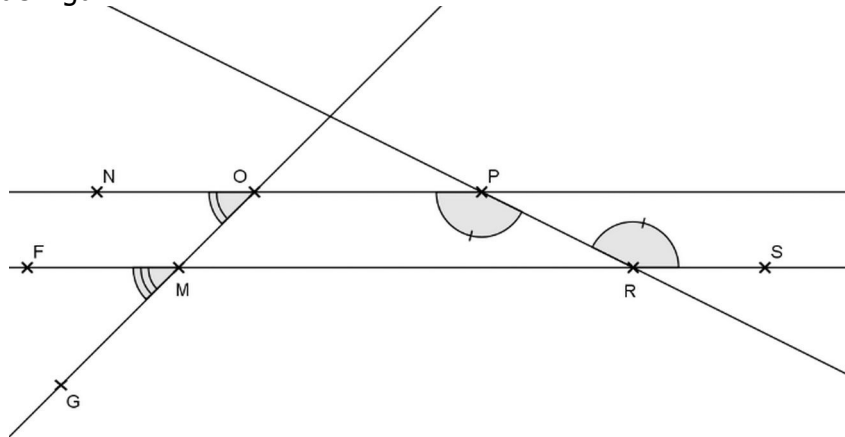
### Übung 7

1. Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck.
2. Zeichne seinen Umkreis. Was fällt dir über seinen Mittelpunkt auf ?

## Winkel im Dreieck

### Übung 1

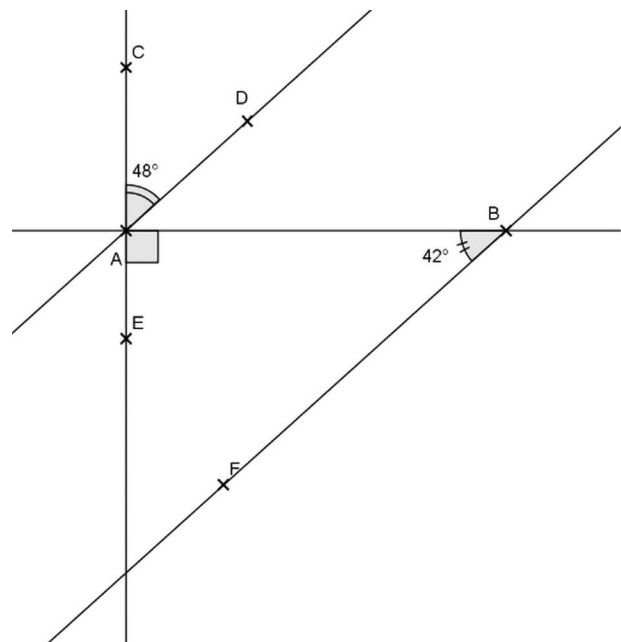
Beobachte folgende Figur :



1. Welche Winkel sind gleich groß ?
2. Beweise, dass  $(MR) \parallel (OP)$ .
3. Beweise, dass  $\widehat{FMG} = \widehat{NOM}$ .

### Übung 2

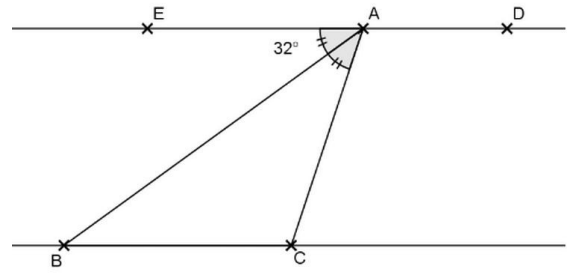
1. Wie groß ist der Winkel  $\widehat{DAB}$  ? Begründe mit einer Rechnung.
2. Sind  $(DA)$  und  $(FB)$  parallel zueinander ? Begründe mit einer Eigenschaft.



### Übung 3

(ED) ist die parallele Gerade zu (BC), die durch A geht.

1.  $\widehat{EAB} = 32^\circ$ . Welcher andere Hinweis wurde auf der Figur markiert?
2. Wie groß ist der Winkel  $\widehat{ABC}$ ? Begründe.
3. Was kann man über das Dreieck ABC sagen? Berechne anschließend  $\widehat{ACB}$ .



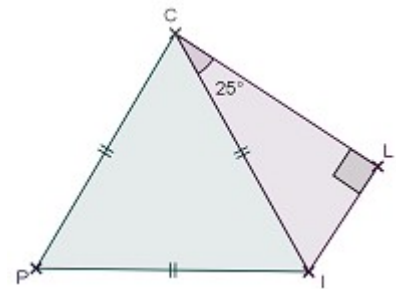
### Übung 4

Zeichne ein Dreieck CAL, sodass:

$AL = 8 \text{ cm}$ ,  $\widehat{ACL} = 45^\circ$  und  $\widehat{LAC} = 60^\circ$ .

### Übung 5

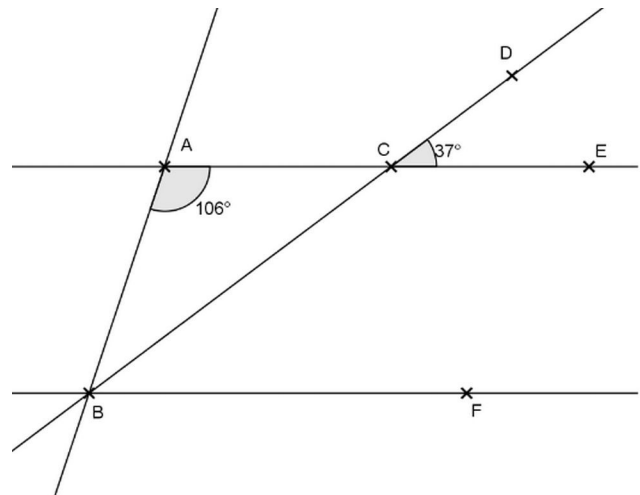
1. Berechne die Winkelmaße der Dreiecke CPI und CIL.
2. Berechne die Winkelmaße des Vierecks CPIL. Was fällt dir über ihre Summe auf?



### Übung 6

Die Geraden (AE) und (BF) sind parallel zueinander.

Beweise, dass (BD) die Winkelhalbierende von  $\widehat{ABF}$  ist.



### Übung 7

Es werden in jedem Fall zwei Winkelmaße eines Dreiecks angegeben.

Berechne das fehlende Winkelmaß.

Um welche Dreiecke handelt es sich?

- a) Dreieck ABC :  $\widehat{A} = 60^\circ$  ;  $\widehat{B} = 60^\circ$
- b) Dreieck EFG :  $\widehat{E} = 150^\circ$  ;  $\widehat{G} = 15^\circ$
- c) Dreieck HIJ :  $\widehat{H} = 28,5^\circ$  ;  $\widehat{I} = 61,5^\circ$
- d) Dreieck KLM :  $\widehat{L} = 52,5^\circ$  ;  $\widehat{M} = 79,5^\circ$



## Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

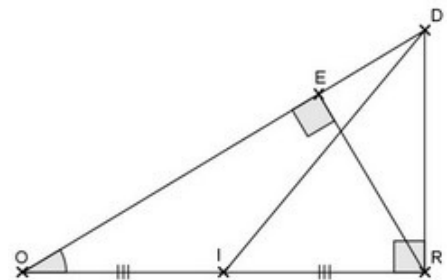
### Übung 1

1. ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck in A und es gilt : $AB = 5 \text{ cm}$  und  $\widehat{ABC} = 20^\circ$  Berechne die Länge BC.
2. IJK ist ein rechtwinkliges Dreieck in J und es gilt  $IJ = 3 \text{ cm}$  und  $IK = 6 \text{ cm}$ . Berechne die Winkelgröße  $\widehat{JIK}$ .

### Übung 2

Das Dreieck DOR ist rechtwinklig in R und es gilt : $OR = 4 \text{ cm}$  und  $\widehat{DOR} = 35^\circ$

1. Berechne die Länge DR. Gib den exakten Wert an und runde dann auf mm. Berechne die Länge OD. Gib den exakten Wert an und runde dann auf mm.
2. Im Dreieck DOR ist E der Fußpunkt der Höhe durch R. Berechne die Länge ER. Gib den exakten Wert an und runde dann auf mm.
3. I ist der Mittelpunkt der Strecke [OR]. Berechne die Winkelgröße  $\widehat{IDR}$ . Runde auf Zehntel.

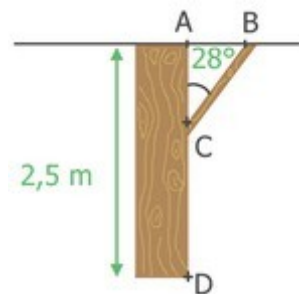


### Übung 3

ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck in C. Außerdem gilt : $AC = 4 \text{ cm}$  und  $AB = 6 \text{ cm}$ . Wie groß ist der Winkel  $\widehat{ABC}$  ?

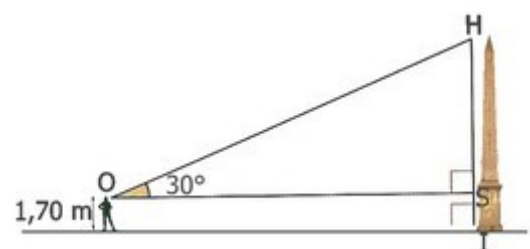
### Übung 4

Ein Holzpfahl ist 2,50 m hoch. Der Punkt C liegt 1,90 m über dem Boden. Wie lang ist [BC] ?



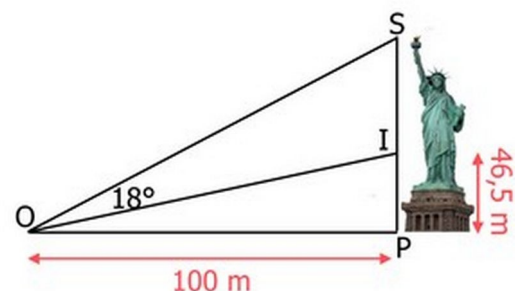
### Übung 5

Ein Tourist beobachtet in Paris den Obelisk an der « Place de la Concorde ». Der Obelisk ist 23 m hoch. Wie weit von dem Obelisk steht der Beobachter ?



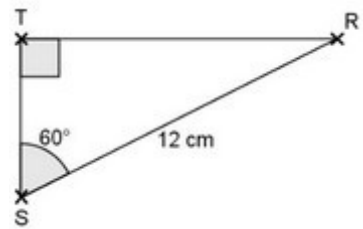
### Übung 6

Wie groß ist die Freiheitsstatue ?



### Übung 7

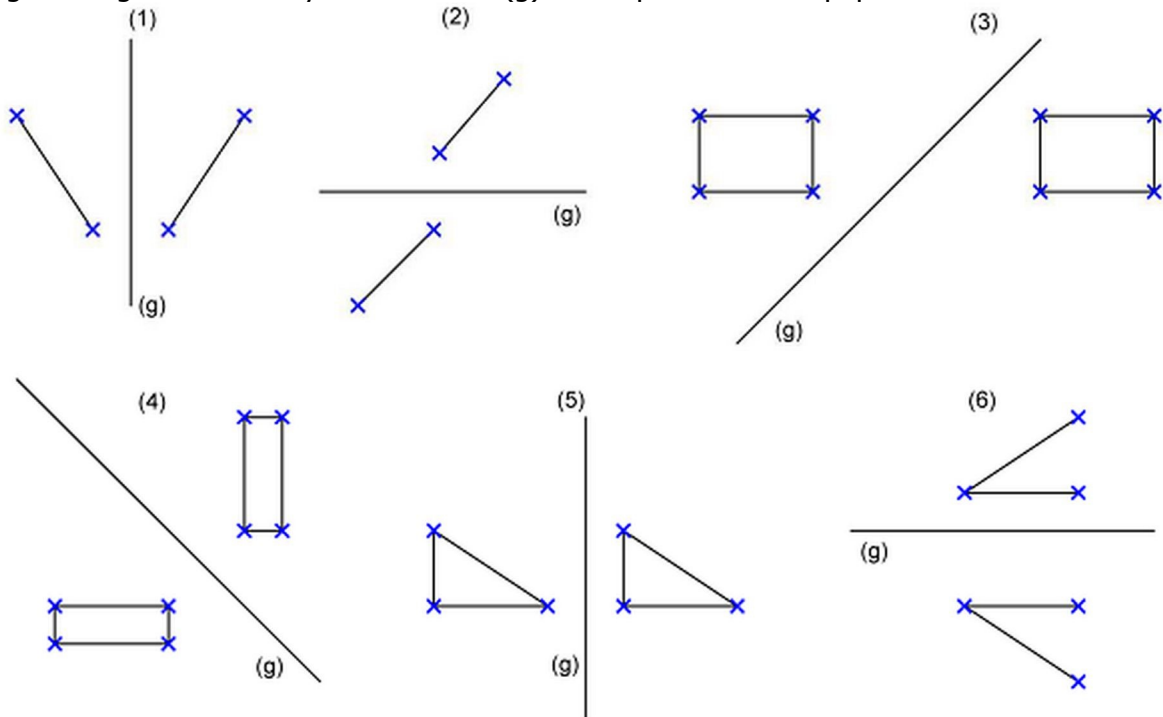
Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Dreiecks RST.



## Die Punktsymmetrie

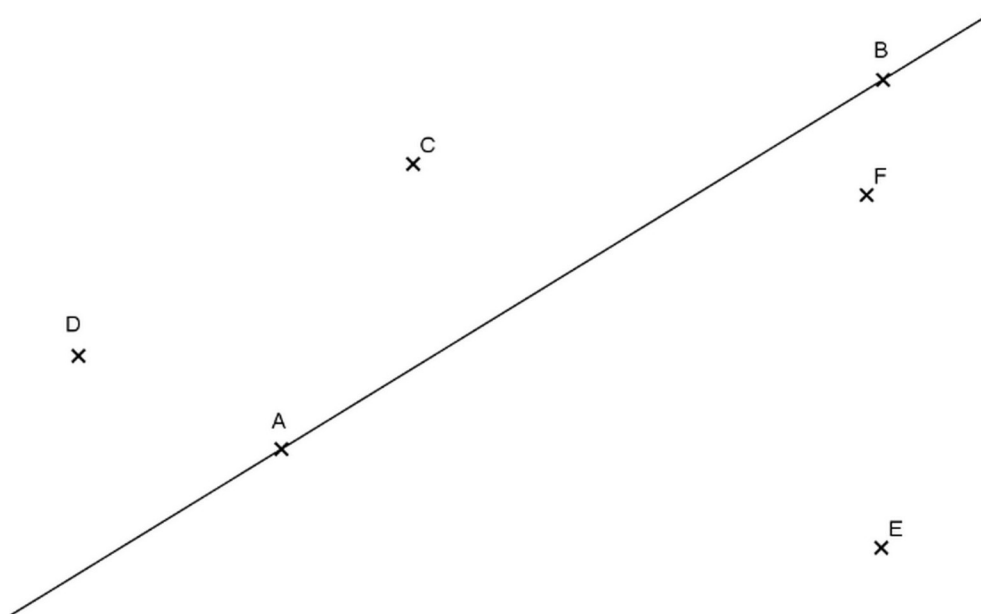
### Übung 1

Sind folgende Figuren achsensymmetrisch an (g) ? Überprüfe mit Pauspapier.



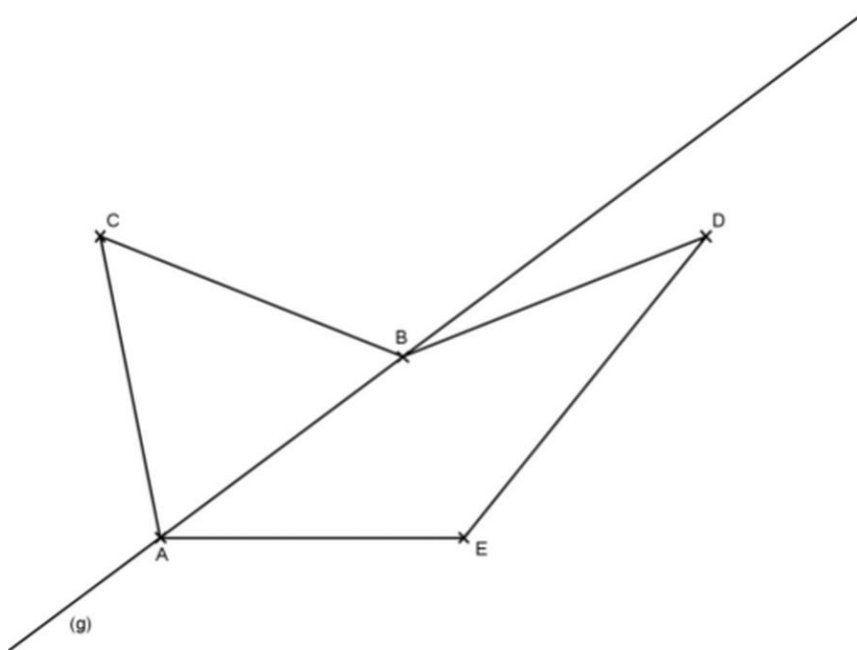
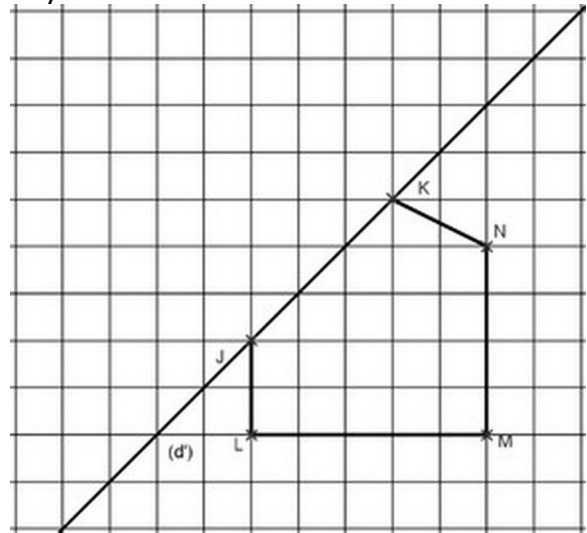
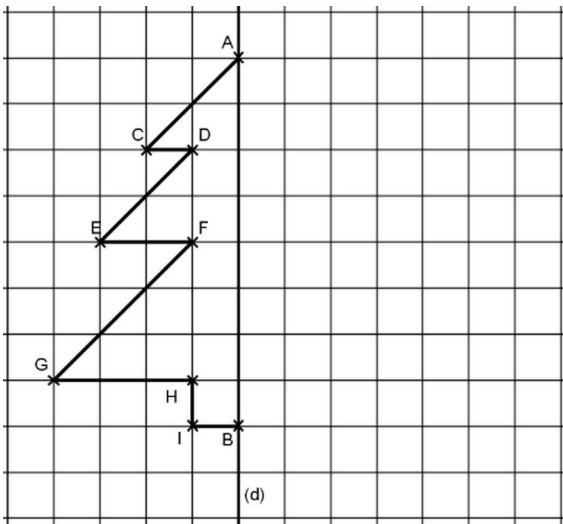
### Übung 2

Zeichne das Bild der Punkte C, D, E und F bei der Punktsymmetrie an (AB).



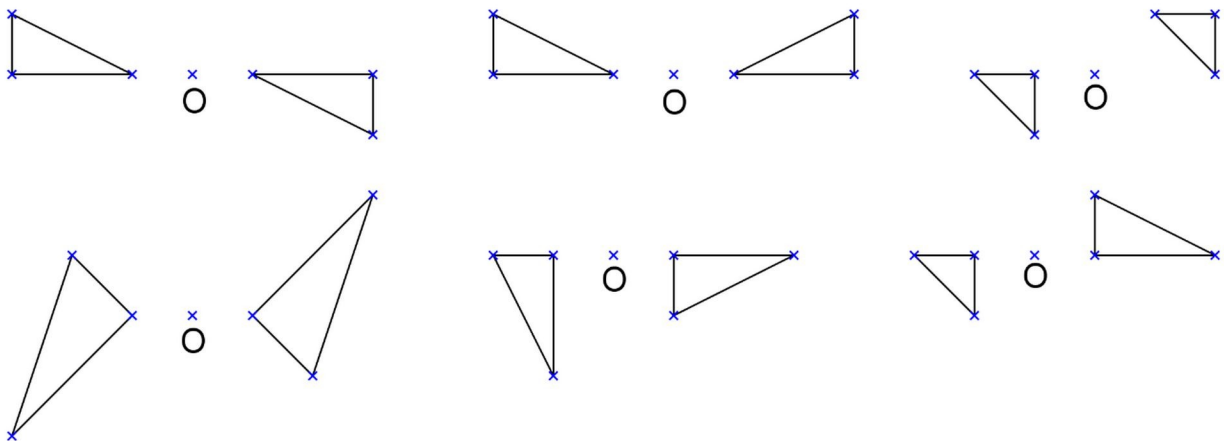
### Übung 3

Zeichne in jedem Fall das Bild der Figur bei der Achsensymmetrie an der Geraden.



### Übung 4

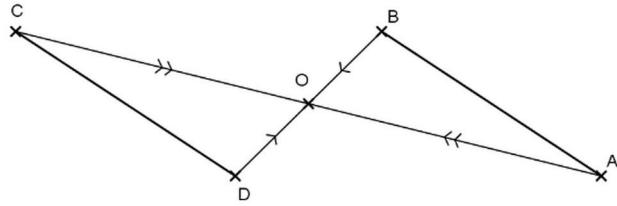
Sind folgende Figuren punktsymmetrisch an O ? Überprüfe mit Pauspapier.



## Übung 5

Beobachte die Figur und beantworte dann die Fragen.

Die Punkte B, O und D einerseits und die Punkte A, O und C andererseits liegen auf einer Geraden.

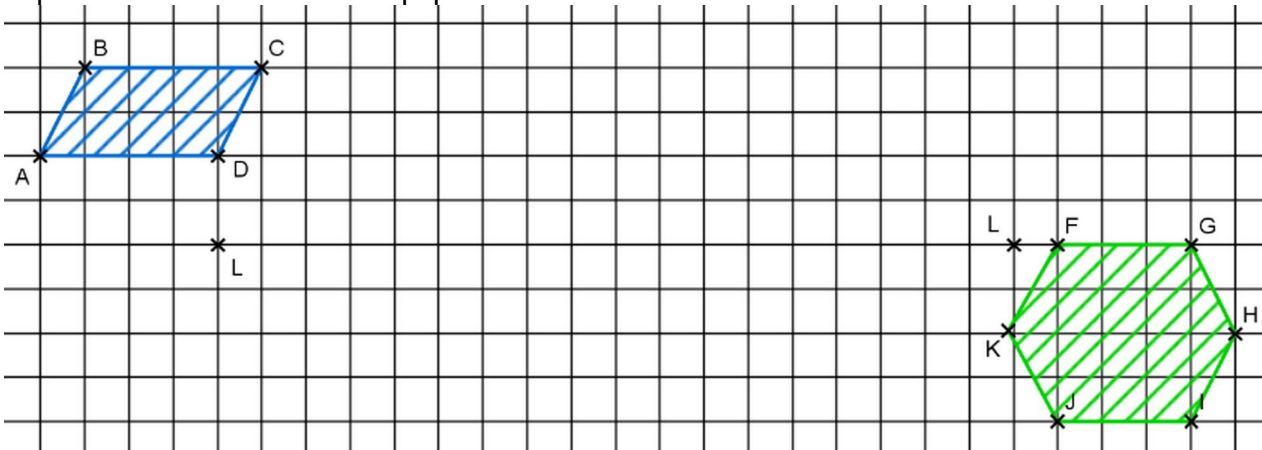


1. Welche Rolle spielt O für die Strecke  $[AC]$  ?
2. Was ist das Bild von B bei der Punktsymmetrie an O ?
3. Was kann man über A und C sagen ?
4. Was ist das Bild von  $[AB]$  bei der Punktsymmetrie an O ?
5. Was kann man über die Geraden  $(AB)$  und  $(CD)$  sagen ?

## Übung 6

Zeichne das Bild der Figuren bei der Punktsymmetrie an L.

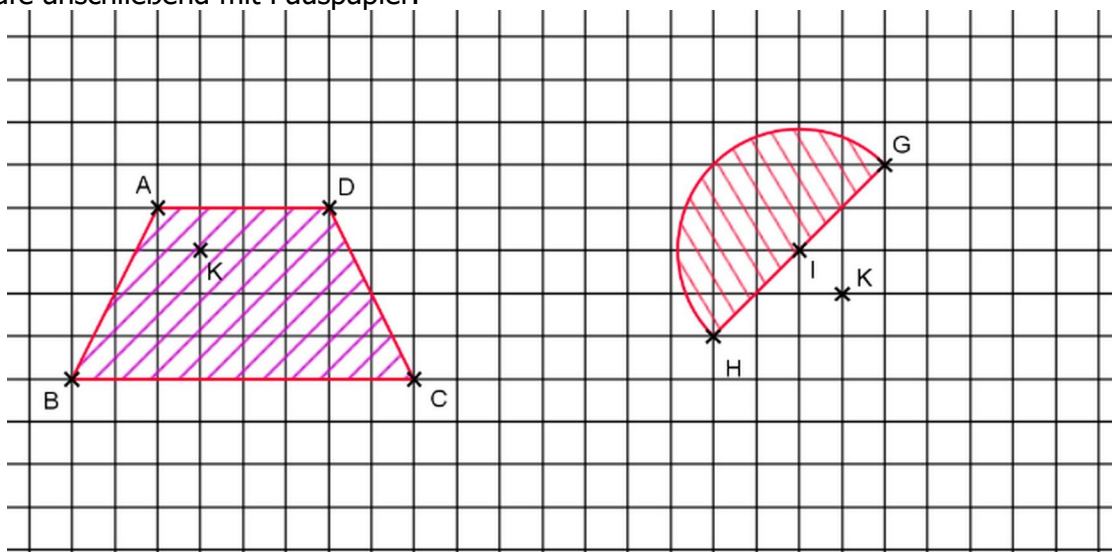
Überprüfe anschließend mit Pauspapier.



## Übung 7

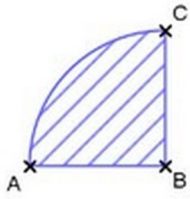
Zeichne das Bild der Figuren bei der Punktsymmetrie an K.

Überprüfe anschließend mit Pauspapier.

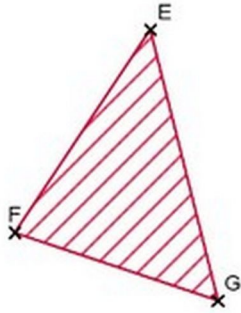


## Übung 8

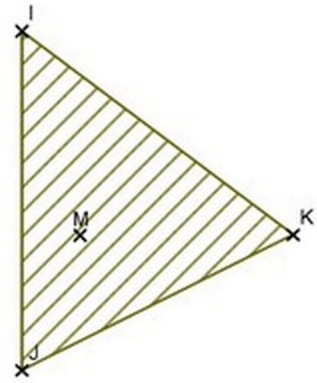
Zeichne das Bild der Figuren bei der Punktsymmetrie an M.  
Überprüfe anschließend mit Pauspapier.



M  
x



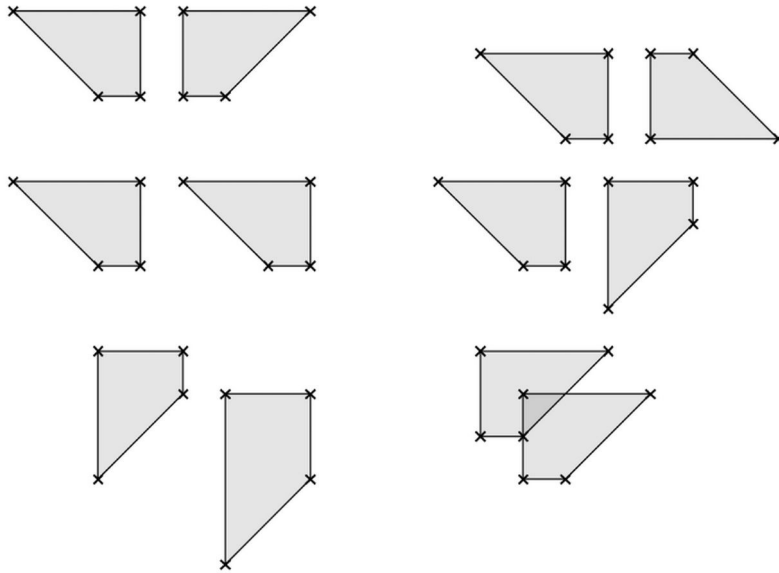
M  
x



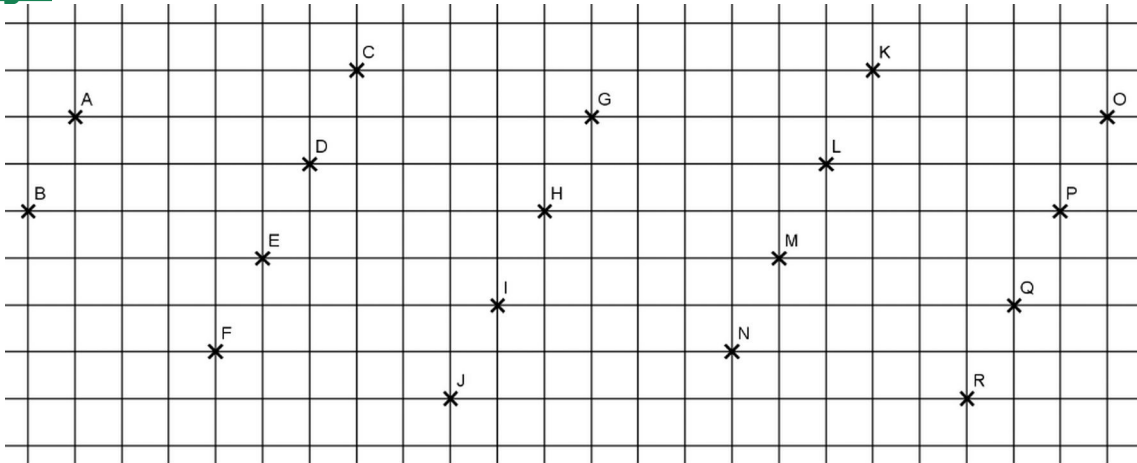
## Verschiebung

### Übung 1

Vershoben oder gespiegelt ? Erkläre.

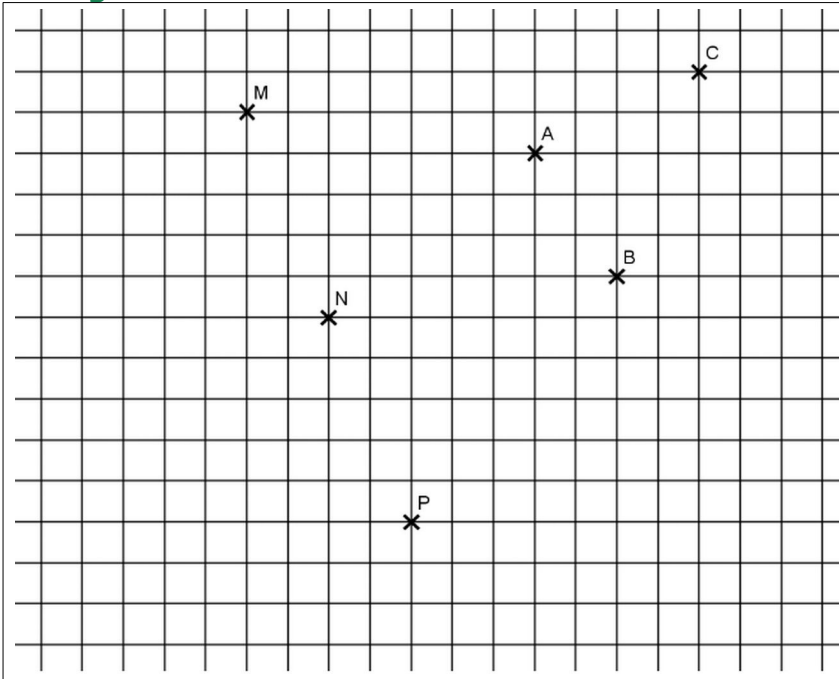


### Übung 2



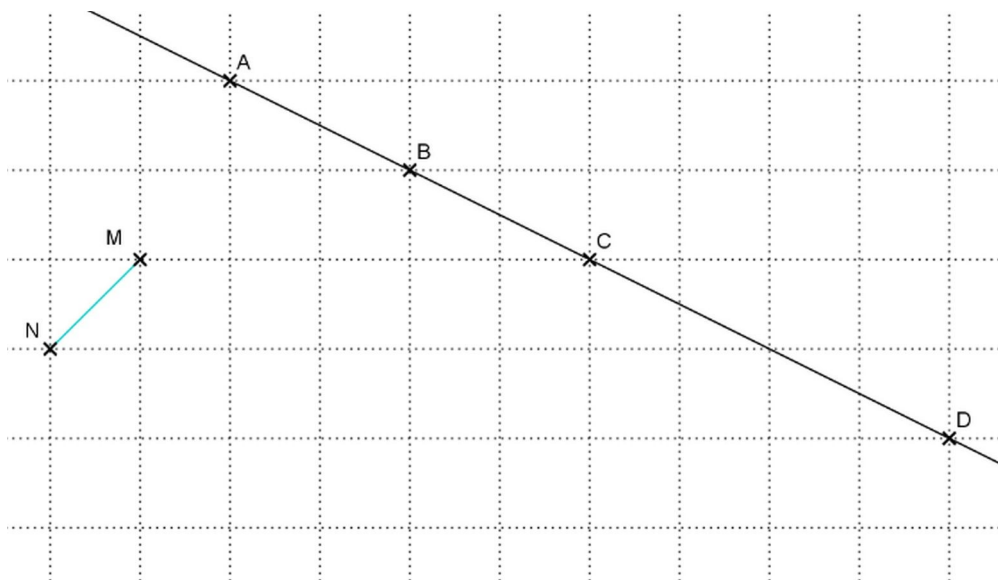
1. Uns interessiert die Verschiebung, die E auf H abbildet :  
Bestimme die Bildpunkte von M, I, B, L und J.
2. Uns interessiert die Verschiebung, die D auf M abbildet :  
Bestimme die Bildpunkte von C, H, B, I und E.

### Übung 3



1. Zeichne  $M'$ ,  $N'$  und  $P'$ , die Bildpunkte von  $M$ ,  $N$  und  $P$  bei der Verschiebung, die  $A$  auf  $B$  abbildet.
2. Zeichne  $M''$ ,  $N''$  und  $P''$ , die Bildpunkte von  $M$ ,  $N$  und  $P$  bei der Verschiebung, die  $C$  auf  $A$  abbildet.

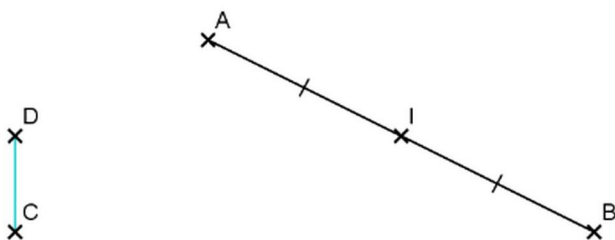
### Übung 4



Zeichne  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  und  $D'$ , die Bildpunkte von  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  bei der Verschiebung, die  $M$  auf  $N$  abbildet.

Was fällt dir auf ?

### Übung 5



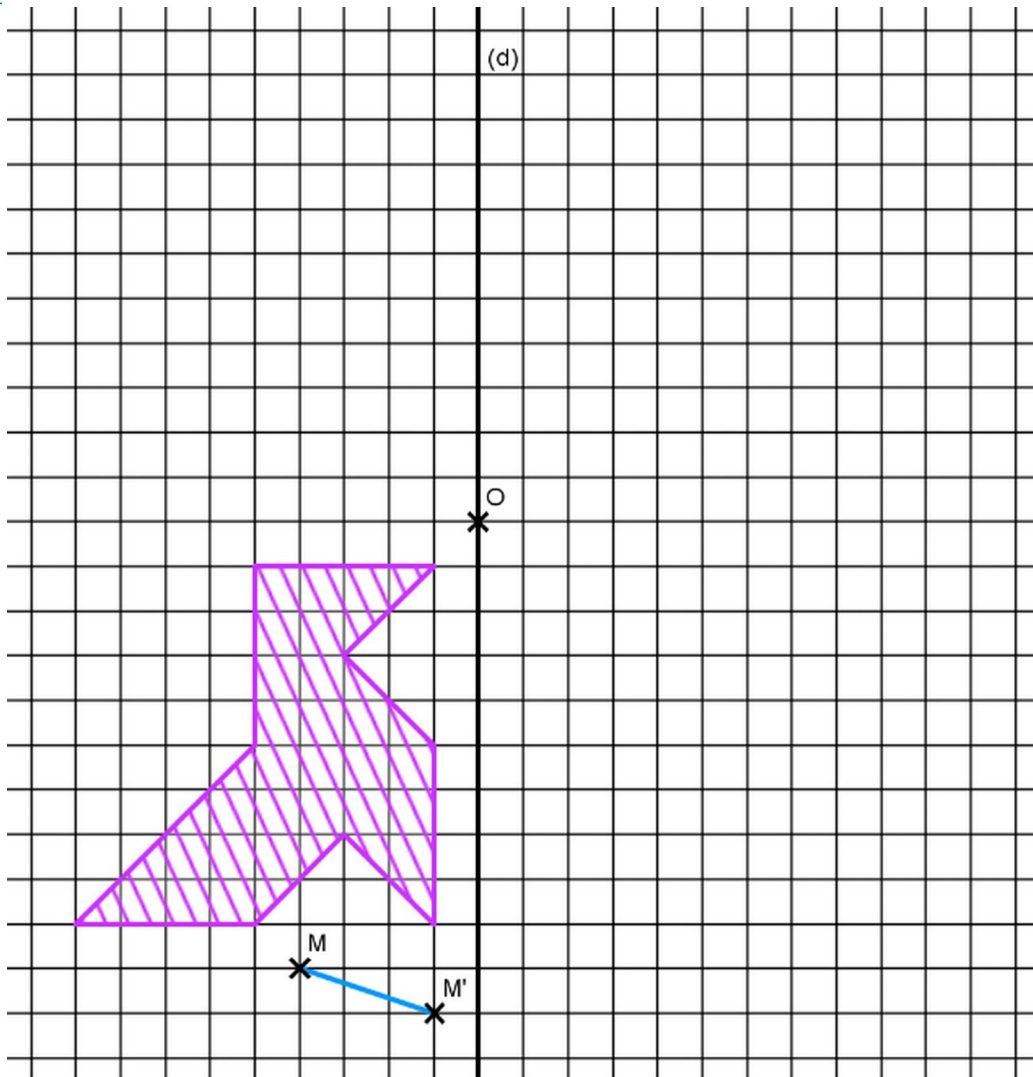
$I$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $[AB]$ .

Zeichne die Bildpunkte von  $A$ ,  $I$  und  $B$  bei der Verschiebung, die  $D$  auf  $C$  abbildet.

Was fällt dir auf ?



## Übung 6

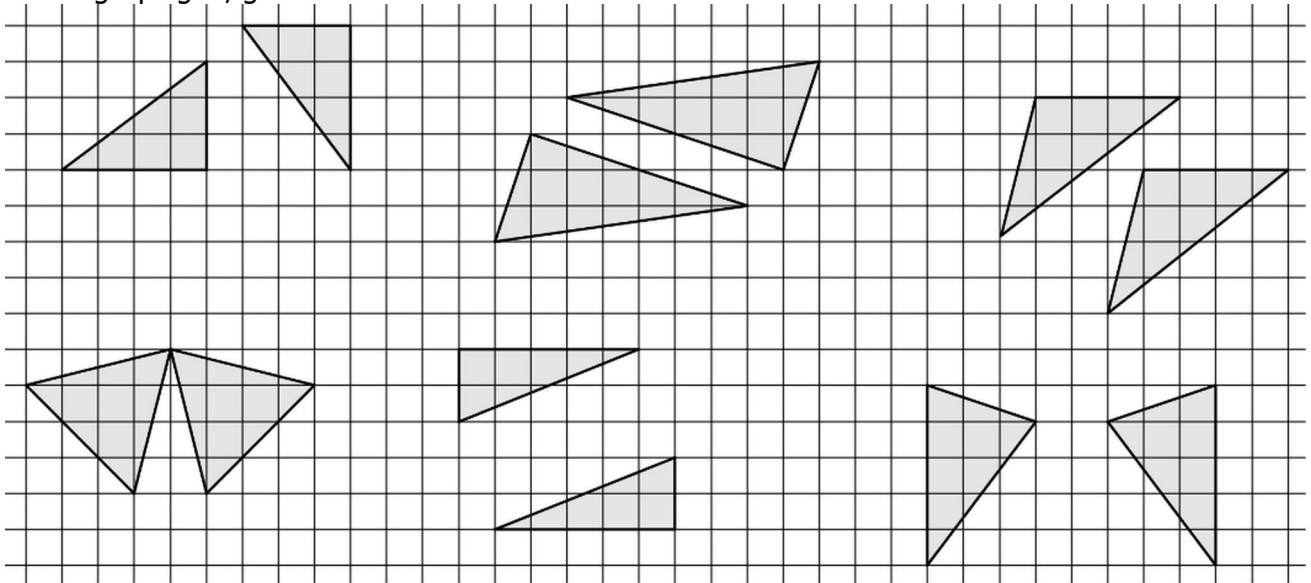


1. Zeichne in grün das Bild der Figur bei der Achsensymmetrie an (d).
2. Zeichne in rot das Bild der Figur bei der Punktsymmetrie an O.
3. Zeichne in blau das Bild der Figur bei der Verschiebung, die M auf M' abbildet.

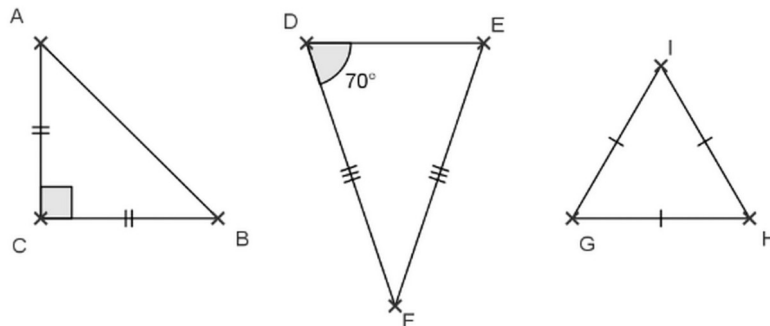
# Drehung

## Übung 1

Wurde gespiegelt, gedreht oder verschoben ?



## Übung 2



Welche Drehungen erkennst du ? Ergänze die Tabelle :

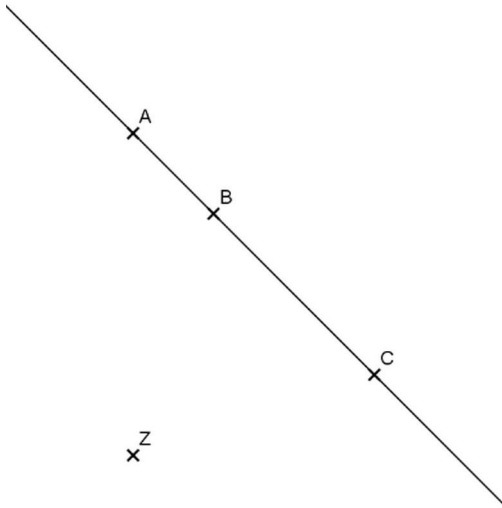
	Zentrum	Drehwinkel	Drehsinn	Punkt	Bildpunkt
Dreieck ABC					
Dreieck DEF					
Dreieck GHI					

## Übung 3

Gegeben ist eine Drehung um einen Punkt Z um  $60^\circ$  im Uhrzeigersinn.

1. Zeichne auf dein Blatt einen Punkt Z und einen Punkt A, sodass  $OA = 5 \text{ cm}$ .
2. Zeichne das Bild  $A'$  von A bei der gegebenen Drehung.
3. Zeichne einen weiteren Punkt B auf dein Blatt, sodass  $OB = 7 \text{ cm}$  und zeichne anschließend sein Bild  $B'$  bei der Drehung.
4. Was fällt dir über  $[AB]$  und  $[A'B']$  auf ?

## Übung 4

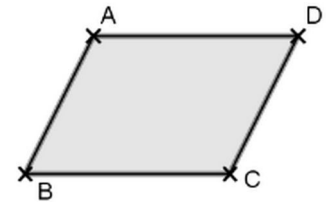


Zeichne die Bilder  $A'$ ,  $B'$  und  $C'$  der Punkte A, B und C bei der Drehung um Z um  $30^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn.

Was fällt dir über die Punkte  $A'$ ,  $B'$  und  $C'$  auf ?

## Übung 5

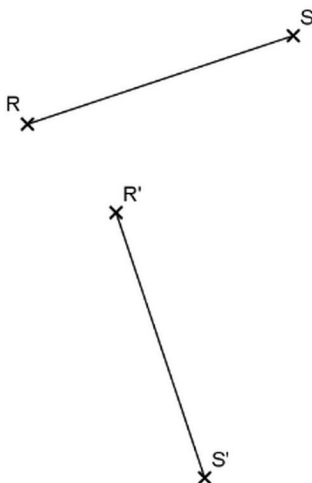
Zeichne ein Parallelogramm ABCD und einen Punkt Z, der außerhalb des Parallelogramms ABCD liegt.  
Zeichne das Bild des Parallelogramms bei der Drehung um Z, um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn.



## Übung 6

Zeichne zwei beliebige Punkte P und Q auf dein Blatt.  
Q kann als Bildpunkt von P bei einer unbekanntem Drehung betrachtet werden.  
Wo befindet sich ihr Drehzentrum ? Begründe.

## Übung 7



$R'$  und  $S'$  sind die Bildpunkte von R und S bei einer unbekanntem Drehung.

Ermittle Drehzentrum, Drehwinkel und Drehsinn.

### **Übung 8**

Wie groß sind Mittelpunktswinkel und Innenwinkel im regelmäßigen Achteck ?  
Im regelmäßigen Zehneck ? Im regelmäßigen Siebeneck ?

### **Übung 9**

ABCDE ist ein regelmäßiges Fünfeck mit Zentrum M.  
Sein Umkreisradius ist 2 cm lang.  
Berechne AE.  
Gib den exakten Wert an und runde anschließend auf Zehntel.

### **Übung 10**

Berechne den Flächeninhalt eines regelmäßigen Sechsecks, das in einem Kreis mit dem Durchmesser 16 cm eingeschrieben ist. Runde auf  $\text{mm}^2$ .

## **Zum Knobeln...**

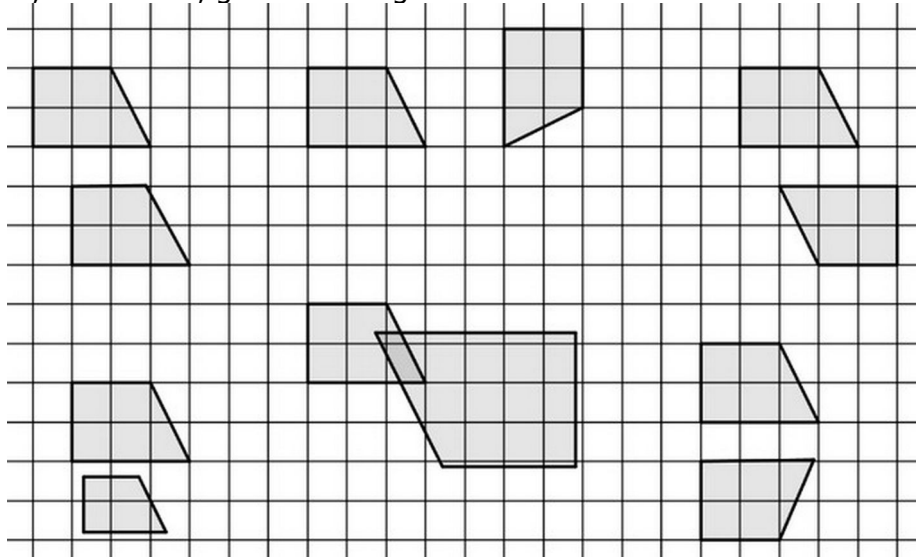
### **Übung 11**

Wie kann man die Anzahl der Diagonalen eines regelmäßigen Vielecks bestimmen ?

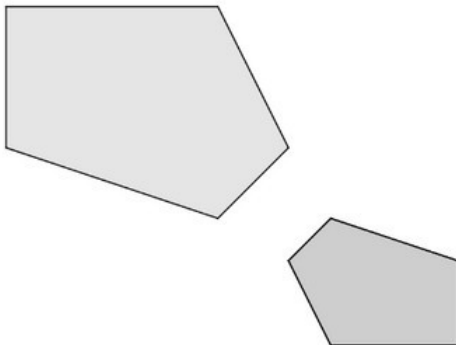
## Die zentrische Streckung oder Die Ähnlichkeitsabbildung

### Übung 1

Wurde gespiegelt, verschoben, gedreht oder gestreckt ?



### Übung 2

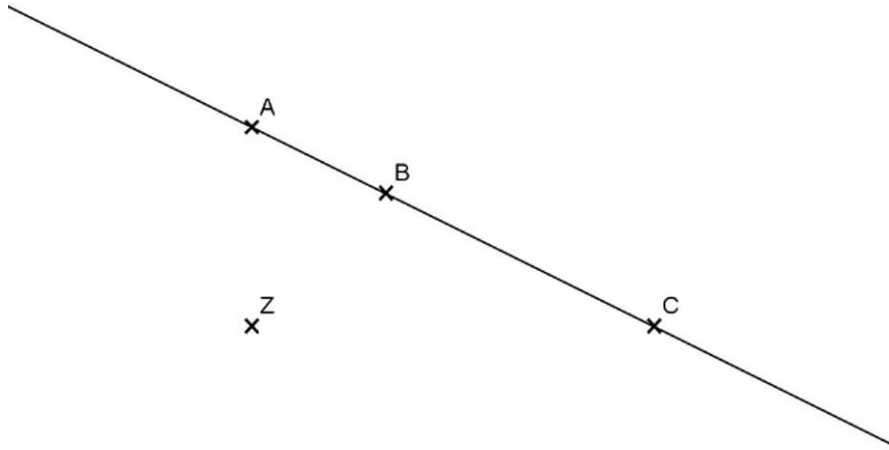


Das größere Fünfeck ist das Bild des kleineren Fünfecks bei einer zentrischen Streckung.

- Ist der Streckungsfaktor positiv oder negativ ?
- Ist sein Betrag größer oder kleiner als 1 ?
- Wo liegt das Streckungszentrum ?

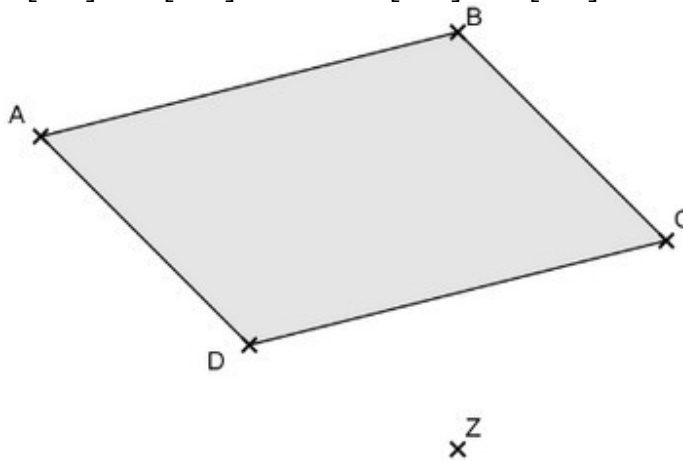
### Übung 3

Zeichne das Bild der Punkte A, B und C bei der Streckung mit Zentrum Z und Faktor 2.  
Was fällt dir über A', B' und C' auf ?



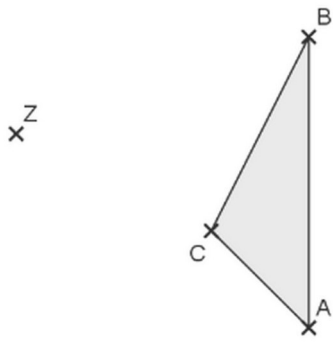
### Übung 4

Zeichne das Bild des Parallelogramms ABCD bei der Streckung mit Zentrum Z und Faktor -0,5.  
Was fällt dir über [A'B'] und [D'C'] auf ? Über [A'D'] und [B'C'] ?



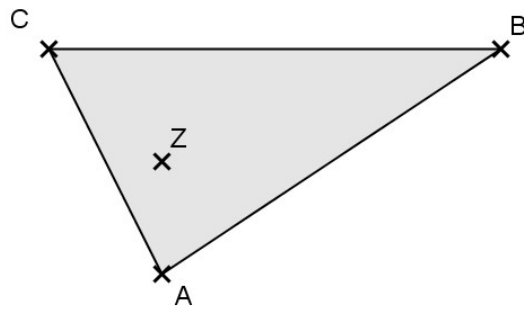
### Übung 5

Zeichne das Bild des Dreiecks bei der zentrischen Streckung mit Zentrum Z und Faktor 2 :



### Übung 6

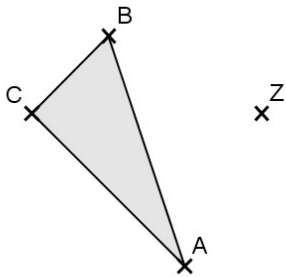
Zeichne das Bild des Dreiecks bei der zentrischen Streckung mit Zentrum Z und Faktor 1,5 :



## Übung 7

Zeichne das Bild des Dreiecks bei der zentrischen Streckung mit Zentrum Z und :

- Faktor -1 (in blau)
- Faktor -3 (in grün)



## Übung 8

1. Zeichne ein Dreieck ABC mit den Maßen  $AB = 1,5 \text{ cm}$ ,  $AC = 2 \text{ cm}$  und  $BC = 2,5 \text{ cm}$ .
  - Was fällt dir über dieses Dreieck auf ? Beweise es.
  - Berechne die Winkelgrößen der spitzen Winkel des Dreiecks ABC.
2. Zeichne einen Punkt Z außerhalb des Dreiecks ein und zeichne dann das Bild  $A'B'C'$  des Dreiecks ABC bei der Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor -2.
  - Berechne die Längen  $A'B'$ ,  $A'C'$  und  $B'C'$ .
  - Was kannst du daraus über das Dreieck  $A'B'C'$  schließen ?
  - Berechne die Winkelgrößen der spitzen Winkel des Dreiecks  $A'B'C'$ .
  - Was fällt dir auf ?
3. Zeichne jetzt das Bild  $A''B''C''$  von  $A'B'C'$  bei der Drehung um Z mit dem Drehwinkel  $60^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn.  
Was kann man über das Dreieck  $A''B''C''$  behaupten ? (Seitenlängen, Winkelgrößen).  
Begründe deine Antwort.

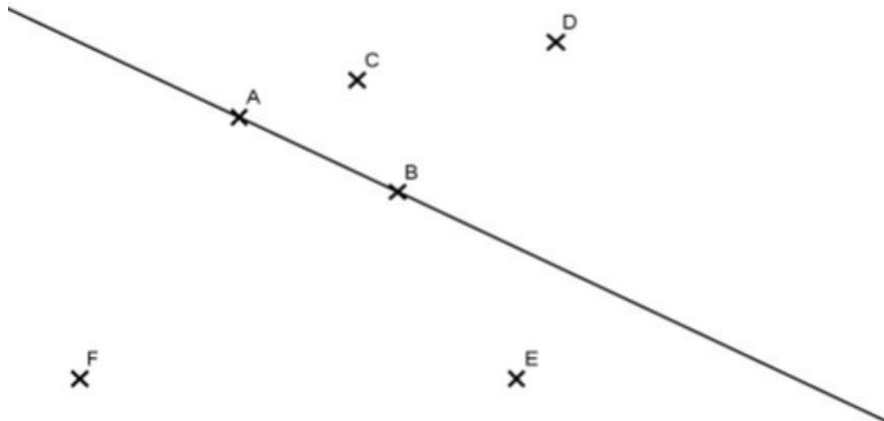


## Sekante Geraden – Zueinander parallele Geraden

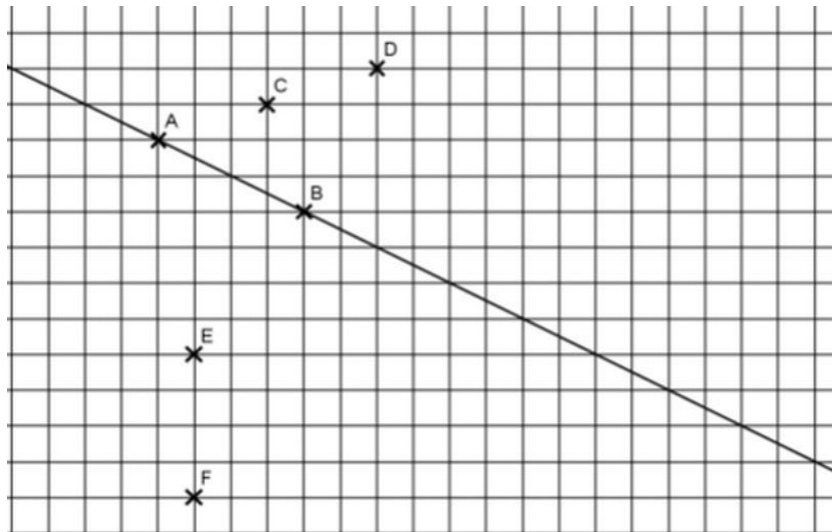
### Übung 1

Zeichne die parallelen Geraden zu (AB) durch die Punkte C, D, E und F :

- mit dem Zeichendreieck und dem Lineal :



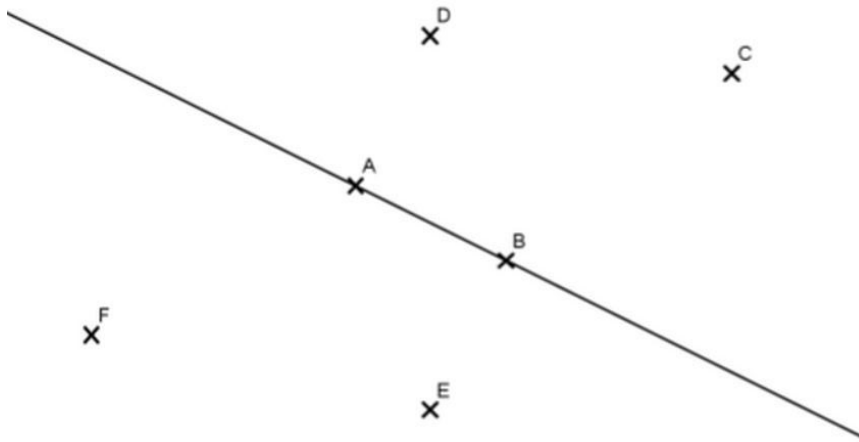
- mit Hilfe der Kästchen :



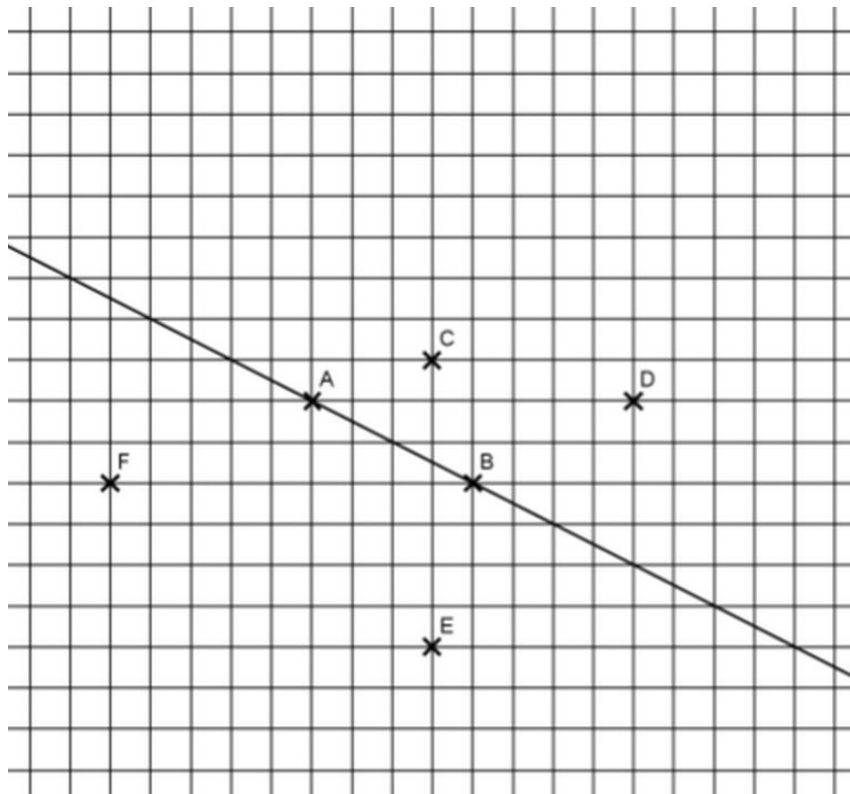
## Übung 2

Zeichne die rechtwinkligen Geraden zu (AB) durch die Punkte C, D, E und F :

- mit dem Zeichendreieck und dem Lineal :



- mit Hilfe der Kästchen :

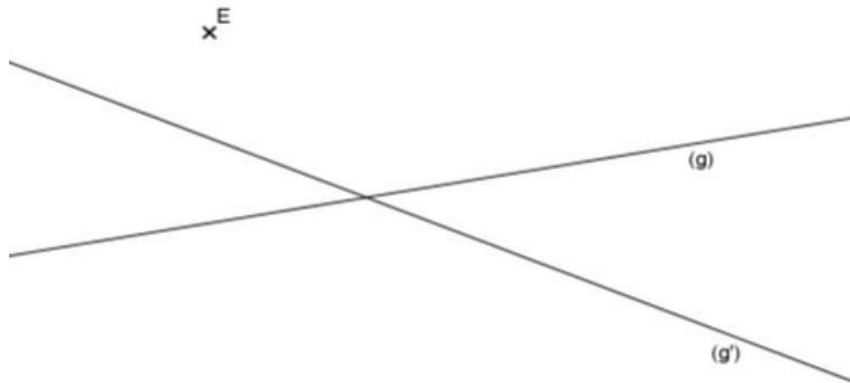


## Übung 3

1. Zeichne drei Geraden, die keinen Schnittpunkt haben.
2. Zeichne drei Geraden, die einen Schnittpunkt haben.
3. Zeichne drei Geraden, die zwei Schnittpunkte haben.
4. Zeichne drei Geraden, die drei Schnittpunkte haben.

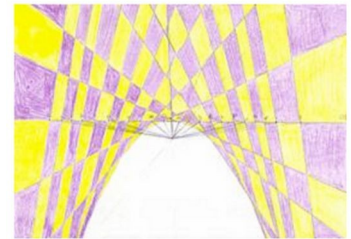
## Übung 4

1. Zeichne in grün die Gerade, die durch E parallel zu (g) verläuft
2. Zeichne in blau die Gerade, die durch E rechtwinklig zu (g') verläuft



## Übung 5

1. Zeichne eine Gerade (g) und einen Punkt S, der nicht zur Geraden (g) gehört. S soll 1 oder 2 cm von (g) entfernt liegen.
2. Zeichne einen Punkt A auf die Gerade (g) ein. Zeichne die Strecke [SA].
3. Zeichne die rechtwinklige Gerade zu [SA], die durch A verläuft.
4. Verfahre ähnlich mit vielen anderen Punkten A, die immer im gleichen Abstand voneinander liegen.
5. Male die Figur schön aus.

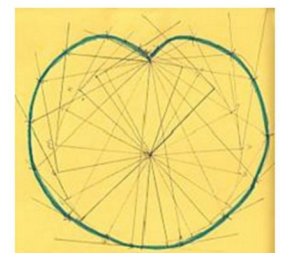


### Merke :

die rechtwinkligen Geraden bilden eine Parabel.

## Übung 6

1. Zeichne um einen Punkt O einen Kreis mit dem Radius 8cm.
2. Zeichne einen Punkt A auf den Kreis. Zeichne einen Punkt M auf den Kreis. Zeichne die Strecke [OM].
3. Zeichne die rechtwinklige Gerade zu [OM], die durch M verläuft. Diese Gerade heißt (d).
4. Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (d), die durch A verläuft. Diese Gerade heißt (d').
5. Zeichne den Schnittpunkt der Geraden (d) und (d') in Farbe.
6. Verfahre ähnlich mit vielen anderen Punkten M.

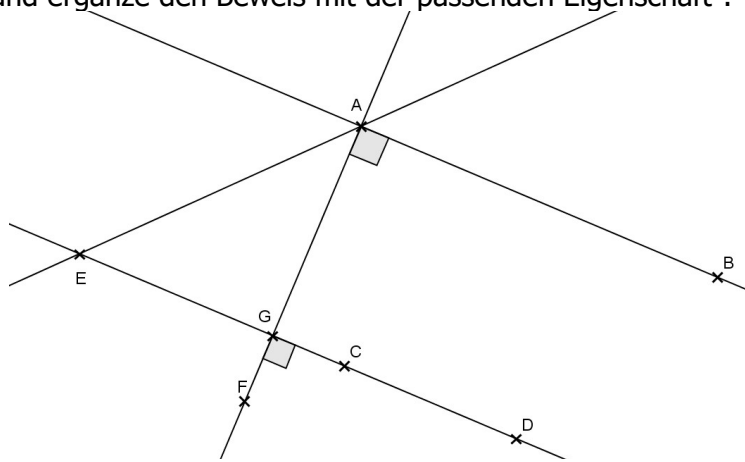


### Merke :

Die Schnittpunkte bilden eine Kardioide, d.h. eine Herzkurve.

## Übung 7

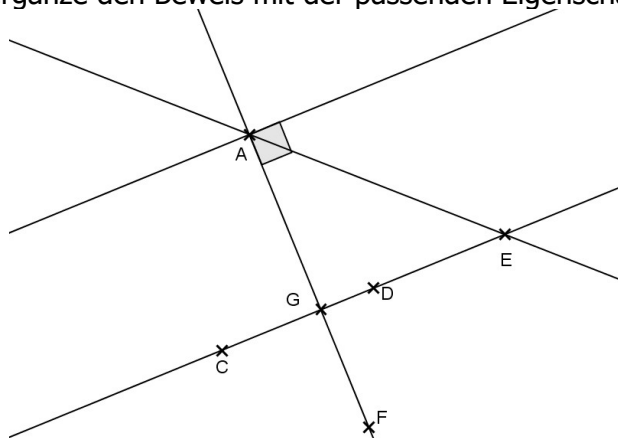
Beobachte die Figur und ergänze den Beweis mit der passenden Eigenschaft :



Was ich weiß :	Ich benutze die Eigenschaft :	Daher folgt :
$(AB) \perp (AG)$ $(GD) \perp (AG)$		$(AB) \parallel (GD)$

## Übung 8

Beobachte die Figur und ergänze den Beweis mit der passenden Eigenschaft :



Was ich weiß :	Ich benutze die Eigenschaft :	Daher folgt :
$(AB) \perp (AG)$ $(AB) \parallel (GD)$		$(GD) \perp (AG)$

## Übung 9

- Zeichne ein Dreieck ABC.  
Zeichne die Gerade (g), die durch C und rechtwinklig zu (BC) verläuft.  
Zeichne die Gerade (g'), die durch A und parallel zu (BC) verläuft.
- Beweise, dass die Geraden (g) und (g') rechtwinklig zueinander sind.

## Übung 10

- Zeichne eine Gerade (MN).  
Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (MN), die durch N verläuft. Zeichne auf dieser Geraden den Punkt R ein.  
Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (NR), die durch R verläuft. Zeichne auf dieser Geraden den Punkt S ein.
- Beweise, dass (MN) und (RS) parallel zueinander sind.

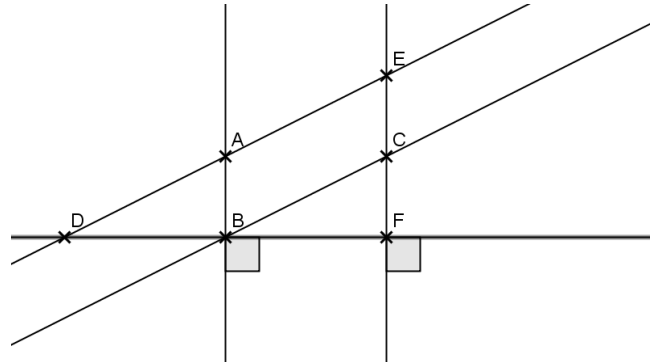
## Parallelogramme - Definition und Eigenschaften

### Übung 1

Es gilt :

- $(AC) \parallel (DF)$
- $(ED) \parallel (BC)$
- $(AB) \parallel (EF)$

Nenne alle Parallelogramme der Figur.



### Übung 2

Zeichne alle Parallelogramme mit Ecken A, B und C. Wie heißen sie ?  
Erkläre und begründe dein Verfahren.

x<sup>A</sup>

x<sup>B</sup>

x<sup>C</sup>

### Übung 3

1. Zeichne eine 6 cm lange Strecke [AB].  
Zeichne ein Parallelogramm, sodass [AB] eine seiner Seiten ist.  
Erkläre und begründe dein Verfahren.
2. Zeichne eine neue 6 cm lange Strecke [AB].  
Zeichne ein Parallelogramm, sodass [AB] eine seiner Diagonalen ist.  
Erkläre und begründe dein Verfahren.

### Übung 4

Für folgende Figuren sollst du zuerst eine übersichtliche Planfigur zeichnen, und dein Verfahren erklären und begründen.

1. Zeichne ein Parallelogramm POUV, sodass :  
 $PV = 3 \text{ cm}$ ,  $PO = 3,5 \text{ cm}$  und  $\widehat{OPV} = 70^\circ$ .  
Berechne die Winkelgröße  $\widehat{POU}$ .
2. Zeichne ein Parallelogramm BISO, sodass :  
 $BO = 5,5 \text{ cm}$ ,  $BS = 3 \text{ cm}$  und  $\widehat{OBS} = 120^\circ$ .
3. Zeichne ein Parallelogramm GOIE mit Mittelpunkt L, sodass :  
 $GI = 7 \text{ cm}$ ,  $OE = 5 \text{ cm}$  und  $\widehat{OLI} = 35^\circ$ .

## Symmetrie Elemente der gewöhnlichen Figuren

### Übung 1

Zeichne ein gleichseitiges Dreieck dessen Umfang 9 cm beträgt. Erkläre dein Verfahren.

### Übung 2

1. Zeichne eine 3 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne ein bei C gleichschenkliges Dreieck ABC.
3. Zeichne ein bei B gleichschenkliges Dreieck ABC.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

### Übung 3

1. Zeichne eine 5 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne ein Rechteck ABCD.
3. Zeichne ein Rechteck ACBD.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

### Übung 4

1. Zeichne eine 6 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne eine Raute ABCD.
3. Zeichne eine Raute ACBD.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

### Übung 5

1. Zeichne eine 4 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne ein Quadrat ABCD.
3. Zeichne ein Quadrat ACBD.

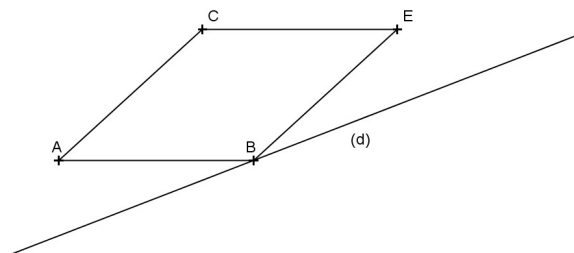
Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

### Übung 6

ABEC ist eine Raute.

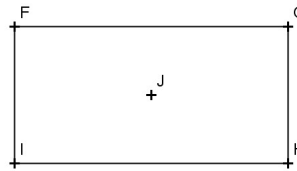
(d) ist die rechtwinklige Gerade zu (BC), die durch B geht.

Beweise, dass :  $(d) \perp (AE)$  .



## Übung 7

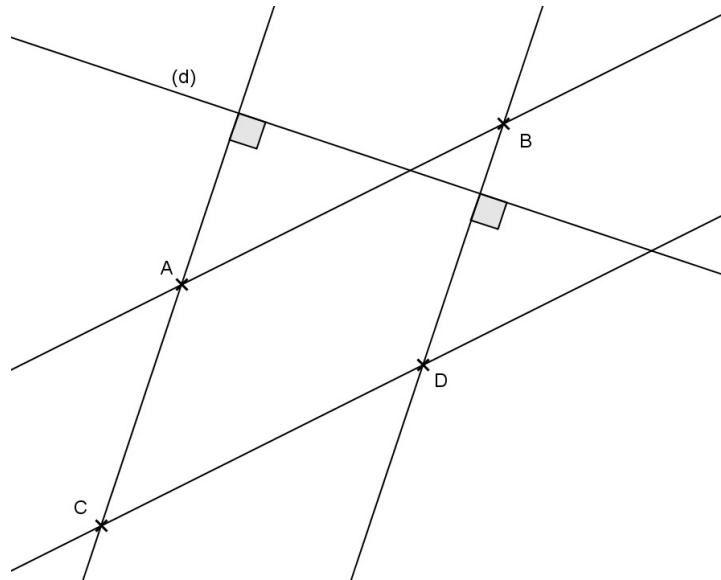
FGHI ist ein Rechteck mit Mittelpunkt J.  
Was ist JGH für ein Dreieck ? Beweises es.



## Parallelogramme erkennen

### Übung 1

Die Geraden (AB) und (CD) sind parallel zueinander.

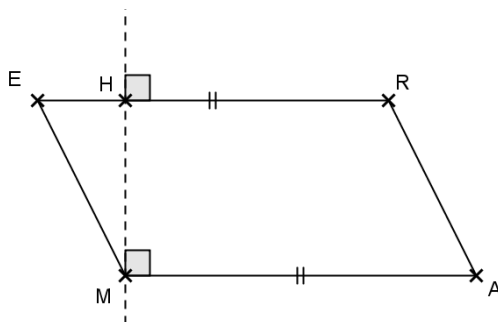


1. Warum sind die Geraden (AC) und (BD) auch parallel zueinander ?
2. Beweise, dass ABDC ein Parallelogramm ist.

### Übung 2

1. Zeichne ein Dreieck MIS.
2. Zeichne A und E, Bildpunkte von I und M bei der Punktsymmetrie an S.
3. Was kann man über das Viereck MIEA behaupten ? Beweise es.

### Übung 3



1. Beweise, dass (AM) und (RE) parallel zueinander sind.
2. Beweise, dass ERAM ein Parallelogramm ist.



## Besondere Parallelogramme erkennen

### Übung 1

Zeichne ein Rechteck RECT mit Mittelpunkt O, sodass  $RC = 6 \text{ cm}$  und  $\widehat{ROE} = 115^\circ$ .

### Übung 2

Zeichne eine Raute LOSA, sodass  $LS = 5 \text{ cm}$  und  $AO = 3 \text{ cm}$ .

### Übung 3

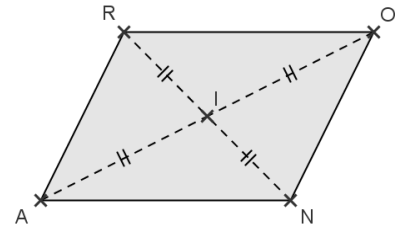
Zeichne ein Quadrat MNPO, sodass  $MP = 4 \text{ cm}$ .

### Übung 4

Das Viereck ANJE ist ein Parallelogramm und es gilt  $\widehat{JEA} = 90^\circ$ .  
Was kann man über ANJE behaupten? Beweise es.

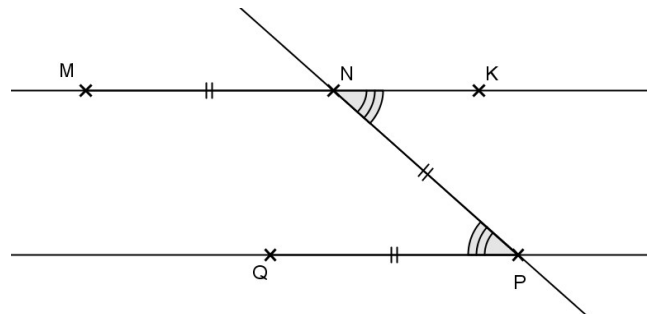
### Übung 5

Die Diagonalen des Vierecks NORA schneiden sich in I.  
Was kann man über NORA behaupten? Beweise es.



### Übung 6

1. Beweise, dass (MN) und (PQ) parallel zueinander sind.
2. Beweise, dass MNPQ ein Parallelogramm ist.
3. Beweise, dass MNPQ eine Raute ist.



### Übung 7

Zeichne ein bei O rechtwinkliges Dreieck LOU.  
Zeichne N und A, die Bildpunkte von L und U bei der Punktsymmetrie an O.  
Beweise, dass LUNA eine Raute ist.

## **Übung 8**

Zeichne um einen Punkt  $O$  einen Kreis mit dem Radius  $4\text{ cm}$ .

Zeichne  $[AC]$  und  $[BD]$ , zwei zueinander rechtwinklige Durchmesser des Kreises.

Beweise, dass  $ABCD$  ein Quadrat ist.

## Die Gleichheit des Pythagoras

### Wortschatz :

die Kathete :le côté de l'angle droit

die Gleichheit / die Gleicheit :l'égalité (les deux orthographes sont possibles)

die pythagoreischen Zahlen / das pythagoreische Zahlentripel :le triplet pythagoricien

### Das Puzzle Pythagoras

1. Zeichne ein Dreieck PAL, das rechtwinklig in A ist, sodass :

AL = 6 cm, AP = 4,5 cm und PL = 7,5 cm.

Zeichne dann außerhalb des Dreiecks drei Quadrate PLUS, LAMI und PABO.

2. Zerlege das Quadrat LAMI in 4 Teile :

- Zeichne die parallele Gerade zu (PL), die durch A geht.
- Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (PL), die durch M geht.

Schneide und male die 4 Teile des Quadrates LAMI und das Quadrat PABO aus.

3. Erstelle dann mit den 5 farbigen Teilen das Quadrat PLUS. Was kannst du daraus über die Flächeninhalte der 3 Quadrate vermuten ? Überprüfe deine Vermutung durch Rechnen der Flächeninhalte.

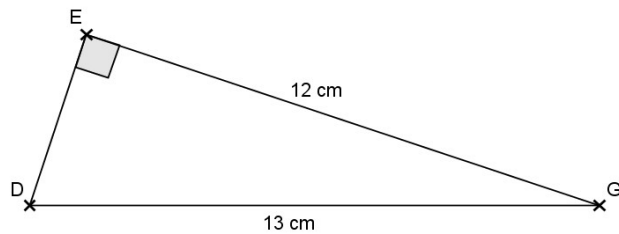
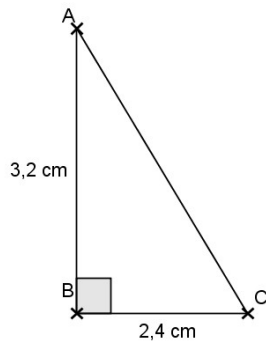
4. Wie lautet die Gleichheit generell wenn AL = a, AP = b und PL = c gilt ?

Diese Gleichheit heißt « die Gleichheit des Pythagoras »

## Ein paar Übungen...

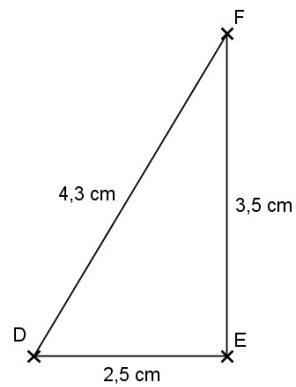
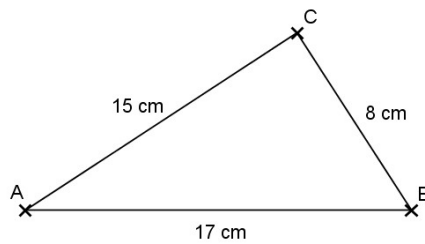
### Übung 1

Berechne die fehlende Länge.



### Übung 2

Sind die Dreiecke rechtwinklig ?

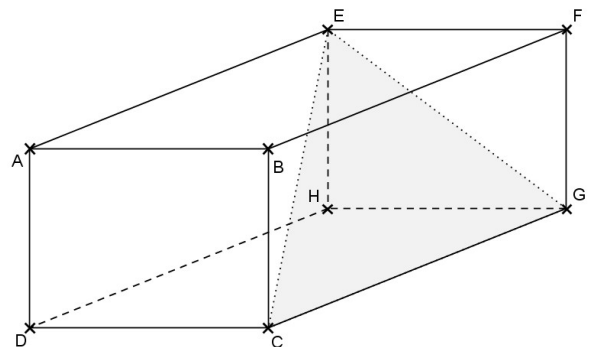


### Übung 3

$ABCDEFGH$  ist ein Quader.

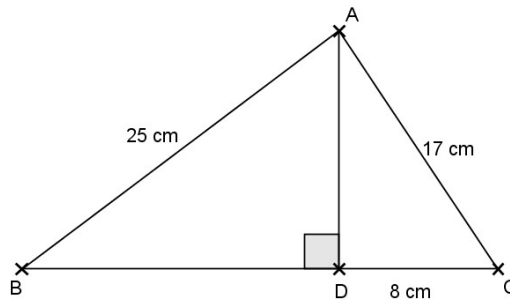
Es gilt :  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $AD = 3 \text{ cm}$ ,  $AE = 6 \text{ cm}$ .

1. Zeichne das Dreieck  $EFG$  in wahrer Größe und rechne dann  $EG$ .
2. Zeichne das Dreieck  $EGC$  in wahrer Größe und rechne dann  $EC$ .



## Übung 4

Berechne den Flächeninhalt von ABC.



## Übung 5

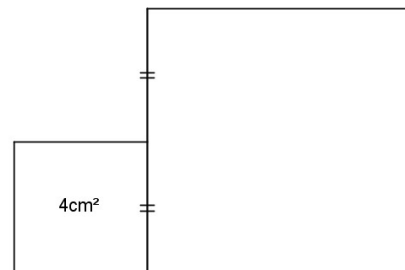
Zeichne ein Dreieck ABC, sodass  $AB = 6$  cm,  $BC = 2,5$  cm und  $AC = 6,5$  cm. Zeichne dann den Punkt D so ein, dass  $BD = 4,5$  cm und  $AD = 7,5$  cm. Wie viele Möglichkeiten gibt es ?

1. Beweise, dass die Punkte B, C und D auf einer Geraden liegen.
2. Berechne in jedem Fall den Flächeninhalt des Dreiecks ACD.

## Zum Knobeln...

## Übung 6

Konstruiere ein Quadrat, dessen Flächeninhalt gleich mit der Summe der Flächeninhalte der zwei hierneben abgebildeten Quadrate ist. Erkläre dein Verfahren.



## Übung 7

Ein Seil ist 101 m lang und liegt am Boden, festgenagelt an zwei Zaunpfählen, die 100 m voneinander entfernt stehen.

Tom steht in der Mitte zwischen den zwei Zaunpfählen und hebt das Seil so hoch wie möglich.

Kann er unter dem Seil stehen, ohne sich bücken zu müssen ?

## Der Strahlensatz – Teil 1

### Wortschatz :

Was in deutschen Büchern steht...

Erster Strahlensatz : « Werden Strahlen eines Büschels von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der Abschnitte auf einem Strahl zueinander wie die Längen der gleich liegenden Abschnitte auf einem anderen Strahl des Büschels »

Zweiter Strahlensatz : « Werden Strahlen eines Büschels von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der zwischen denselben Strahlen liegenden Parallelenabschnitte zueinander wie die Längen der vom Scheitelpunkt aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte des Büschels »

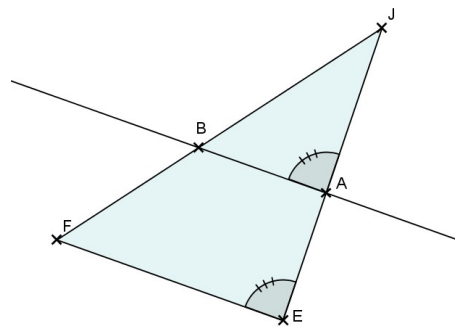
### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Es gilt :

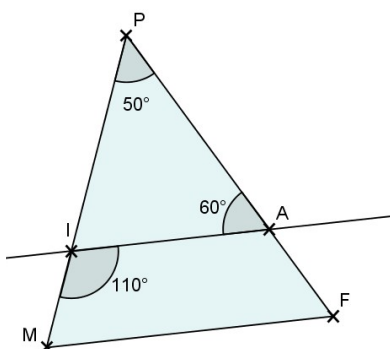
- J, B und F liegen auf einer Geraden
- J, A und E liegen auf einer Geraden
- $EF = 6 \text{ cm}$  ;  $JA = 7 \text{ cm}$  ;  $JE = 9 \text{ cm}$  ;  $JB = 8 \text{ cm}$

Berechne AB und JF. Gib den exakten Wert an.



*On démontre que les droites (BA) et (FE) sont parallèles avant d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer AB et JF.*

#### Übung 2



Es gilt :

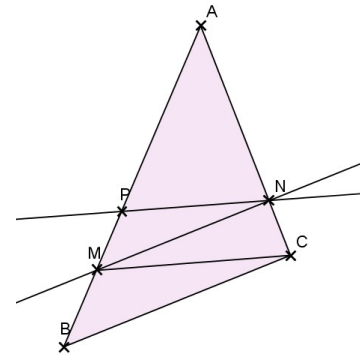
- P, A und F liegen auf einer Geraden
- (AI) und (FM) sind parallel zueinander
- $PA = 9 \text{ cm}$  ;  $AF = 3 \text{ cm}$  ;  $PI = 5 \text{ cm}$

Berechne MI.

*On démontre que les points P, I et M sont alignés avant d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer PM puis IM.*

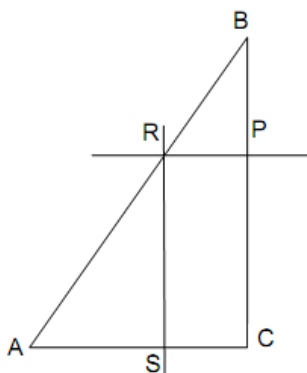
### Übung 3

ABC ist ein Dreieck und M gehört zur Strecke [AB]  
 Für den Punkt N gilt :  $N \in [AC]$  und  $(MN) \parallel (BC)$   
 Für den Punkt P gilt :  $P \in [AB]$  und  $(PN) \parallel (MC)$   
 Vergleiche die Quotienten  $\frac{AM}{AB}$  und  $\frac{AP}{AM}$



*On utilise le théorème de Thalès dans deux triangles différents pour conclure à une égalité de rapports*

### Übung 4



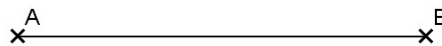
Gegeben ist ein Dreieck ABC :  $AB = 17,5 \text{ cm}$  ;  $BC = 14 \text{ cm}$  ;  $AC = 10,5 \text{ cm}$   
 Der Punkt P liegt auf der Strecke [BC], 5 cm vom Punkt B entfernt  
 • Die Parallele durch den Punkt P zur Geraden (AC) schneidet die Strecke [AB] in R.  
 • Die Parallele durch den Punkt R zur Geraden (BC) schneidet die Strecke [AC] in S.  
 Berechne den Flächeninhalt von PRSC.

*On utilise l'égalité de Pythagore pour démontrer que le triangle ABC est rectangle en C puis les propriétés des parallélogrammes pour démontrer que PRSC est un rectangle. Puis on calcule PR (et enfin l'aire de PRSC) grâce au théorème de Thalès.*

### Zum Knobeln...

### Übung 5

1. Teile (ohne zu messen.) [AB] in fünf gleich lange Teilstrecken :



2. Zeichne auf der Geraden (CD) (und ohne zu messen.) den Punkt M so ein, dass :  $\frac{MC}{MD} = \frac{4}{7}$



## Der Strahlensatz – Teil 2

### Übung 1

1. Zeichne einen Kreis ( $C$ ) um einen Punkt  $O$  mit dem Durchmesser  $[AB]$  (es soll gelten  $:AB=6$  cm).
2.  $M$  liegt so auf dem Kreis, dass  $BM = 3,6$  cm. Berechne  $AM$  (Runde auf Zehntel).
3.  $P$  liegt auf der Strecke  $[AB]$ , sodass  $PA = 4,5$  cm. Zeichne die Parallele zu  $(MB)$  durch den Punkt  $P$ . Sie schneidet  $[AM]$  in  $R$ . Berechne  $AR$  und  $RP$ .

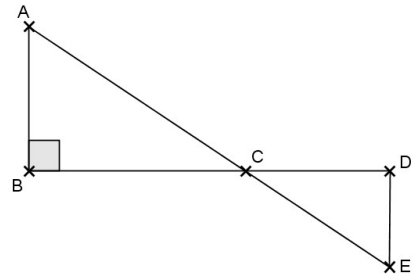
### Übung 2

Das Dreieck  $ABC$  ist rechtwinklig in  $B$ .

$C \in [BD]$  und  $C \in [AE]$ .

$BC = 12$  cm ;  $CD = 9,6$  cm;  $DE = 4$  cm;  $CE = 10,4$  cm.

1. Beweise, dass das Dreieck  $CDE$  rechtwinklig in  $D$  ist. Was kannst du daraus über die Geraden  $(AB)$  und  $(DE)$  schließen ? Begründe !
2. Berechne  $AB$ .



### Übung 3

1. Zeichne einen Kreis ( $C$ ) mit dem Mittelpunkt  $O$  und mit dem Durchmesser  $[AB]$  ( $AB=10$  cm).  $M$  liegt auf  $[OB]$  so dass  $OM = 3$  cm . Zeichne die Senkrechte zu der Geraden  $(AB)$  durch den Punkt  $M$ . Sie schneidet den Kreis ( $C$ ) in  $E$ .
2. Berechne  $ME$ . Begründe deine Antwort.
3. Zeichne die Tangente an den Kreis ( $C$ ) in dem Punkt  $A$ ; sie schneidet  $(OE)$  in  $F$ .
  - a) Beweise, dass die Geraden  $(AF)$  und  $(ME)$  parallel zueinander sind.
  - b) Berechne den Umfang des Dreiecks  $AOF$ .



## Übung 4

ABC ist ein Dreieck, sodass  $AB = 4,2$  cm;  $AC = 5,6$  cm und  $BC = 7$  cm.

Außerdem gilt :

- M liegt auf der Strecke [BC] ( $M \in B$  und  $M \in C$ )
- Die Senkrechte zu der Geraden (AB) durch den Punkt M schneidet [AB] in H
- Die Senkrechte zu der Geraden (AC) durch den Punkt M schneidet [AC] in K

1. Beweise, dass ABC rechtwinklig in A ist.
2. Beweise, dass die Geraden (HM) und (AK) parallel zueinander sind.

### Teil 1 :

In diesem Teil gilt :  $BM = 1,4$  cm.

3. Berechne BH und HM, und schließe daraus AH.
4. Berechne den Umfang des Rechtecks AHMK.

### Teil 2 :

In diesem Teil gilt  $BM = x$  cm ( $0 < x < 7$ ).

5. Beweise, dass  $HM = 0,8x$  und dass  $BH = 0,6x$ . Schließe daraus, dass  $AH = 4,2 - 0,6x$ .
6. Bestimme den Umfang des Rechtecks AHMK in Bezug auf  $x$ .
7. Berechne den Wert von  $x$  so, dass  $HM = AH$ .
8. Ist in diesem Fall AHMK ein besonderes Rechteck ? Berechne seinen Umfang.

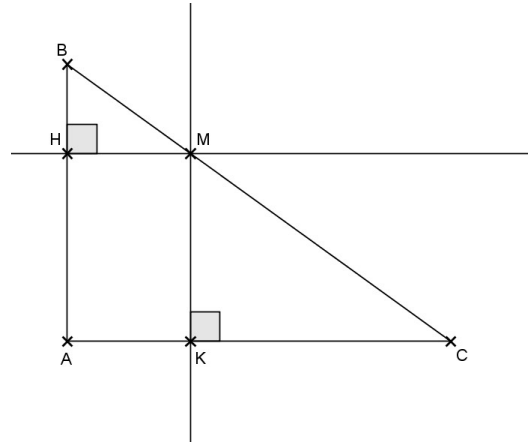
## Verbesserung der Übung 4

1. Bei dem Dreieck ABC ist die längste Seite [BC].

Außerdem gilt :

- $BC^2 = 7^2 = 49$
- $AB^2 + AC^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$

Die Gleichheit des Pythagoras ist erfüllt, daher ist das Dreieck ABC rechtwinklig in A



**Teil 1** :  $BM = 1,4$  cm

3. Für die Dreiecke BAC und BHM gilt :

- $H \in (BA)$
- $M \in (BC)$
- $(HM) \parallel (AC)$

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{BH}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{HM}{AC}$$

$$\frac{BH}{4,2} = \frac{1,4}{7} = \frac{HM}{5,6}$$

$$BH = \frac{1,4 \times 4,2}{7} = 0,84 \text{ cm}$$

$$HM = \frac{1,4 \times 5,6}{7} = 1,12 \text{ cm}$$

$$4. U = AH \times 2 + HM \times 2 = (4,2 - 0,84) \times 2 + 1,12 \times 2 = 6,72 + 2,24 = 8,96 \text{ cm}$$

**Teil 2** :  $BM = x$  cm

5. Für die Dreiecke BAC und BHM gilt :

- $H \in (BA)$
- $M \in (BC)$
- $(HM) \parallel (AC)$

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{BH}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{HM}{AC}$$

$$\frac{BH}{4,2} = \frac{x}{7} = \frac{HM}{5,6}$$

$$BH = \frac{x \times 4,2}{7} = x \times \frac{4,2}{7} = x \times 0,6 = 0,6x$$

$$HM = \frac{x \times 5,6}{7} = x \times \frac{5,6}{7} = 0,8x$$

$$AH = AB - BH = 4,2 - 0,6x$$

$$6. U(x) = AH \times 2 + HM \times 2 = (4,2 - 0,6x) \times 2 + 0,8x \times 2 = 8,4 - 1,2x + 1,6x = 8,4 + 0,4x$$

$$7. HM = AH$$

$$0,8x = 4,2 - 0,6x$$

$$0,8x + 0,6x = 4,2$$

$$1,4x = 4,2$$

$$x = \frac{4,2}{1,4}$$

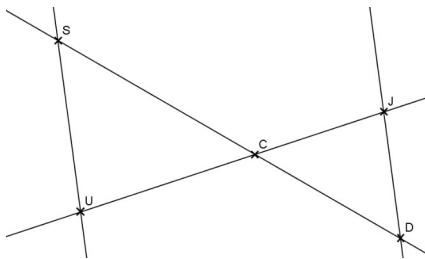
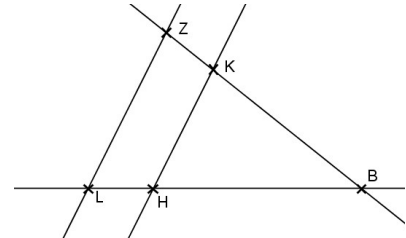
$$x = 3$$

8. Wenn  $x = 3$ , dann ist AHMK ein Quadrat mit der Seitenlänge  $0,8 \text{ cm} \times 3 = 2,4 \text{ cm}$  und sein Umfang beträgt  $: 2,4 \text{ cm} \times 4 = 9,6 \text{ cm}$  oder  $U(3) = 8,4 + 0,4 \times 3 = 8,4 + 1,2 = 9,6 \text{ cm}$

## Der Strahlensatz und seine Umkehrung

### Übung 1

1. Sind die Geraden (LZ) und (HK) parallel zueinander ?  
Es gilt :BH = 4, BL = 6, BK = 3 und BZ = 4,5.
2. Sind die Geraden (LZ) und (HK) parallel zueinander ?  
Es gilt :BL = 7, BH = 5, BK = 3 und BZ = 4.



3. Sind die Geraden (SU) und (DJ) parallel zueinander ?  
Es gilt :CU = 5, CJ = 4, CS = 7 und CD = 6.
4. Sind die Geraden (SU) und (DJ) parallel zueinander ?  
Es gilt :CU = 5, CJ = 4, CS = 7,5 und CD = 6.

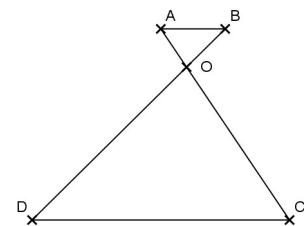
### Übung 2

Zeichne eine Strecke [BC], sodass :BC = 8 cm. Zeichne den Kreis mit Durchmesser [BC]. Der Punkt A liegt auf dem Kreis, sodass :BA = 4 cm.

1. Beweise, dass ABC ein rechtwinkliges Dreieck in A ist.
2. Der Punkt E liegt auf [BA], sodass :BE = 5,5 cm und der Punkt F liegt auf [BC], sodass :BF = 11 cm. Sind die Geraden (EF) und (AC) parallel zueinander ?
3. Berechne dann die Länge EF.

### Übung 3

1. Zeichne ein Parallelogramm ABCD, sodass :AB = 6 cm, BC = 9 cm und AC = 12 cm. Zeichne dann auf [AB] den Punkt E so ein, dass :AE = 4 cm. Die Parallele zu (BC) durch E schneidet (AC) in F. Wie lang ist [AF] ?
2. Zeichne auf [AD] den Punkt G so ein, dass :AG = 5,8 cm. Sind die Geraden (GF) und (DC) parallel zueinander ?

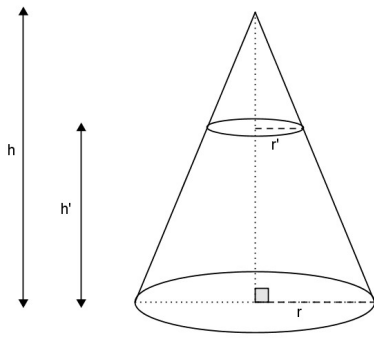


### Übung 4

Es gilt :OA = 3cm ; OB = 2,4 cm ; OC = 5 cm und OD = 4 cm.  
Die Geraden (AC) und (BD) schneiden sich in O.

1. Sind die Strecken [AB] und [CD] parallel zueinander ?
2. CD ist 4 cm länger als AB. Berechne AB und CD.

## Übung 5



Gegeben ist ein Kegel mit dem Grundradius  $r = 7,5$  cm und der Höhe  $h = 18$  cm.

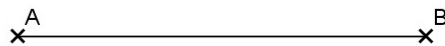
Dieser Kegel wird durch eine zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten.

In welcher Höhe  $h'$  (von der Grundfläche abgemessen) muss dieser Kegel abgeschnitten werden, damit der Radius der Schnittfläche 3 cm beträgt ?

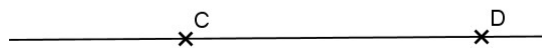
## Zum Knobeln...

## Übung 6

1. Teile (ohne zu messen.)  $[AB]$  in fünf gleich lange Teilstrecken :



2. Zeichne auf  $[CD]$  (und ohne zu messen.) den Punkt  $M$  so ein, dass :  $\frac{MC}{MD} = \frac{3}{5}$



# **GM - Grandeurs et Mesures**

## Längenmessung und Umfang

### Übung 1

Ergänze :

- |                     |                      |                      |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| a) 7,2 m = ..... cm | c) 31,8 km = ..... m | e) 29,8 m = ..... km |
| b) 9 dm = ..... mm  | d) 625 m = ..... m   | f) 3 cm = ..... km   |

### Übung 2

Wie lang ist ungefähr :

- |                   |                |                 |
|-------------------|----------------|-----------------|
| a) ein Reiskorn ? | c) ein Stift ? | e) ein Auto ?   |
| b) ein Schuh ?    | d) ein Wal ?   | f) eine Möhre ? |

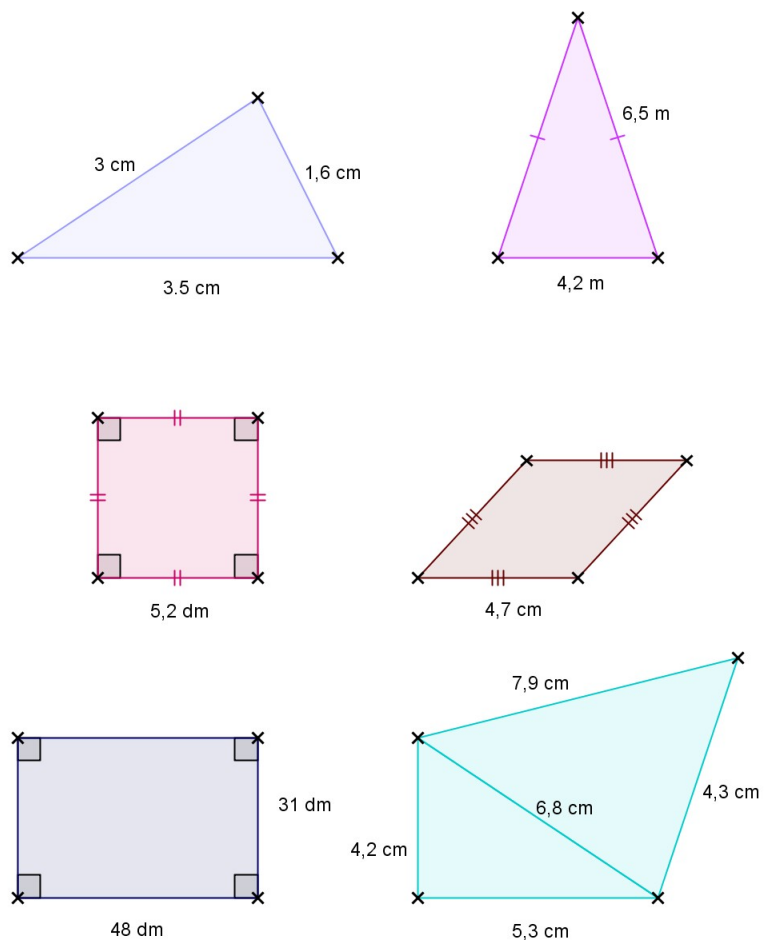
### Übung 3

Berechne folgende Längen :

- |                       |                          |
|-----------------------|--------------------------|
| a) 45 m + 9 dm + 7 cm | c) 5 dam + 7 cm          |
| b) 4 km + 9 hm + 3 m  | d) 25 dm + 92 cm + 65 mm |

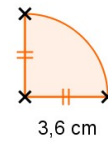
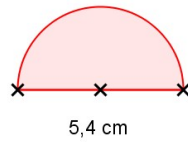
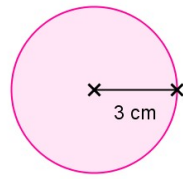
### Übung 4

Bestimme den Umfang folgender Figuren :



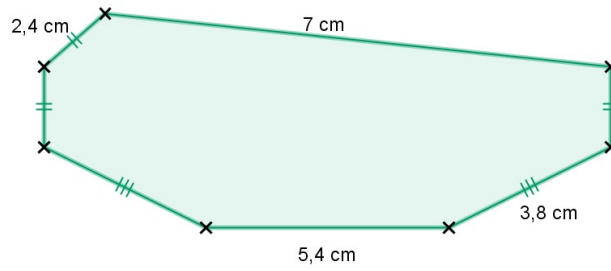
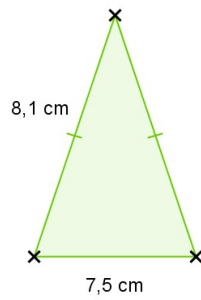
### Übung 5

Bestimme den Umfang folgender Figuren :



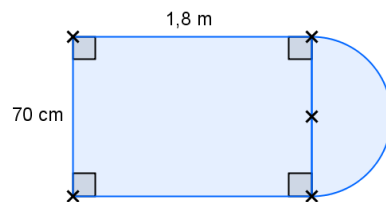
### Übung 6

Vergleiche den Umfang beider Figuren :



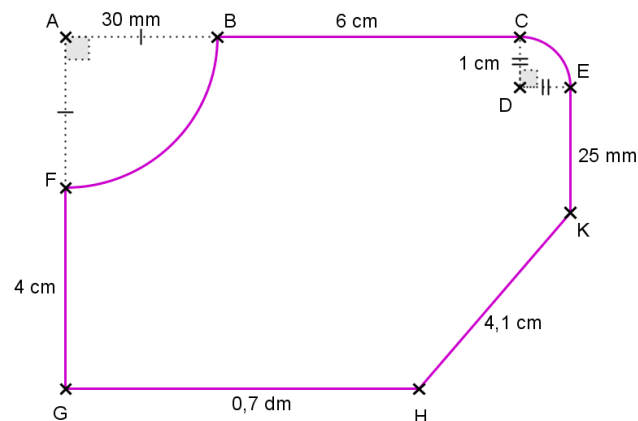
### Übung 7

Berechne den Umfang der Figur :



### Übung 8

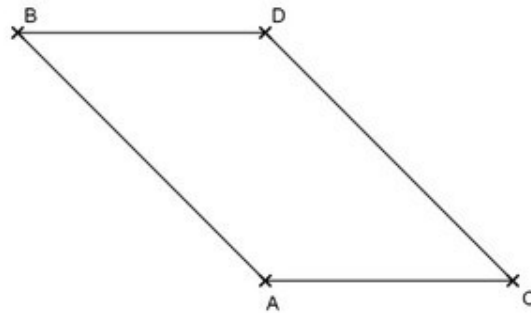
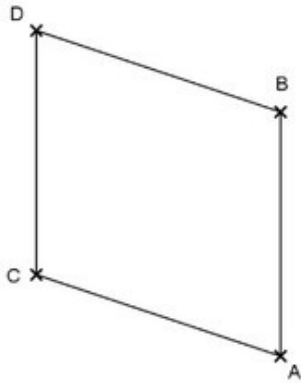
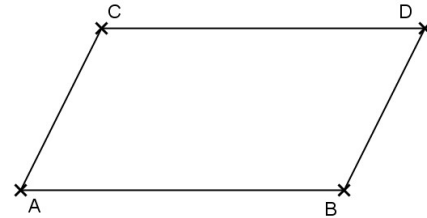
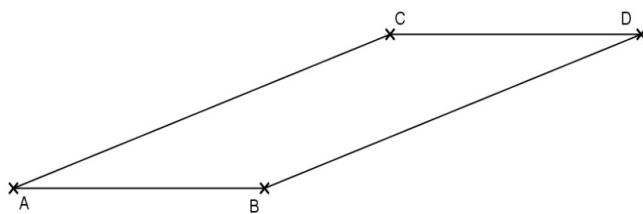
Berechne den Umfang der Figur :



# Flächeninhalt

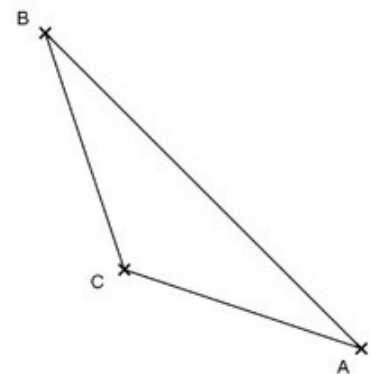
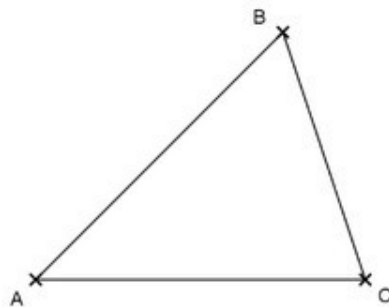
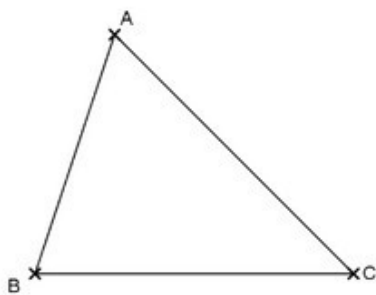
## Übung 1

Zeichne für jedes Parallelogramm die Höhe zu [AB]



## Übung 2

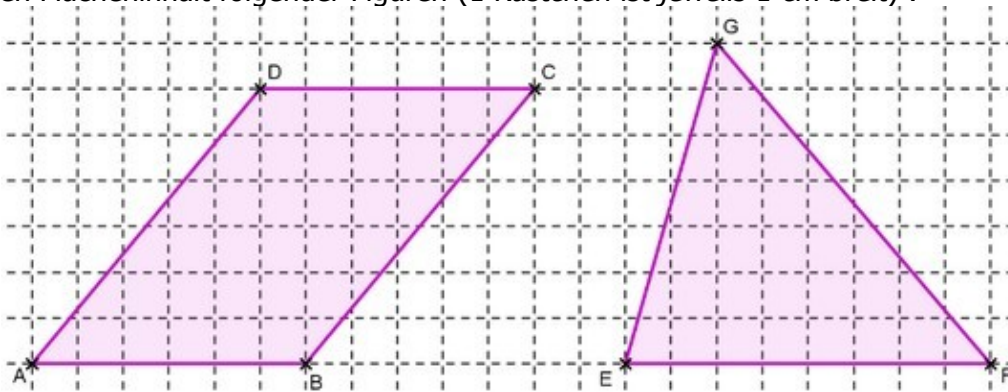
Zeichne für jedes Dreieck die Höhe durch A :





### Übung 3

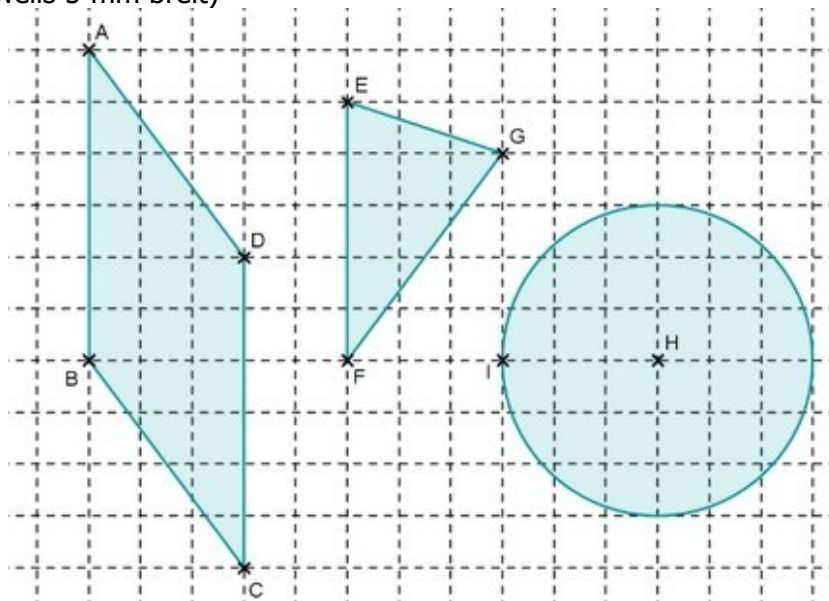
Berechne den Flächeninhalt folgender Figuren (1 Kästchen ist jeweils 1 cm breit) :



### Übung 4

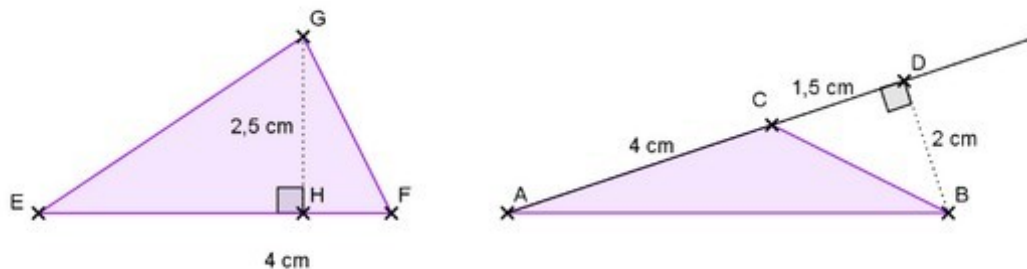
Berechne den Flächeninhalt folgender Figuren :

(1 Kästchen ist jeweils 5 mm breit)



### Übung 5

Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke :



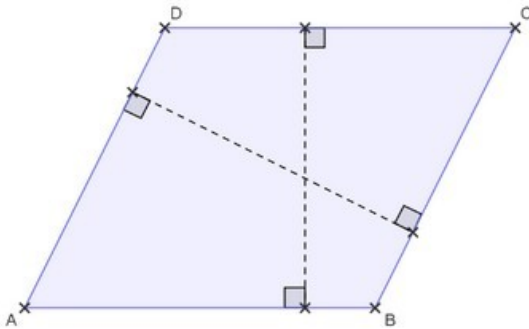
### Übung 6

1. Zeichne ein Quadrat, dessen Flächeninhalt  $25 \text{ cm}^2$  beträgt.
2. Zeichne ein Rechteck, dessen Flächeninhalt  $20 \text{ cm}^2$  beträgt, und das eine 5 cm lange Seite hat.
3. Zeichne einen Kreis, dessen Flächeninhalt  $9\pi \text{ cm}^2$  beträgt.

## Übung 7

1. Zeichne ein Parallelogramm, dessen Flächeninhalt  $20 \text{ cm}^2$  beträgt, und das eine  $5 \text{ cm}$  lange Seite hat.
2. Zeichne ein Dreieck, dessen Flächeninhalt  $6 \text{ cm}^2$  beträgt, und das eine  $4 \text{ cm}$  lange Seite hat.

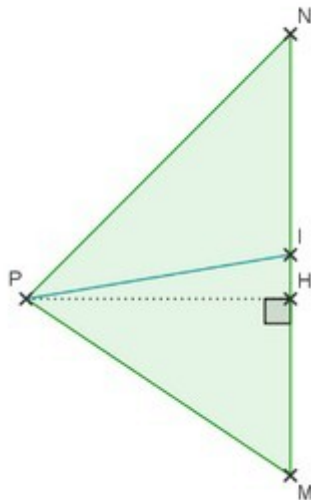
## Übung 8



- $AB = 5 \text{ cm}$
- die Höhe zu  $[AB]$  beträgt  $3 \text{ cm}$
- die Höhe zu  $[AD]$  beträgt  $4 \text{ cm}$ .

1. Bestimme den Flächeninhalt des Parallelograms ABCD.
2. Was kannst du daraus über die Seitenlänge AD schließen ?

## Übung 9



Für das Dreieck MNP gilt :

- $MN = 6 \text{ cm}$
- $PH = 4 \text{ cm}$

I ist der Mittelpunkt der Seite  $[MN]$ .

$(PI)$  heißt die Seitenhalbierende durch P.

1. Berechne den Flächeninhalt von MNP.
2. Berechne den Flächeninhalt von MIP.
3. Berechne den Flächeninhalt von NIP.
4. Was fällt dir auf ? Wie kann man das erklären ?

## Maßstab

### Übung 1

Julians Zimmer ist rechteckig, 3,5 m lang und 2,2 m breit.

Er zeichnet einen Plan seines Zimmers, sodass die Breite auf dem Plan 8,8 cm beträgt.

1. Was ist der Maßstab des Plans ?
2. Wie lang ist das Rechteck auf dem Plan ?

### Übung 2

Ein Turm, der in Wirklichkeit 1,8 m breit ist, sieht auf einem Bild 2 cm breit aus.

1. Bestimme den Maßstab des Bildes.
2. Wie hoch sieht der Turm aus, wenn er in Wirklichkeit 5,4 m hoch ist ?

### Übung 3

Meine Wanderkarte hat den Maßstab  $1/25\ 000$ .

1. Wie viele cm entsprechen auf der Karte einem 1,5 km langen Weg ?
2. Mein gestriger Weg ist auf der Karte 38,2 cm lang. Wie viel bin ich gewandert ?

### Übung 4

1. Ein Haar, das in Wirklichkeit 0,06 mm dick ist sieht auf einem Mikroskopbild 1,2cm dick aus. Was ist der Maßstab des Bildes ?
2. Wie lang wäre auf dem Bild ein Haar, das in Wirklichkeit 8 cm lang ist ?

### Übung 5

Ein rotes Blutkörperchen kann als eine Scheibe mit dem Durchmesser 0,007 mm betrachtet werden.

Zeichne ein Bild des roten Blutkörperchens im Maßstab  $\frac{4000}{1}$  .

### Übung 6

Betrachten wir das Klassenzimmer al ein Rechteck...

1. Ermittle seine Länge und seine Breite (runde au 1m).
2. Zeichne ein Bild des Klassenzimmers im Maßstab  $\frac{1}{100}$  .

## Prisma und Zylinder – Rauminhalt

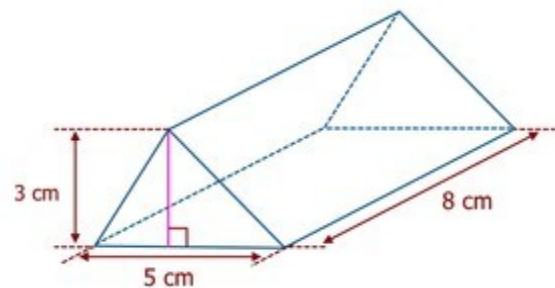
### Übung 1

Wandle um.

1 dm = ..... cm	13,57 dm <sup>2</sup> = ..... mm <sup>2</sup>	4,5 cm <sup>3</sup> = ..... mm <sup>3</sup>
1 dm <sup>2</sup> = ..... cm <sup>2</sup>	25,41 dm = ..... mm	54 m <sup>2</sup> = ..... dam <sup>2</sup>
1 dm <sup>3</sup> = ..... cm <sup>3</sup>	1254 dm <sup>3</sup> = ..... m <sup>3</sup>	2,8 hm = ..... km

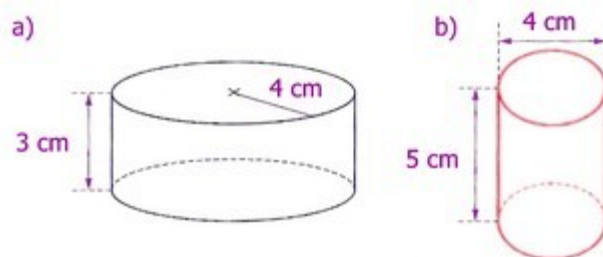
### Übung 2

Berechne das Volumen des Prismas :



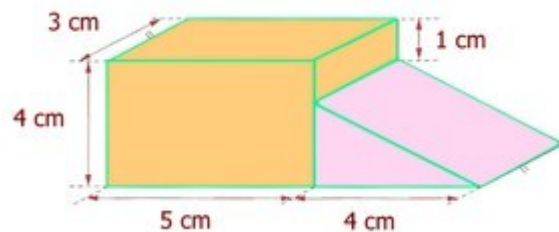
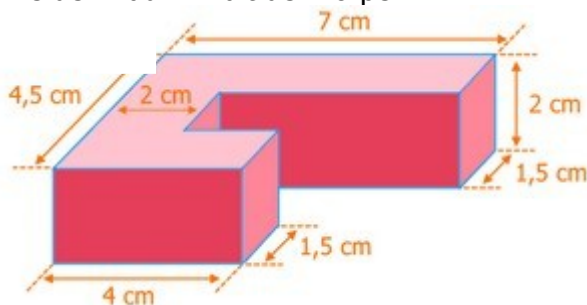
### Übung 3

Berechne das Volumen der Zylinder :  
Gib den exakten Wert an !



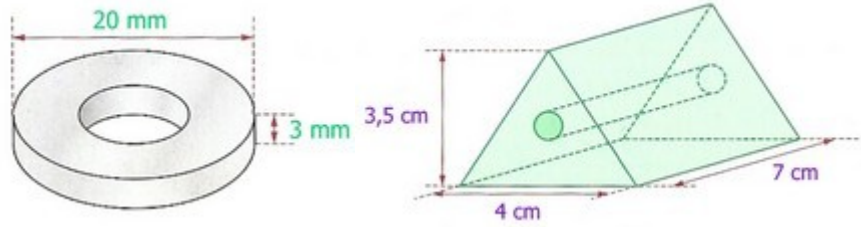
### Übung 4

Berechne den Rauminhalt der Körper :



## Übung 5

Berechne den Rauminhalt der Körper :



1. Der Durchmesser des Lochs, das in die Scheibe gebohrt wurde, beträgt 8 mm.
2. Der Durchmesser des Lochs, das in das Prisma gebohrt wurde, beträgt 5 mm

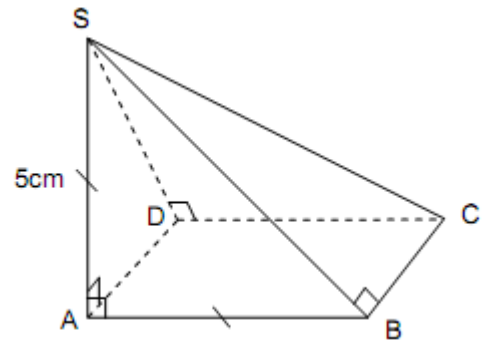
## Pyramide und Kegel – Rauminhalt

### Übung 1 – als Einleitung

Stelle folgende Pyramide her.  
(Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche)

Versuche anschließend mit Hilfe von zwei Kameraden aus drei solchen Pyramiden einen Würfel zu basteln. (Es ist möglich.)

Schließe daraus einen Zusammenhang zwischen dem Rauminhalt der Pyramide und dem Rauminhalt des Würfels.

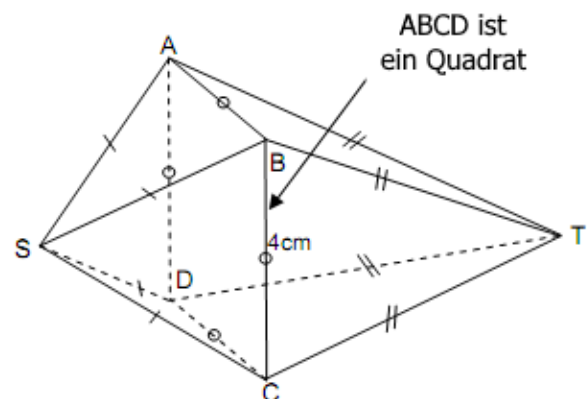


### Übung 2

Stelle folgenden Körper her.

Die Höhe der Pyramide SABCD beträgt 4 cm, und diejenige der Pyramide TABCD beträgt 6 cm.

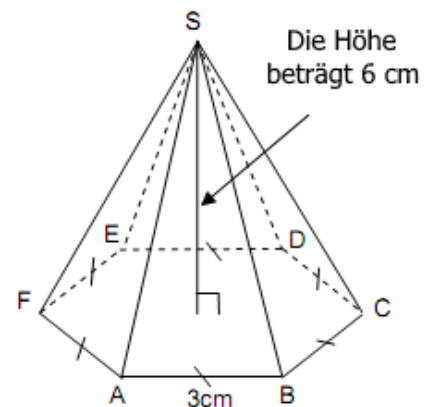
Berechne anschließend seinen Rauminhalt.



### Übung 3

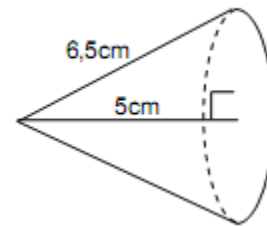
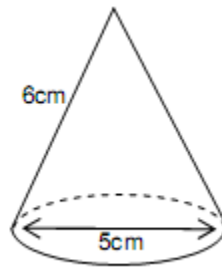
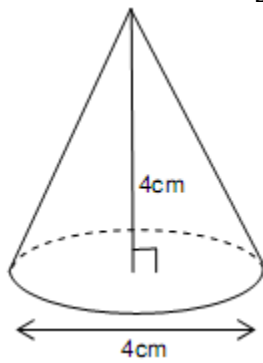
Stelle folgende Pyramide her.

Berechne anschließend ihren Rauminhalt.



### Übung 4

Berechne den Rauminhalt folgender Kegel.



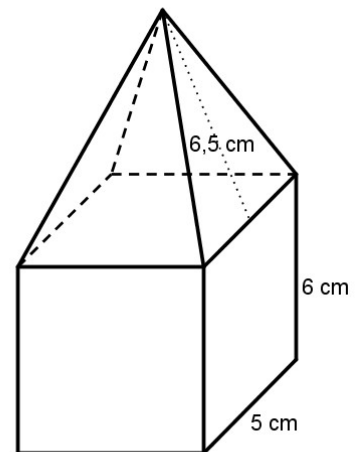
### Übung 5

Ein Holzklötz besteht aus einem Quader und einer regelmäßigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

Berechne den gesamten Flächeninhalt dieses Körpers.

Zusatzfragen :

- Wie viel beträgt die Kantenlänge der regelmäßigen Pyramide ?
- Wie viel beträgt ihre Höhe ?
- Berechne den Rauminhalt des Körpers.



## Zum Knobeln...

### Übung 6

Mit einer halben Scheibe Eiswaffel bereitet Maria eine kegelförmige Eistüte vor.

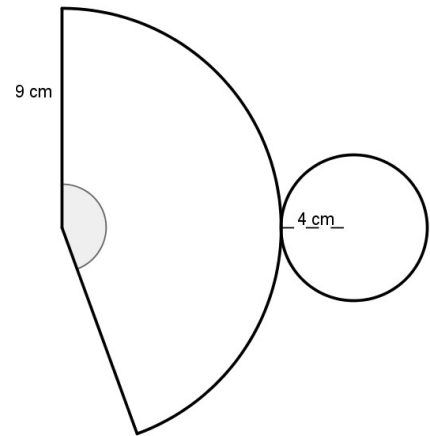
Welche Menge flüssiges Schokoladeneis könnte die Eistüte dann enthalten ?  
Runde auf mL.

### Übung 7

Es wurde der Netz eines Kegels gezeichnet :

Die Mantellinie beträgt 9 cm und die Grundfläche hat den Radius 4 cm.

1. Berechne die Höhe des Kegels und schließe daraus seinen Rauminhalt.
2. Jetzt geht es darum, den Flächeninhalt der Mantelfläche des Kegels zu berechnen (d.h. den Flächeninhalt der Teilscheibe)

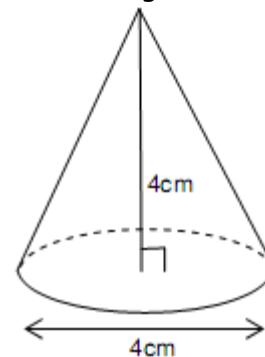
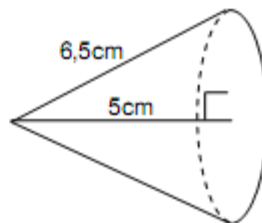
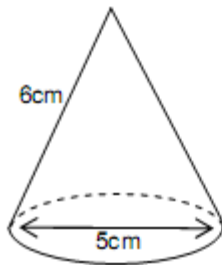


- a) Begründe, dass der Mittelpunktswinkel der Teilscheibe  $160^\circ$  beträgt
- b) Schließe daraus den Flächeninhalt der Mantelfläche.
- c) Wie groß ist also der gesamte Flächeninhalt des Kegels ?

### Übung 8

Stelle folgende Kegel her.

Entnimm die notwendigen Maße den Zeichnungen und schreibe alle notwendigen Rechnungen auf.





## Verbesserung der Übung 8

### Kegel Nr.1 :

- Umfang der Grundfläche :  $2,5 \times 2 \times \pi = 5\pi$
- Die Länge des Teilkreises, der die Mantelfläche begrenzt beträgt also auch  $5\pi$

	Länge	Mittelpunktswinkel
gesamter Kreis	$2 \times 6 \times \pi = 12\pi$	$360^\circ$
Teilkreis	$5\pi$	$\alpha$

$$\alpha = \frac{360^\circ \times 5\pi}{12\pi} = 150^\circ$$

### Kegel Nr.2 :

- Ich berechne die Länge des Radius der Grundfläche :

Es sei [SA] die Mantellinie, [SO] die Höhe des Kegels und [OA] der Radius des Kreises. Das Dreieck SOA ist rechtwinklig in O. Nach dem Satz des Pythagoras gilt :

$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$

$$6,5^2 = 5^2 + OA^2$$

$$OA^2 = 42,25 - 25$$

$$OA^2 = 17,25$$

$$OA \approx 4,2 \text{ cm}$$

- Umfang der Grundfläche :  $4,2 \times 2 \times \pi = 8,4\pi$
- Die Länge des Teilkreises, der die Mantelfläche begrenzt beträgt also auch  $8,4\pi$

	Länge	Mittelpunktswinkel
gesamter Kreis	$2 \times 6,5 \times \pi = 13\pi$	$360^\circ$
Teilkreis	$8,4\pi$	$\alpha$

$$\alpha = \frac{360^\circ \times 8,4\pi}{13\pi} \approx 233^\circ$$

### Kegel Nr.3 :

- Ich berechne die Länge der Mantellinie :

Es sei [SA] die Mantellinie, [SO] die Höhe des Kegels und [OA] der Radius des Kreises. Das Dreieck SOA ist rechtwinklig in O. Nach dem Satz des Pythagoras gilt :

$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$

$$SA^2 = 4^2 + 2^2$$

$$SA^2 = 16 + 4$$

$$SA^2 = 20$$

$$SA \approx 4,5 \text{ cm}$$

- Umfang der Grundfläche :  $2 \times 2 \times \pi = 4\pi$
- Die Länge des Teilkreises, der die Mantelfläche begrenzt beträgt also auch  $4\pi$

	Länge	Mittelpunktswinkel
gesamter Kreis	$2 \times 4,5 \times \pi = 9\pi$	$360^\circ$
Teilkreis	$4\pi$	$\alpha$

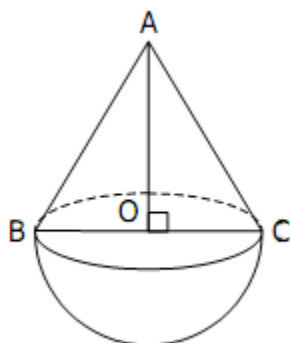
$$\alpha = \frac{360^\circ \times 4\pi}{9\pi} = 160^\circ$$

## Rauminhalt der Kugel

### Übung 1

Eine Kugel wird in 6cm Abstand von ihrem Mittelpunkt aus von einer Ebenen geschnitten. Die daraus entstehende Schnittfläche ist ein Kreis mit dem Radius 8cm und dem Mittelpunkt H. Berechne den Flächeninhalt und den Rauminhalt der Kugel.

### Übung 2



Ein Spielzeug wird aus einer Halbkugel und einem Kegel gebildet. [BC] ist ein Durchmesser der Kegelgrundfläche und O ist der Mittelpunkt dieser kreisförmigen Grundfläche.

Es gilt :AB = 7cm und BC = 6cm.

1. Berechne AO und die Fläche von BAO.
2. Berechne das Volumen des Spielzeuges.

### Übung 3

Ein Aquarium hat die Form einer Kugelkappe mit Mittelpunkt O (siehe Abbildung)

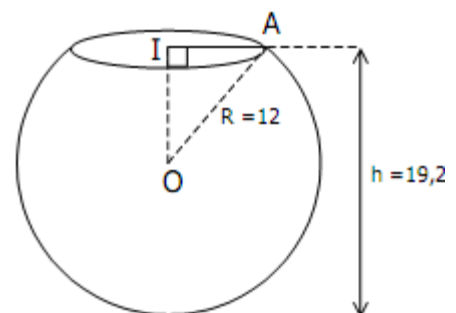
1. Berechne OI und IA.

Der Rauminhalt einer Kugelkappe wird dank folgender Formel

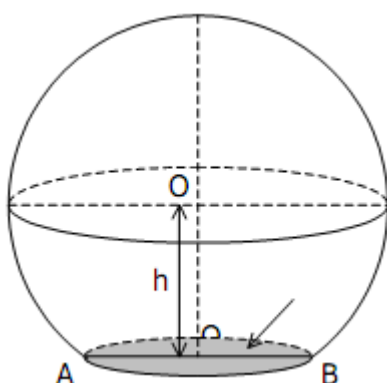
berechnet :  $V = \frac{\pi h^2}{3} \times (3R - h)$  wo R den Radius der Kugel

und h die Höhe der Kugelkappe bezeichnet.

2. Berechne das Volumen des Aquariums.
3. Das im Aquarium enthaltene Wasser wird in einen quaderförmigen Behälter mit der Länge 26cm und der Breite 24cm umgefüllt. Wie hoch steigt das Wasser beim Umfüllen ?



### Übung 4



Ein Schreiner will holzerne Kugeln mit dem Radius 10 cm erzeugen, um sie anschließend auf ein Treppengeländer zu kleben. Er arbeitet mit Würfeln, deren Kantenlänge 20 cm beträgt, und schreinert daraus die Kugeln.

1. Bestimme den Rauminhalt der bei jedem Würfel überflüssigen Holzmenge.
2. Der Schreiner schneidet dann die Kugel (mit Mittelpunkt O) an einer Ebenen entlang um sie kleben zu können. Daraus soll eine Scheibe mit dem Radius 5cm entstehen. Ermittle in welchem Abstand des Kugelmittelpunktes er die Kugel durchschneiden soll.

## 4 – GM – 2 – 1 :

### Dauer

#### Übung 1

Leo geht zu Fuß in die Schule, er braucht 27 min.

Er kommt um 7h53 in der Schule an und verläßt sie um 15h38.

1. Um welche Zeit hat er seine Wohnung verlassen ?
2. Um wie viel Uhr wird er zu Hause ankommen ?
3. Wie viel Zeit hat er in der Schule verbracht ?

#### Übung 2

Ein Auto fährt 110 Stundenkilometer. Wie lange braucht es, um 275 km zu fahren ?

#### Übung 3

Ein Zug fährt 585 km in 3 h 15 min.

1. Wie schnell fährt der Zug ?
2. Welche Strecke legt er in 2h zurück ?
3. Wie lange braucht er, um 63 km zu fahren ?
4. Wie lange braucht er, um 774 km zu fahren ?

#### Übung 4

Lola hat 1,24 Stunden für ihre Mathearbeit gebraucht.

Lena hat für die gleiche Arbeit 1h24min gebraucht.

Wer hat länger gearbeitet ? Begründe.

#### Übung 5

1. Ein Tag dauert offiziell 24h.

In Wirklichkeit dreht sich die Erde aber in nur 23,935 Stunden um sich selbst.

Berechne die Dauer der Erddrehung in Stunden, Minuten und Sekunden.

2. Der Mond braucht ungefähr 29,53 Tage um um die Erde zu drehen.

Wie wird diese Dauer in Tage, Stunden, Minuten und Sekunden ausgedrückt ?

#### Übung 6

Ein Warenzug fährt mit einer gleichmäßigen Geschwindigkeit von  $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Schreibe ab und ergänze die Tabelle (schreibe die nötigen Rechnungen in dein Heft.)

Dauer	1h	3h		2h30min		5h15min	3h12min	
Fahrstreckenlänge (in km)			160		300			272



## **Geschwindigkeit**

### **Ein paar Übungen...**

#### **Übung 1**

Ein Autofahrer hat 153 km in 2 h15 zurückgelegt.  
Was war seine Durchschnittsgeschwindigkeit ?

#### **Übung 2**

Ein Autofahrer ist 3 h 30 gefahren, mit 74 km/h Durchschnittsgeschwindigkeit.  
Wie lang ist die zurückgelegte Strecke ?

#### **Übung 3**

Ein Autofahrer ist 169 km gefahren, mit 65 km/h Durchschnittsgeschwindigkeit.  
Wie lang ist er gefahren ?

#### **Übung 4**

In 24 min fährt ein Radsportler 12 Runden. Jede Runde ist 860 m lang.  
Wie schnell ist er durchschnittlich gefahren ? (Gib die Antwort in km/h an.)

#### **Übung 5**

Eine Schwalbe braucht 15 s um 138 m zu fliegen.  
Wie schnell fliegt sie in km/h?

#### **Übung 6**

Ein Flugzeug legt eine 3 024 km lange Strecke in 3 h 30 zurück.  
Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit :

1. In km/h
2. In m/s

#### **Übung 7**

Hektor lebt 1 200 km von seinem Freund Erwin entfernt.  
Als er ihn das letzte Mal besucht hat, ist er auf der Hinfahrt 160 und auf der Rückfahrt 80 Stundenkilometer gefahren.  
Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Hin- und Rückfahrt.

### Übung 8

Roman fährt in den Urlaub.

Zuerst fährt er 1 h 30min lang mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit, die 50 km/h beträgt.

Dann fährt er 1 h 45 lang Autobahn, mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit, die 120 km/h beträgt.

Was war seine Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Fahrt ?

### Übung 9

Während der Flut schreitet der Ozean voran :alle 6s liegt der Meeresspiegel 6,3 m weiter. Berechne (in m/s, in km/h, in m/min) wie schnell der Ozean voranschreitet.

### Übung 10

1935 fuhr ein Seedampfer 2971 Seemeilen (von Le Havre bis New York) in 4 Tage und 3 Stunden.

Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit :

1. in Knoten (1 Knoten = 1 Seemeile pro Stunde)
2. in km/h (1 Seemeile = 1 852m)

### Übung 11

Die mittlere Abflussmenge des Rheins bei seiner Flussmündung in der Nordsee beträgt ungefähr 2 900 m<sup>3</sup>/s

Wie lange bräuchte man, um ein quaderförmiges Schwimmbad (Maße :50m Länge, 25 Breite und 3 m Tiefe) mit dem Rheinwasser zu füllen ?

### Übung 12

Die schnellsten DSL-Anschlüsse erreichen theoretisch 16 MBits/s.

Friedrich hat seinen Anschluss geprüft und gefunden, dass er bei ihm nur 9,4 MBits/s beträgt, was trotzdem vollkommen ausreichend für seinen Haushalt ist.

Wie lange braucht Friedrich, um ein 67 Go schweres Dokument hochzuladen ?

Merke :

1 MBit/s = 128 ko/s und 1Go = 1 024 ko

## Zum Knobeln...

### Übung 13

Ein Radfahrer legt eine 5 km lange Strecke mit einer Geschwindigkeit von 10km/h zurück.

Er möchte, dass seine Durchschnittsgeschwindigkeit für die Hin- und Rückfahrt 20km/h beträgt.

Wie schnell muss er auf der Rückfahrt fahren ?

## Voneinander abhängige Größen

### Übung 1

- 1927 überflog Charles Lindbergh zum ersten Mal den Atlantik von New-York nach Paris in 33h 30min mit einer Geschwindigkeit von 188 km/h  
Berechne die Länge der Strecke, die er geflogen ist.
- 1976 legte ein Concorde die 5 943 km zwischen New-York und Paris zurück, mit 1 698 km/h Durchschnittsgeschwindigkeit.  
Berechne wie lange der Flug gedauert hat.
- 2003 legte ein Airbus A340 in 7h 45 min die 5 967 km zwischen New-York und Paris zurück.  
Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit (runde auf 1 Stundenkilometer).

### Übung 2

Bei einer Waschmaschine beträgt die Schleuderdrehzahl 600 U/min (das heißt, dass die Waschmaschine beim Schleudern 600 Umdrehungen pro Minuten durchführt)

- Drücke diese Zahl in U/s aus.
- Ein Schleudervorgang dauert 3min 30s. Berechne die Anzahl der Umdrehungen, die die Waschtrommel durchgeführt hat.
- Eine Waschtrommel hat während eines Schleudervorgangs 3 360 Umdrehungen durchgeführt. Berechne (in Minuten und Sekunden) die Dauer des Schleudervorgangs.

### Übung 3

Eine Energiesparlampe mit der Leistung 11W bleibt einen ganzen Tag lang an.  
Ein Fernsehbildschirm mit der Leistung 540W funktioniert 30 Minuten lang.  
Bei welchem Apparat wurde die elektrische Arbeit höher ?

### Übung 4

Folgende Tabelle gibt die Rohdichten verschiedener Metalle an :

Metall	Symbol	Rohdichte (in kg/m <sup>3</sup> )
Kupfer	Cu	8 920
Zinn	Sn	7 310
Iridium	Ir	22 640
Gold	Au	19 300
Platin	Pt	21 450
Blei	Pb	11 350
Zink	Zn	7 150

- Der Rauminhalt einer Zinkplatte beträgt 600 cm<sup>3</sup>. Bestimme ihre Masse.
- Eine Metallkugel mit dem Radius 2 cm wiegt 646,75g.  
Bestimme aus welchem Metall sie besteht.

# **NC - Nombres et Calculs**



## Die Viergrundrechenart

### Übung 1

Rechne (und schreibe den ganzen Rechenweg auf) :

$$A = 7 \times 6 + 4 + 3 \times 5$$

$$B = 5 + 6 \times 3 - 2$$

$$C = 8 \times 7 + 5 - 3 \times 2$$

### Übung 2

Rechne (und schreibe den ganzen Rechenweg auf) :

$$A = 80 - 0,9 \div 3$$

$$B = 24 \times 0,5 + 5 \div 4$$

$$C = 90 - 5 \times 7 + 49 \div 7$$

### Übung 3

Ergänze mit den passenden Zeichen , damit die Gleichung stimmt.

a)  $10 \dots 10 \dots 10 \dots 10 = 100$

c)  $10 \dots 10 \dots 10 \dots 10 = 101$

b)  $10 \dots 10 \dots 10 \dots 10 = 2$

d)  $10 \dots 10 \dots 10 \dots 10 = 20$

### Übung 4

Rechne. Sind jeweils die Klammern notwendig ? Erkläre.

$$A = 13 \times (8 + 3)$$

$$B = 3 + (8 \times 13)$$

$$C = (5 + 8) \div 13$$

### Übung 5

Rechne (und schreibe den ganzen Rechenweg auf) :

$$A = 27,5 - 12,5 - 2,5$$

$$B = 27,5 - (12,5 - 2,5)$$

$$C = 54 \div 9 \div 3$$

$$D = 54 \div (9 \div 3)$$

### Übung 6

Rechne geschickt :

$$A = 4 \times 0,65 \times 25$$

$$C = 1,2 + 4,7 + 5,8 + 0,3$$

$$B = 7,8 + 0,92 + 2,2 + 0,08 + 0,8$$

$$D = 100 \times 2 \times 0,5 \times 0,01$$

### Übung 7

Rechne.

$$A = (8 + 9 + 6) \times 5$$

$$C = 8 + (9 - 6 \div 5)$$

$$E = \left[ \frac{26 - 17}{2} \right] \times 3$$

$$B = (8 + 9) \times (6 + 5)$$

$$D = 4 \times \left[ \frac{12}{11 - 5} \right]$$

$$F = 6 - [4 - 16 \div (5 + 3)]$$

## Übung 8

Rechne (und schreibe den ganzen Rechenweg auf) :

$$A = \frac{17+4}{10}$$

$$B = \frac{5}{6-4}$$

$$C = \frac{8}{\frac{4}{5}}$$

$$D = \frac{\frac{8}{4}}{5}$$

## Übung 9

Füge Klammern hinzu, damit das Ergebnis stimmt.

a)  $5 \times 3 + 8 = 55$

b)  $9 + 4 \times 7 = 37$

c)  $12 - 5 \times 8 = 56$

d)  $3 \times 4 + 2 \times 7 = 26$

e)  $36 \div 3 + 6 = 4$

f)  $100 + 4 + 6 \times 10 = 200$

## Übung 10

1. Schreibe 28 als eine Summe zweier Summanden
2. Schreibe 35 als ein Produkt zweier Faktoren
3. Schreibe 28 als ein Produkt zweier Summen
4. Schreibe 35 als eine Summe zweier Produkte

## Übung 11

1. Schreibe zu jedem Satz einen mathematischen Ausdruck.
  - a) Die Summe des Produktes von acht mit fünf und drei
  - b) Das Produkt von vier mit der Summe von fünfzehn und zwei
2. Schreibe zu jedem Ausdruck einen Satz.
  - a)  $45 - 7 \times 3$
  - b)  $(9 + 12) : 5$

## Übung 12

Der Flächeninhalt meines Gartens beträgt 300 m<sup>2</sup>.

Am Montag habe ich 48 m<sup>2</sup> davon gewässert.

Für den Rest des Gartens habe ich dann 4 Tage gebraucht, und habe an jedem Tag gleich große Flächen gewässert.

Wie groß sind diese Flächen ? Schreibe einen mathematischen Ausdruck.

## Übung 13

Anke hat 18 € für 4 Teddybären ausgegeben.

Sylvie kauft einen ähnlichen Teddybären und bezahlt mit ihrem Taschengeld.

Sie hatte 30 € Ersparnisse.

Wie viel bleibt ihr übrig ? Schreibe einen (einzig.) mathematischen Ausdruck.

## Übung 14

Paul geht mit einem 10€-Schein einkaufen.

In der Bäckerei kauft er drei Brötchen zu je 0,75€ und ein Brot zu 1,90€.

Er geht dann zur Post und kauft vier Briefmarken zu je 0,60 €.

Im Geschäft kauft er dann noch ein halbes Kilo Kartoffel zu 3€ das Kilo.

Wie viel bleibt ihm übrig ? Schreibe einen (einzig.) mathematischen Ausdruck !

## Bruchzahlen

### Übung 1

In meiner Manteltasche habe ich 15 gelbe, 9 rote und 12 grüne Murmeln.

1. Was ist der Bruchteil der gelben Murmeln ?
2. Was ist der Bruchteil der roten Murmeln ?
3. Was ist der Bruchteil der grünen Murmeln ?

### Übung 2

Familie Schmitt besteht aus 8 Personen :

- Simone (48 Jahre)
- Friedrich (47 Jahre)
- Manuela (22 Jahre)
- Kai (18 Jahre)
- Fritz (14 Jahre)
- Franz (14 Jahre)
- Volker (11 Jahre)
- Lars (8 Jahre)

Was ist in dieser Familie :

1. der Bruchteil der Mädchen ?
2. der Bruchteil der Jungen ?
3. der Bruchteil der Volljährigen ?
4. der Bruchteil der volljährigen Mädchen ?
5. der Bruchteil der minderjährigen Jungen ?

### Übung 3

Schreibe ab und ergänze :

$$4 \times \frac{\dots}{\dots} = 1$$

$$5 \times \frac{\dots}{\dots} = 2$$

$$5 \times \frac{3}{5} = \dots$$

$$5 \times \frac{\dots}{\dots} = 1$$

$$2 \times \frac{\dots}{\dots} = 7$$

$$\dots \times \frac{8}{3} = 8$$

### Übung 4

Kürze vollständig folgende Brüche :

- $\frac{14}{6}$

- $\frac{45}{18}$

- $\frac{8}{6}$

- $\frac{12}{16}$

- $\frac{22}{48}$

- $\frac{54}{36}$

- $\frac{35}{25}$

- $\frac{20}{25}$

- $\frac{50}{36}$

- $\frac{100}{30}$

- $\frac{40}{70}$

- $\frac{15}{10}$

### Übung 5

Schreibe folgende Quotienten als vollständig gekürzte Brüche :

- $\frac{12}{0,3}$
- $\frac{4,5}{8,6}$
- $\frac{9,05}{2,7}$
- $\frac{2,38}{92,76}$

### Übung 6

Vergleiche :

1.  $\frac{3}{5}$  und  $\frac{7}{10}$
2.  $\frac{5}{27}$  und  $\frac{1}{9}$
3.  $\frac{5}{4}$  und  $\frac{7}{6}$
4.  $\frac{11}{5}$  ;  $\frac{13}{6}$  und  $\frac{67}{30}$
5.  $\frac{18}{17}$  ;  $\frac{19}{17}$  ;  $\frac{17}{18}$  und  $\frac{16}{18}$

### Übung 7

Rechne :

- $0,9 \div 0,3$
- $0,008 \div 0,02$
- $0,54 \div 0,27$
- $0,8 \div 0,02$
- $1,53 \div 0,3$
- $24 \div 0,8$

### Übung 8

2,4 kg Orangen kosten 3,60€.

Wie teuer ist 1kg ?

### Übung 9

Lars hat 1,600 kg weiße Rüben gekauft und 1,28 € bezahlt.

Wie teuer ist 1 kg Rüben ?

### Übung 10

Mario hat 480 Gramm Kirschen gekauft und 1,44 € bezahlt.

Wie teuer ist 1 kg Kirschen ?

### Übung 11

Linda rennt 75 m in 12,5 Sekunden.

Welche Entfernung legt sie in einer Sekunde zurück ?

## Bruchteil

### Übung 1

Von den 490 Schüler der Schule haben 140 einen Hund als Haustier.  
Welcher Bruchteil der Schüler hat einen Hund ?

### Übung 2

Um einen Kuchen zu backen braucht man 480 g Zucker. Die Packung enthält noch 640 g Zucker.  
Welchen Bruchteil der angebrochenen Packung braucht man, um den Kuchen zu backen ?

### Übung 3

In der Klasse lernen 9 Schüler von 24 Latein.

Roman behauptet, dass  $\frac{5}{8}$  der Schüler kein Latein lernen.

Hat er recht ? Begründe !

### Übung 4

Simons Briefmarkensammlung besteht aus 210 Stück.

$\frac{3}{7}$  der Briefmarken stammen aus ausländischen Ländern.

Wie viele Briefmarken stammen nicht aus dem Ausland ?

### Übung 5

In einer Schule besteht der Sportverein aus :

- einem Drittel 11-Jährigen
- einem Viertel 12-Jährigen
- zwei Fünftel 13-Jährigen
- die anderen Sportler sind alle 14-jährig.

Insgesamt zählen 120 Jugendliche zu dem Sportverein.

1. Berechne die Anzahl der 11-jährigen, 12-jährigen, 13-jährigen und 14-jährigen Sportler des Vereins.
2. Welcher Bruchteil der Sportler ist 14-jährig ?

### Übung 6

$\frac{3}{8}$  der 32 Kinder des Turnvereins kommen mit dem Fahrrad trainieren.

Wie viele Kinder kommen mit dem Fahrrad ?

## **Übung 7**

Franz sammelt Modellautos.

Fünf sechstel seiner Autos sind aus Plastik, die anderen sind aus Metall.

1. Wie viele Autos sind aus Plastik, wenn er insgesamt 48 Autos besitzt ? Erkläre.
2. Wie viele Autos besitzt er insgesamt, wenn er 35 Plastikautos hat ? Erkläre !

## **Übung 8**

$\frac{3}{8}$  der befragten Personen, d.h. 111 Leute, mögen Spinat.

Wie viele Personen wurden befragt ?

## Bruchzahlen addieren und subtrahieren

### Übung 1

Rechne und kürze das Ergebnis :

$$A = \frac{1}{8} + \frac{3}{8}$$

$$B = \frac{7}{15} + \frac{13}{15}$$

$$C = \frac{17}{14} - \frac{3}{14}$$

$$D = \frac{10}{9} - \frac{7}{9}$$

### Übung 2

Rechne und kürze das Ergebnis :

$$A = \frac{2}{3} + \frac{7}{6}$$

$$B = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{3}{4} + \frac{1}{12}$$

$$D = \frac{17}{6} - \frac{1}{2}$$

$$E = \frac{7}{15} + \frac{1}{3}$$

$$F = \frac{7}{27} - \frac{1}{9}$$

$$G = \frac{3}{10} - \frac{5}{100}$$

$$H = \frac{19}{63} - \frac{2}{9}$$

### Übung 3

Rechne und kürze das Ergebnis :

$$A = 2 + \frac{1}{3}$$

$$B = 5 - \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{3}{7} + 4$$

$$D = \frac{9}{4} - 2$$

### Übung 4

Rechne und kürze das Ergebnis :

$$A = \frac{5}{4} + \frac{1}{12} + \frac{3}{4}$$

$$C = \frac{17}{15} - \left( \frac{4}{5} + \frac{2}{15} \right)$$

$$B = 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$D = \frac{4}{3} - \left( \frac{11}{9} - \frac{2}{3} \right)$$

### Übung 5

Rechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.

$$A = \frac{7,8}{1,3} - \frac{2}{3,9}$$

$$C = \frac{3,2}{7} - \frac{2,5}{7}$$

$$E = \frac{2,15}{3} + \frac{5}{0,3}$$

$$B = \frac{4}{1,2} + \frac{7}{0,4}$$

$$D = \frac{3}{1,3} + \frac{2}{2,6}$$

$$F = \frac{14}{0,5} - \frac{2}{0,25}$$

## Übung 6

Rechne und kürze das Ergebnis:

$$A = \frac{4}{3} + \frac{10}{6}$$

$$B = \frac{9}{15} - \frac{1}{5}$$

$$C = \frac{10}{25} + \frac{7}{5}$$

$$D = \frac{63}{81} - \frac{2}{9}$$

## Übung 7

Tobias, Otto und Laura wollen Klassensprecher werden.

Tobias hat  $\frac{1}{3}$  der Stimmen erhalten und Otto hat  $\frac{5}{12}$  der Stimmen erhalten.

1. Welcher Bruchteil der Stimmen hat Laura erhalten ?
2. Wer wird dann gewählt ? Begründe deine Antwort.

## Übung 8

Die Schüler der Klasse arbeiten in Gruppen :  $\frac{1}{3}$  der Schüler macht Geometrieübungen,  $\frac{4}{9}$  lernen die

Mathelektion und der Rest verbessert die Klassenarbeit.

1. Welcher Bruchteil der Schüler verbessert seine Klassenarbeit ?
2. 12 Schüler lernen die Lektion. Wie viele Schüler sind es in der Klasse ?



## Bruchzahlen multiplizieren

### Übung 1

Berechne folgende Bruchteile.

a)  $\frac{2}{3}$  von 18

c)  $\frac{3}{7}$  von 420

b)  $\frac{5}{4}$  von 24

d)  $\frac{17}{11}$  von 55

### Übung 2

Rechne.

$$A = \frac{7}{3} \times \frac{4}{5}$$

$$B = \frac{15}{3} \times \frac{4}{13}$$

$$C = \frac{4}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{13}{4} \times \frac{3}{21}$$

### Übung 3

Rechne.

$$A = \frac{5}{7} \times \frac{7}{4}$$

$$B = \frac{15}{2} \times 4$$

$$C = \frac{5}{12} \times \frac{6}{11}$$

$$D = \frac{21}{8} \times \frac{4}{14}$$

### Übung 4

Rechne.

$$A = \frac{15}{18} \times \frac{9}{25}$$

$$B = 1,8 \times \frac{10}{9}$$

$$C = \frac{24}{49} \times \frac{7}{8}$$

$$D = \frac{4}{33} \times 55$$

### Übung 5

Rechne.

$$A = \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right)$$

$$B = \frac{25}{8} - \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8}\right)$$

$$C = 1 - \left(\frac{9}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}\right)$$

$$D = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{5}$$

### Übung 6

Simons Briefmarkensammlung besteht aus 210 Stück.  $\frac{3}{7}$  der Briefmarken stammen aus ausländischen Ländern.

Wie viele Briefmarken stammen nicht aus dem Ausland ?

### **Übung 7**

In einem Fußballverein sind  $\frac{3}{8}$  der Spieler Ausländer.  $\frac{2}{3}$  der ausländischen Spieler stammen aus Russland.

Welcher Bruchteil der Spieler des Vereins stammt aus Russland ?

### **Übung 8**

Ein Becher kann  $\frac{8}{3}$  L enthalten. Dieser Becher wird zu den  $\frac{3}{4}$  mit Wasser ausgefüllt.

Wie viel Liter Wasser enthält das Glas ?

### **Übung 9**

Julian hat ein Viertel des Kuchens beim Mittagessen gegessen und ein Viertel des Rests gegen vier Uhr.

Welcher Bruchteil des Kuchens bleibt für das Abendessen übrig ?

## Positive und negative Bruchzahlen multiplizieren

### Wortschatz :

- des fractions de même dénominateur : gleichnamige Brüche
- le nombre en écriture fractionnaire : die Bruchzahl ou die gebrochene Zahl
- la fraction décimale : der Zehnerbruch ou der Dezimalbruch
- commuter : vertauschen

« Faktoren darf man vertauschen, dabei bleibt das Produkt gleich »

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Rechne.

$$A = \frac{-3}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{4}{-11} \times \frac{5}{8}$$

$$E = \frac{2}{3} \times \frac{-6}{7}$$

$$B = \frac{-1}{5} \times \frac{11}{-2}$$

$$D = \frac{-8}{5} \times \frac{15}{-9}$$

$$F = \frac{4}{-7} \times \frac{14}{-9}$$

#### Übung 2

Rechne. (denke daran, zu kürzen.)

$$A = \frac{10}{21} \times \frac{-7}{15}$$

$$B = \frac{-4}{3} \times \frac{5}{-3} \times \frac{-1}{7}$$

$$C = \frac{7}{8} \times (-6) \times \frac{-2}{21}$$

#### Übung 3

Rechne.

$$A = \left( \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \right) \times \frac{6}{5}$$

$$C = \frac{1}{9} - \frac{15}{9} \times \frac{1}{6}$$

$$E = -0,25 \times \frac{3}{10} \times \frac{-4}{-9}$$

$$B = \left( \frac{5}{8} - \frac{3}{5} \right) \times \left( \frac{5}{8} + \frac{3}{5} \right)$$

$$D = \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{7} - 2 \right) \times \frac{21}{4}$$

$$F = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{12}{7} - 18 \times \frac{7}{27}$$

#### Übung 4

In Spanien sind  $\frac{1}{3}$  der ausländischen Touristen Engländer und  $\frac{1}{5}$  sind Deutsche. Die ausländischen Touristen anderer Staatsbürgerschaft sind 24,5 Millionen. Wie viele ausländische Touristen sind es, die ihren Urlaub in Spanien verbringen ?

### **Übung 5**

Peter und Marie wollen ihrer Großmutter etwas Schönes schenken.

Peter sagt : „Ich kann  $\frac{4}{7}$  des Preises bezahlen“.

Marie fügt hinzu : „Und wenn wir noch 2,50 € dazurechnen, so können wir schon  $\frac{3}{4}$  des Preises bezahlen,“.

Wie teuer ist das Geschenk ?

### **Übung 6**

Es werden 1 200 kg Orangenblüten gebraucht, um 1 Liter ätherisches Öl herzustellen.

Ein Landwirt hat 3 000 kg Orangenblüten geerntet.

Wie viele  $\frac{2}{3}$  L Flaschen kann er herstellen ?

### **Übung 7**

In einem Fußballverein sind  $\frac{3}{8}$  der Spieler Ausländer.

$\frac{2}{3}$  der ausländischen Spieler stammen aus Russland.

Wie viele Spieler stammen aus Russland, wenn insgesamt 216 Spieler dem Verein angehören ?

## Bruchzahlen dividieren

### Wortschatz :

- on peut employer les termes suivants : « der Kehrwert », « die Kehrzahl » ou « der Kehrbruch » pour désigner l'inverse d'un nombre en écriture fractionnaire
- Brüche mit dem Zähler 1 heißen Stammbrüche
- ein Bruch  $q = \frac{z}{n}$  heißt :
  - echter Bruch wenn  $z < n$  gilt
  - unechter Bruch, wenn  $z > n$  gilt

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Rechne.

$$A = \frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$$

$$C = \frac{6}{5} \div \frac{3}{2}$$

$$E = \frac{-15}{8} \div \frac{-10}{4}$$

$$G = \frac{3}{10} \div \frac{-9}{7}$$

$$B = \frac{-1}{5} \div \frac{1}{3}$$

$$D = \frac{7}{-4} \div \frac{8}{7}$$

$$F = -0,8 \div \frac{5}{-2}$$

$$H = \frac{-7}{3} \div (-3)$$

#### Übung 2

Rechne und ergänze.

$a$	$b$	$a+b$	$a-b$	$a \times b$	$a \div b$
$\frac{2}{7}$	$\frac{-3}{7}$				
$\frac{-5}{2}$	4				
-7	$\frac{-3}{4}$				
$\frac{3}{5}$	$\frac{-10}{11}$				

### Übung 3

Rechne.

$$A = \frac{\frac{1}{-6}}{12}$$

$$C = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{5}\right)$$

$$E = \frac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} \times 7}$$

$$B = \frac{\frac{1}{-6}}{-\frac{6}{12}}$$

$$D = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8}}$$

$$F = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} - \frac{2}{5}$$

### Übung 4

Herr Maier kauft ein neues Auto :er bezahlt  $\frac{1}{5}$  des Preises bei der Bestellung und  $\frac{1}{3}$  des Preises bei der Lieferung. Den Rest soll er in 14 Monatsraten bezahlen.  
Welcher Bruchteil des ursprünglichen Preises beträgt eine Monatsrate ?

### Übung 5

Ein Grundstück wurde in 7 parzelliert :

- Die erste Parzelle beträgt  $\frac{1}{8}$  der gesamten Grundstückfläche.
- $\frac{3}{4}$  des restlichen Grundstücks wurden in 5 gleich großen Parzellen aufgeteilt. .

Welchem Bruchteil der ursprünglichen Grundstückfläche entsprechen die verschiedenen Parzellen ?

## Positive und negative Zahlen

### Übung 1

Ergänze mit  $<$  oder  $>$  :

a)  $75 \dots 57$

b)  $23 \dots -15$

c)  $-6 \dots 4$

d)  $-18 \dots -9$

e)  $102,6 \dots -102,7$

f)  $-4,1 \dots -4,3$

g)  $10\,001 \dots -10,01$

h)  $-8,09 \dots -9,08$

i)  $-10,123 \dots -10,12$

### Übung 2

Gib in jedem Fall die nächstkleinere und die nächstgrößere ganze Zahl an :

8,91

-5,64

-24,75

0,63

### Übung 3

Ergänze mit der nächstkleineren und der nächstgrößeren Dezimalzahl (eine Ziffer nach dem Komma):

$\dots < 7,12 < \dots$

$\dots < -5,64 < \dots$

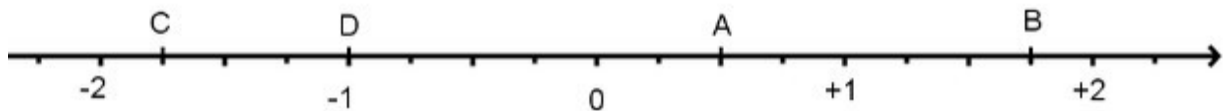
$\dots < -24,75 < \dots$

$\dots < 0,63 < \dots$

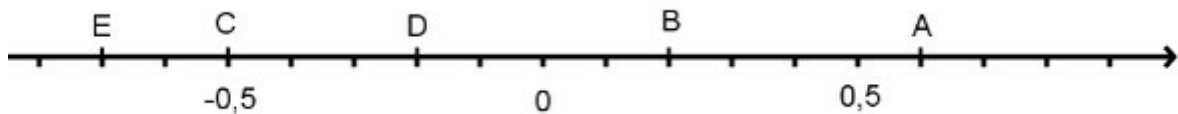
### Übung 4

Gib die Abszisse folgender Punkte an :

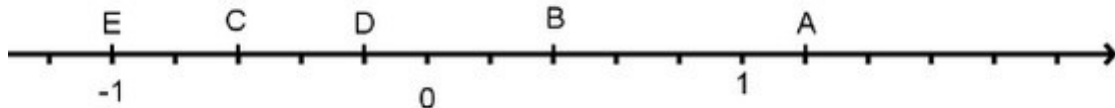
a)



b)



c)







## Positive und negative Zahlen multiplizieren

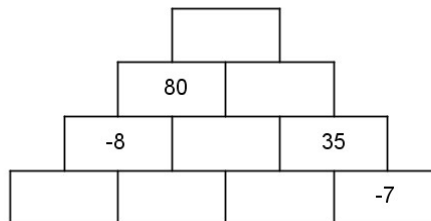
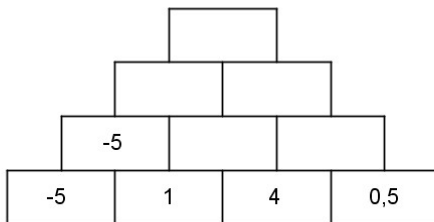
### Wortschatz :

- le signe d'un nombre : das **Vorzeichen** einer Zahl  
*Attention. Ne pas confondre avec le signe opératoire qui est désigné simplement par « das Zeichen »*
- la partie numérique d'un nombre : der **Betrag** einer Zahl  
*on peut aussi utiliser l'expression « der Abstand zur Zahl 0 »*
- le produit : das **Produkt**
- l'opposé de a : die **Gegenzahl** von a

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Ergänze (in jedem Feld soll das Produkt der zwei unteren Felder stehen)



#### Übung 2

Ergänze die Tabelle.

$a$	$b$	$a \times b$	$a + b$	$a - b$	$(a+b)(a-b)$
2	-3				
-1	6				
-4	-5				
-1.2	3.2				

### Übung 3

Rechne und schreibe dabei den ganzen Rechenweg auf. Beachte die Vorrangregeln.

$$A = 3 \times 2 - 10$$

$$B = 7 \times [2 - (-8)]$$

$$C = 5 - 6 \times 4$$

$$D = 7 \times (2 - 5) \times 8$$

$$E = 10 - (6 \times 9 - 34)$$

$$F = (10 - 6) \times 9 - 34$$

$$G = 5 \times (-8) - (-8) \times 4$$

$$H = 5 \times [(-8) - (-8)] \times 4$$

### Übung 4

Rechne wenn gilt :  $x = -3$  und  $y = -2$

$$A = 2 \times x + y$$

$$B = 2(x - y)$$

$$C = -(x + 4)y - 10$$

### Übung 5

Gib das Vorzeichen des Produktes an. Begründe.

$$A = -12 \times (-3,4) \times (-5) \times (-0,6) \times (-2,9)$$

$$B = 12 \times (-2,8) \times (-0,5) \times 10,7 \times (-5,8)$$

$$C = -12 \times 43,1 \times (-15) \times (-0,1) \times (-7,1)$$

### Übung 6

Rechne geschickt.

$$A = (-2) \times (-3,6) \times 50$$

$$B = 25 \times 4,58 \times (-4)$$

$$C = 0,1 \times (-39) \times (-2) \times (-10)$$

$$D = (-3,5) \times 4 \times (-2) \times (-25) \times 0,1$$

## Positive und negative Zahlen dividieren

### Wortschatz :

- le quotient : der Quotient

attention. On dira : « ich rechne den Quotienten... » ou « ... mit dem Quotienten... ». C'est un *masculin faible* comme « der Bär », « der Junge », « der Buchstabe », « der Exponent », der « Dividend »...

- la valeur approchée au centième : der auf Hundertstel gerundete Wert  
« ich runde die Zahl ... auf Hundertstel »
- la valeur approchée par défaut au centième : der auf Hundertstel abgerundete Wert  
« ich runde die Zahl ... auf Hundertstel ab »
- la valeur approchée par excès au centième : der auf Hundertstel aufgerundete Wert  
« ich runde die Zahl ... auf Hundertstel auf »

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Ergänze die Tabelle.

$a$	$b$	$c$	$a \times b$	$b \times c$	$a \times b \times c$
2	-3	4			
-1	5	-2			
1.5	-2	-0.5			
20.1	-1	-0.3			

#### Übung 2

Ergänze die Tabelle.

$a$	$b$	$a+b$	$a-b$	$(a+b) \times (a-b)$	$((a+b) \div (a-b))$
2	-3				
-4	6				
-4	-5				
-1.5	4.5				

#### Übung 3 (mit dem Taschenrechner)

1. Runde auf Zehntel. Hast du auf- oder abgerundet ?

$$A = -1 \div 3 \qquad B = 56 \div (-34) \qquad C = -1 \div (-7) \qquad D = (-97) \div (-23)$$

2. Runde auf Hundertstel. Hast du auf- oder abgerundet ?

$$E = -8 \div 13,5 \qquad F = -12 \div (-7) \qquad G = 5,6 \div (-7,1) \qquad H = (-58) \div (-0,3)$$

### Übung 4

Rechne und schreibe dabei den ganzen Rechenweg auf.

$$A = [(-3) \times 12] \div [(-6) \times 2]$$

$$B = (-48) \div 4 - 6 \div 2$$

$$C = [0,75 - (-0,25)] \times (-31,6 - 3,4)$$

$$D = 18,7 - 18,7 \times 2 - 2$$

### Übung 5

Rechne  $E = ab - c$  und  $F = a \div (b + c)$ , wenn gilt :

1.  $a = -3$  ;  $b = -4$  und  $c = -1$

2.  $a = -6$  ;  $b = 2$  und  $c = -3$

### Übung 6

Füge Klammern hinzu, damit das Ergebnis stimmt :

a)  $20 - 100 \div 5 - 3 \times 10 = 15$

b)  $20 - 100 \div 5 - 3 \times 10 = 30$

c)  $20 - 100 \div 5 - 3 \times 10 = -400$

### Übung 7

$a$  und  $b$  sind zwei negative Zahlen. Gib das Vorzeichen folgender Zahlen an.

1.  $ab$

3.  $-ab$

5.  $(-a) \times (-b)$

7.  $a + b$

2.  $-a \div b$

4.  $-a - b$

6.  $a \div b$

8.  $a \div (-b)$

## Potenzen

### Übung 1

Rechne.

- a)  $2^6$       b)  $(-3)^5$       c)  $7^3$       d)  $(-5)^4$       e)  $(-15)^0$       f)  $0^{24}$       g)  $0,2^2$       h)  $(-0,5)^3$   
 i)  $2^{-2}$       j)  $3^{-3}$       k)  $(-4)^{-2}$       l)  $(-11)^{-1}$       m)  $(-12)^{-2}$       n)  $(-1)^{-13}$       o)  $0,1^{-2}$       p)  $1^{-12}$

### Übung 2

Rechne und kürze das Ergebnis vollständig :

- a)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3$       b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$       c)  $\left(-\frac{1}{7}\right)^3$       d)  $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2}$       e)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$       f)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

### Übung 3

Schreibe unter der Form  $a^n$ , wobei n eine ganze (positive oder negative) Zahl ist.

- a) 25      c)  $\frac{1}{81}$       e)  $\frac{1}{25}$       g)  $-\frac{1}{8}$       i)  $-\frac{1}{27}$   
 b) -27      d) 0,25      f) 0,04      h) 0,0001      j)  $\frac{25}{16}$

### Übung 4

Welche der folgenden Zahlen sind gleich ?

$$A = 10^2 \times 10^3$$

$$C = 10 \times 10^{-8} \times 10^2$$

$$E = (10^{-1})^5$$

$$B = (10^2)^3$$

$$D = \frac{10^9}{10^3}$$

$$F = \frac{10^{12} \times 10^{-3}}{10^4}$$

### Übung 5

Schreibe unter der Form  $a^n$ , wobei n eine ganze Zahl ist.

- a)  $2^4 \times 2^2$       d)  $(-3)^3 \times 2^3$       g)  $4^{-2} \times 4^{-1}$   
 b)  $\frac{2^5}{2^3}$       e)  $(-3)^2 \times (-3)^3$       h)  $6^{-1} \times 7^{-1}$   
 c)  $5^2 \times 4^2$       f)  $\frac{3^2}{3^6}$       i)  $\frac{5}{5^2}$

## Übung 6

Rechne und schreibe dabei den ganzen Rechenweg auf.

$$A = 3 \times 4^2 + 5$$

$$B = 5(2^2 - 3 \times 8)$$

$$C = (-3)^2 + 6 \times 2^3$$

$$D = 4 + 3^{-2}$$

$$E = (3 \times 4)^2 + 5$$

$$F = \frac{1}{2} + 2^{-2}$$

$$G = -5 - 2^{-1}$$

$$H = (-0,4)^2 \times 10^3 - 5 \times 3^2 + (-3)3 \times 2$$

## Übung 7

Es gilt :  $A = 3 \times 10^4$  und  $B = 4 \times 10^3$

Rechne :

•  $A \times B$

•  $A \div B$

•  $A + B$

•  $A - B$

## Übung 8

Eine Firma liefert Knöpfe in folgender Verpackung :

Auf einem Streifen sind 3 Knöpfe, ein Kärtchen besteht aus 3 Streifen, eine Schachtel enthält 3 Kärtchen, in einem Päckchen sind 3 Schachteln und in einem Karton sind drei Päckchen.

a) Wie viele Knöpfe enthält insgesamt ein Karton?

b) Ein Händler bestellt 729 Knöpfe. Wie viele Kartons werden geliefert ?

## Zum Knobeln...

## Übung 9



Wie viele Blätter sind es am 5. Tag ? Am 10. Tag ?  
Am 35. Tag ?

## Übung 10

Mark legt Reiskörner auf ein Schachbrett. Er legt ein Korn auf das erste Feld, 2 Körner auf das zweite Feld, 4 auf das dritte Feld, usw. Die Anzahl der Reiskörner wird also stets verdoppelt.

Auf welches Feld legt Mark das 1000. Reiskorn ?



## Zehnerpotenzen

### Übung 1

Ergänze die Tabelle :

Zehnerpotenz	$10^{-3}$			$10^{-5}$	$10^2$	
Dezimalschreibweise			0.01			
Bruchschreibweise		$\frac{10}{1}$				$\frac{1}{10000}$

### Übung 2

Verbinde jede Zahl mit ihrer wissenschaftlichen Schreibweise.

- |           |                         |
|-----------|-------------------------|
| 317 •     | • $3,17 \times 10^0$    |
| 0,317 •   | • $3,17 \times 10^5$    |
| 317 000 • | • $3,17 \times 10^{-1}$ |
| 0,00317 • | • $3,17 \times 10^{-2}$ |
| 3,17 •    | • $3,17 \times 10^2$    |
| 0,0317 •  | • $3,17 \times 10^{-3}$ |

### Übung 3

$$A = \frac{5 \times 10^8 \times 11 \times 10^3}{22 \times 10^5} \quad \text{und} \quad B = \frac{49 \times 10^{-4} \times 75 \times 10^5}{35 \times (10^{-3})^2}$$

Gib die Dezimalschreibweise und die wissenschaftliche Schreibweise folgender Zahlen an.

- |           |                 |
|-----------|-----------------|
| • $A$     | • $A - B$       |
| • $B$     | • $A \times B$  |
| • $A + B$ | • $\frac{B}{A}$ |

### Übung 4

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt ungefähr dreihundert Millionen Meter pro Sekunde.

1. Gib die wissenschaftliche Schreibweise dieser Geschwindigkeit an !
2. Im Wasser beträgt die Lichtgeschwindigkeit nur drei viertel der Lichtgeschwindigkeit im luftleeren Raum.  
Berechne die Lichtgeschwindigkeit im Wasser und gib ihre wissenschaftliche Schreibweise an.

## Übung 5

1  $mm^3$  Blut enthält ungefähr 6000 weiße Blutkörperchen (Leukozyten) und 5 Millionen rote Blutkörperchen (Erythrozyten). Ein rotes Blutkörperchen ist eine Scheibe mit dem Durchmesser  $7 \mu m$  ( $1 \mu m = 10^{-6} m$ )

1. Wie viel weiße Blutkörperchen enthält 1L Blut ? Gib die wissenschaftliche Schreibweise an !
2. a) Ein Mensch verfügt über ungefähr 5 L Blut. Berechne die Anzahl der roten Blutkörperchen. Gib die wissenschaftliche Schreibweise an !  
b) Wie lang wäre die Strecke, die man mit diesen roten Blutkörperchen -dicht aneinander gestellt- bilden könnte ?



## **Teiler und Vielfache Division mit Rest**

### **Übung 1**

1. Nenne drei Vielfache von 5, zwei Vielfache von 13.
2. Nenne vier Teiler von 36, zwei Teiler von 7, drei Teiler von 50.
3. Nenne alle Teiler von 12 und von 30

### **Übung 2**

1. Welche Zahl muss man durch 9 teilen, um 72 zu erhalten ?
2. Mit welcher Zahl muss man 4 multiplizieren, um 64 zu erhalten ?
3. Welche Zahl muss man mit 13 multiplizieren, um 130 zu erhalten ?
4. Welche Zahl muss man mit 9 multiplizieren, um 99 zu erhalten ?
5. Durch welche Zahl muss man 56 teilen, um 8 zu erhalten ?

### **Übung 3**

Gib alle zweistelligen natürlichen Zahlen mit der Quersumme 6 an.  
Warum sind sie alle durch 3 teilbar ? Welche sind durch 5 teilbar ? Welche durch 2 ?

### **Übung 4**

Ergänze die Tabelle :

Die Zahl...	ist teilbar durch ...					
	2	4	3	9	5	10
145						
70						
120						
180						
37						
372						
8 574						
6 824						
39 937						

### **Übung 5**

Der Lehrer und einige Schüler haben 345 Kekse gebacken.

Sie verpacken sie in Plastikbeutel für einen Verkauf in der Schule.

Jeder Beutel mit sieben Keksen wird 2,30 € verkauft. Wie viel Geld wird eingenommen ?

### **Übung 6**

Ein Lastwagen darf mit höchstens 15 Tonnen Kies beladen werden.

324 Tonnen Kies sollen für eine Gesellschaft geliefert werden.

1. Wie viele Reisen müssen vorgesehen werden ?
2. Wie viele Tonnen Kies werden für die letzte Reise geladen ?

### **Übung 7**

Ein Blumenhändler bereitet Sträuße mit je 7 Schwertelilien und 9 Osterglocken.

Der Großhändler liefert ihm 200 Blumen jeder Sorte.

1. Wie viele Sträuße kann der Blumenhändler höchstens bereiten ?
2. Wie viele Blumen jeder Sorte muss er noch wenigstens bestellen damit keine Blume übrig bleibt ? Wie viele Sträuße werden dann bereitet ?

## Arithmetik

### Übung 1

1. Sind die Zahlen 55 und 40 teilerfremd ? Begründe.
2. Schreibe den Bruch  $\frac{40}{55}$  als einen vollständig gekürzten Bruch. Erkläre dein Verfahren.

### Übung 2

Ein Kind hat in seinem Zimmer mit Würfeln gespielt, die alle gleich groß sind. Er hat sie so aufgestapelt, dass zwei Säulen mit den Höhen 48 cm und 72 cm entstanden sind.

1. Welche Höhe kann ein Würfel haben ? Gib alle Möglichkeiten an.
2. Welche Höhe hat ein Würfel höchstens ?

### Übung 3

Ein Handwerker verfügt über Metallplatten, die 110 cm lang und 88 cm breit sind. Daraus will er mehrere Metallquadrate schneiden, sodass ihre Seitenlänge eine ganze Anzahl cm beträgt, und dass es keinen Verlust gibt.

1. Was sind die verschiedenen Möglichkeiten für die Seitenlänge eines Quadrates ?
2. Wie viele Metallquadrate werden es sein, wenn sie so groß wie möglich sein sollen ?

### Übung 4

Ich bin eine dreistellige ganze Zahl, die mit keiner Null geschrieben wird.  
Ich bin durch 94 teilbar.  
Wird die Reihenfolge meiner Ziffer geändert, werde ich durch 49 teilbar.  
Wer bin ich ?

### Übung 5

Was ist die kleinste Zahl, die genau 5 Teiler besitzt ?

### Übung 6

Hugo und seine 11 Freunde haben 109 Bonbons für seine Geburtstagsfeier gesammelt. Die 12 Freunde streiten sich wegen der Verteilung der Bonbons. Hugo sagt dann :« Ich opfere mich auf, verteilt euch die Bonbons, ich werde den Rest nehmen »  
Was hältst du von diesem Opfer ?

## Quadratwurzel

### Wortschatz :

- Die Umkehrung des Potenzierens heißt das Radizieren oder das Wurzelziehen
- Häufig lässt sich der Radikand der Wurzel vereinfachen, indem man die Wurzel teilweise zieht. Dieses Verfahren nennt man partielles Wurzelziehen.

Beispiel :  $\sqrt{18} = \sqrt{(9 \times 2)} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

- Das Beseitigen der Wurzel im Nenner durch Erweitern oder Kürzen wird als Rationalmachen des Nenners bezeichnet.

Beispiel :  $\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Gib (wenn möglich) die Quadratwurzel folgender Zahlen an.  
49 ; 0,01 ; -25 ; 10 000 ; -49 ; 52

#### Übung 2

Rechne.

$$A = (\sqrt{7})^2$$

$$B = (\sqrt{7})^3$$

$$C = (2\sqrt{7})^2$$

$$D = (6\sqrt{3})^2$$

#### Übung 3

Rechne.

$$A = \sqrt{32} \times \sqrt{2}$$

$$B = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{12}$$

#### Übung 4

Schreibe unter der Form  $a\sqrt{b}$ , wo  $a$  und  $b$  ganze Zahlen sind ( $b$  soll so klein wie möglich sein)

$$A = \sqrt{28}$$

$$B = \sqrt{32}$$

$$C = 2\sqrt{50}$$

$$D = \sqrt{6} \times \sqrt{21}$$

### Übung 5

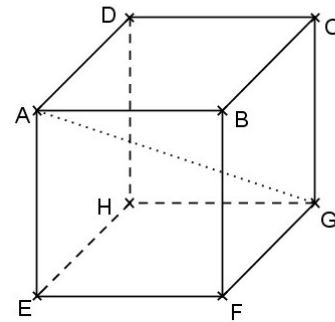
1. Ist  $Z = 3\sqrt{20} + \sqrt{3} \times \sqrt{12} - 2\sqrt{45}$  eine ganze Zahl ?
2. Sind  $A = 2\sqrt{5}$  und  $B = \frac{\sqrt{5}}{10}$  Kehrzahlen ?

### Übung 6

Für das Dreieck ABC, das in B rethwinklig ist, gilt :  $AB = \sqrt{7}$  und  $BC = \sqrt{10}$  .  
Berechne AC.

### Übung 7

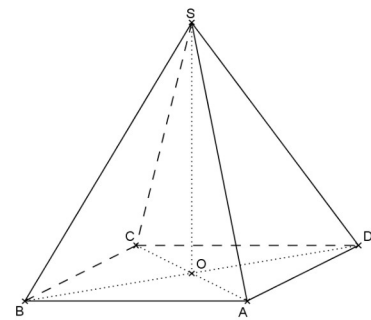
ABCDEFGH ist ein Würfel mit der Kantenlänge 1 dm.  
Berechne AG. Gib den exakten Wert an.



### Übung 8

Die Grundfläche der Pyramide SABCD ist ein Quadrat mit Mittelpunkt O.  $SO = 5$  cm und  $SA = 7$  cm.

Berechne den Rauminhalt der Pyramide.



### Übung 9

Ergänze folgende Tabelle :

	$\frac{-3\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$	$5\sqrt{2}$	$\frac{325}{25}$	$-\frac{273}{8}$	$5 \times 10^2$	$5 \times 10^{-2}$	$\frac{37}{3}$	$\frac{648}{3}$
natürliche Zahl								
ganze Zahl								
Dezimalzahl								
rationale Zahl								
irrationale Zahl								

## Rechnen mit Variablen

### Übung 1

Schreibe für jede Frage den Preis mit der Variablen  $x$  :

1. Ein Schraubenzieher kostet  $x$  €. Wie teuer sind 3 Schraubenzieher ?
2. Ein Buch ist  $x$  € teurer als eine CD ; das Buch kostet 22 €. Wie teuer ist die CD ?
3. 4 Stifte kosten  $x$  €. Wie teuer ist ein Stift?
4. Ein Hemd kostet  $x$  € ; ein T-shirt ist 10 € billiger. Wie teuer sind 3 T-shirts ?
5. Eine Postkarte kostet  $x$  € ; eine Briefmarke ist 1,5 € billiger.  
Wie viel bezahlt man, wenn man eine Postkarte und eine Briefmarke kauft ?

### Übung 2

Ich denke an eine Zahl.

Ich multipliziere sie mit 8 und ziehe dann 4 von dem Ergebnis ab.

1. Ich denke an die Zahl 6. Wie groß ist das Ergebnis ?
2. Es sei  $x$  die Zahl, an die ich denke. Wie wird das Endergebnis geschrieben ?
3. Wie groß ist das Endergebnis wenn gilt :

a)  $x=3$  ?

b)  $x=2$  ?

### Übung 3

Fasse zusammen :

$2 \times x$

$4 - 3 \times a$

$c \times c \times c \times 3$

$y \times 3$

$5 - x \times 3$

$a \times a + b \times b$

$a \times b \times c$

$a \times a$

$4 - a \times a$

$4 \times a \times 5$

$2 \times b \times b$

$4 \times 4 - b \times b$

### Übung 4

Schreibe für jede Figur ihren Umfang mit der Variablen  $x$  :

1. Dreieck mit den Seitenlängen 3 ; 4 ;  $x$
2. Quadrat mit der Seitenlänge  $x$
3. Rechteck mit der Länge 10 und der Breite  $x$
4. Kreis mit dem Radius  $x$
5. Kreis mit dem Durchmesser  $x$

### Übung 5

Elena ist 3 Jahre älter als Kai und 6 Jahre jünger als Leo.

$x$  bezeichnet Elenas Alter.

Wie werden Kais und Leos Alter in Bezug auf  $x$  geschrieben ?

### Übung 6

ABCD ist ein Rechteck mit der Länge 8 und der Breite  $x - 1$ .

EFGH ist ein Rechteck mit der Länge 6 und der Breite  $x$

1. Schreibe den Umfang des Rechtecks EFGH in Bezug auf  $x$ .  
Berechne ihn wenn gilt :  $x = 3$

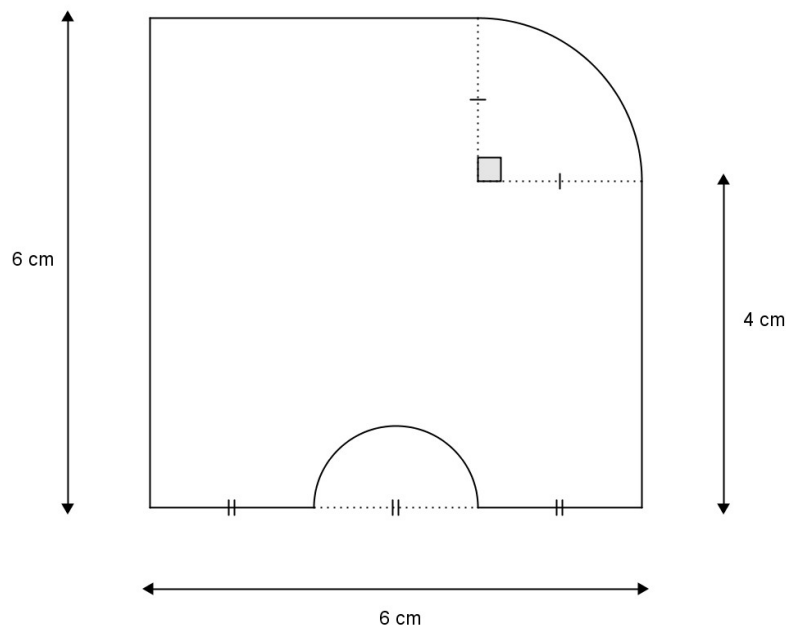
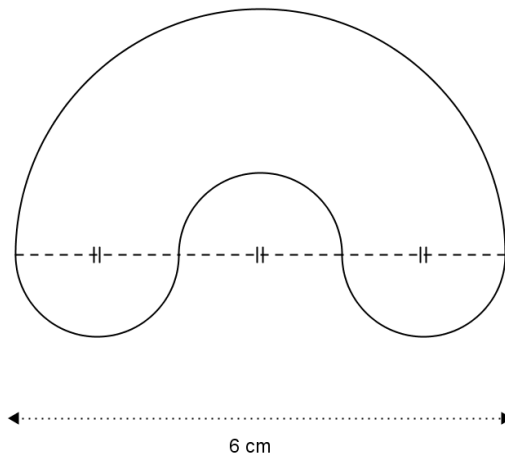
2. Schreibe den Flächeninhalt beider Rechtecke in Bezug auf  $x$ .  
Sind die Flächeninhalte gleich wenn gilt :

a)  $x = 3$  ?

b)  $x = 4$  ?

### Übung 7

Berechne den Flächeninhalt der Figuren in Bezug auf  $\pi$  % :



## Das Distributivgesetz

### Übung 1

Ich denke an eine Zahl.

Ich zähle 5 dazu und multipliziere dann das Ergebnis mit 7.

1. Es sei  $x$  die Zahl, an die ich denke. Wie wird das Endergebnis geschrieben ?

2. Wie groß ist das Endergebnis wenn gilt :

1.a.  $x=2$

1.b.  $x=0,7$

1.c.  $x=3,1$

### Übung 2

Wende das Distributivgesetz an, und multipliziere folgende Ausdrücke aus.

1.  $3 \times (a+2)$

3.  $(5+c) \times 4$

2.  $5 \times (b-3)$

4.  $(7-d) \times 6$

### Übung 3

Wende das Distributivgesetz an, und klammere folgende Ausdrücke aus.

1.  $3 \times x + 3 \times 5$

3.  $t \times 1,5 - 1,5 \times 6$

2.  $2 \times z - 2 \times 8$

4.  $5 \times x + 5$

### Übung 4

Wende das Distributivgesetz an, und klammere folgende Ausdrücke aus.

1.  $2x - 6$

3.  $15x + 25$

2.  $7y + 14x - 49$

4.  $21t - 49y$

### Übung 5

Wende das Distributivgesetz an, um folgende Ausdrücke zu berechnen :

A =  $99 \times 13$

B =  $2,1 \times 13 + 2,1 \times 7$

C =  $102 \times 15$

D =  $15,7 \times 21,5 - 5,7 \times 21,5$

E =  $98 \times 25$

F =  $13,7 \times 11,2 + 86,3 \times 11,2$



## Übung 6

Fasse folgende Ausdrücke zusammen :

1.  $7x+x-4x$
2.  $x+x+x$
3.  $3y+4+2y+7$
4.  $6x-x+1$

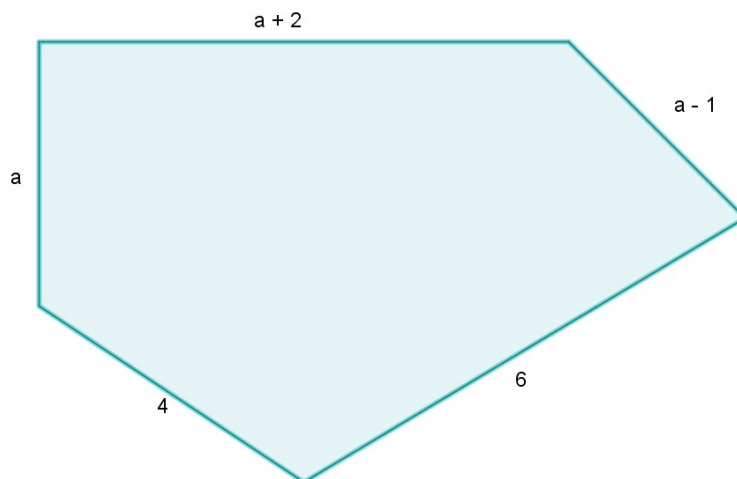
## Übung 7

Multipliziere die Ausdrücke aus und fasse sie dann zusammen.

1.  $2(3x+1)+2x$
2.  $10y+4(3-2y)$
3.  $5(2+2x)-3x$
4.  $2(2x+3)+3(2+3x)$

## Übung 8

1. Schreibe den Umfang der Figur (so einfach wie möglich.) mit der Variablen  $a$ .
2. Berechne denn Umfang wenn gilt :
  - $a = 2$
  - $a = 7$



## Übung 9

Paul ist zwei Jahre jünger als seine Frau Sylvia.

Sylvia ist drei mal älter als ihr Sohn Theo.

Theo ist zwei Jahre älter als seine Schwester Maria.

1.  $x$  bezeichnet das Alter von Maria.  
Drücke das Alter aller Familienmitglieder mit der Variablen  $x$  aus.
2. Schreibe die Summe der Alter mit der Variablen  $x$  .
3. Die Summe der Alter beträgt 100 Jahre.
  - a) Wie alt ist Maria ?
  - b) Wie alt sind die anderen Familienmitglieder ?



## Übung 6

Uns interessiert folgendes Rechenprogramm :

- eine Zahl wählen
- diese Zahl mit 0,5 multiplizieren
- 3 dazu zählen
- mit 2 multiplizieren
- 6 abziehen

1. Wende dieses Rechenprogramm für verschieden Zahlen an .
2. Was fällt dir auf ?
3. Wie könnte man deine Vermutung beweisen ?

## Vereinfachen von Summen das doppelte Distributivgesetz

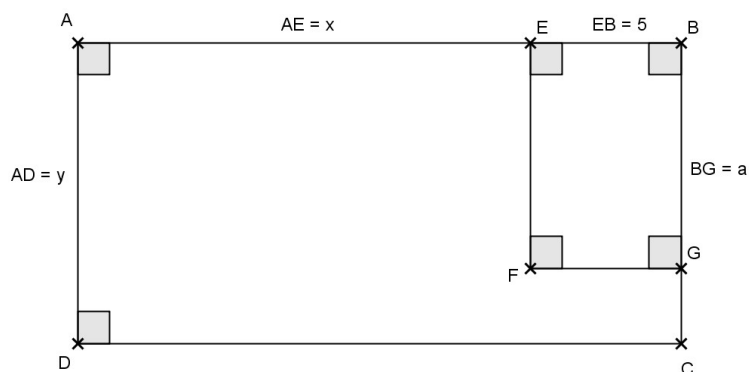
### Übung 1

Der Sicherheitsabstand  $D$  zwischen zwei Autos, die mit der gleichen Geschwindigkeit  $V$  fahren, wird folgenderweise berechnet :

$D = 8 + 0,2V + 0,003V^2$  , wo  $V$  in Stundenkilometer angegeben wird.

Wie groß ist dieser Sicherheitsabstand, wenn die Autos 50 km/h schnell fahren ?

### Übung 2



Welche Größen werden mit folgenden Ausdrücken berechnet ?

$x + 5$

$2(5 + a)$

$y - a$

$5 \times a$

$5 + a$

$y \times (x + 5)$

$(5 \times a) \div 2$

$2x + 2y + 10$

$5(y - a) \div 2$

### Übung 3

Ein Hühnerei wiegt durchschnittlich 63g.

- Das Eiweiß ist doppelt so schwer wie das Eigelb
- Das Eigelb ist doppelt so schwer wie die Eierschale

Wie viel wiegt die Eierschale ?

### Übung 4

$n$  bezeichnet eine positive ganze Zahl. Sind folgende Zahlen gerade oder ungerade ?

$2n + 2$  ;  $2n - 3$  ;  $4n$  ;  $2n + 5$  ;  $2n - 2$

### Übung 4

Richtig oder falsch ? Begründe.

- Die Summe zwei aufeinander folgenden Zahlen ist immer eine ungerade Zahl.
- Die Summe drei aufeinander folgenden Zahlen ist immer ein Vielfaches von 3.
- Für jede beliebige ganze Zahl  $n$  ist  $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$  ein Vielfaches von 4.

## Übung 5

Tom soll  $3,5^2$  berechnen.

« Du brauchst den Taschenrechner nicht », sagt Julia « du musst einfach das Produkt von 3 mit 4 berechnen und 0,25 dazuzählen »

1. Überprüfe, dass Julias Rechnung tatsächlich  $3,5^2$  ergibt.
2. Wie kann man ähnlich  $7,5^2$  berechnen ?
3. Julia vermutet, dass  $(n+0,5)^2 = n(n+1) + 0,25$ , wo  $n$  eine ganze Zahl bezeichnet. Hat Julia recht ?

## Übung 6

Uns interessiert folgendes Rechenprogramm :

- eine Zahl wählen
- diese Zahl mit  $(-2)$  multiplizieren
- 5 dazu zählen
- das Ergebnis mit 5 multiplizieren
- das Endergebnis aufschreiben

1. Überprüfe, dass das Endergebnis 5 ist, wenn die Anfangszahl 2 ist.
2. Was ist das Endergebnis, wenn die Anfangszahl 3 ist ?
3. Welche Zahl sollte man wählen, wenn man als Endergebnis 0 erhalten will ?
4. Tobias behauptet, dass für eine beliebige Anfangszahl  $x$ , das Endergebnis  $(x-5)^2 - x^2$  geschrieben werden kann.  
Hat er recht ?

## Übung 7

Uns interessieren zwei Rechenprogramme :

Rechenprogramm A	Rechenprogramm B
<ul style="list-style-type: none"><li>• eine Zahl wählen</li><li>• 1 der gewählten Zahl abziehen</li><li>• Das Quadrat des Ergebnisses berechnen</li><li>• Das Doppelte der Anfangszahl dazu zählen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• eine Zahl wählen</li><li>• Das Quadrat der gewählten Zahl berechnen</li><li>• 1 dazurechnen</li></ul>

1. Überprüfe, dass das Rechenprogramm A 10 ergibt, wenn die Anfangszahl 3 ist.
2. Was ergibt das Rechenprogramm B wenn die Anfangszahl 3 ist ?
3. Was ergibt das Rechenprogramm A wenn die Anfangszahl -2 ist ?
4. Welche Anfangszahl(en) soll man wählen, wenn man als Endergebnis mit dem Rechenprogramm B 5 erhalten will ?
5. Henry behauptet, dass beide Rechenprogramme immer dasselbe ergeben. Hat er recht ?

## Gleichungen Teil 1

### Übung 1

Löse folgende Gleichungen.

a)  $x - 7 = -4$

b)  $3x + 5 = 2x - 2$

c)  $3(2x + 5) = -7(3 - x)$

d)  $-4(2 - 4x) - 3(5x + 1) = 0$

### Übung 2

Löse folgende Gleichungen.

a)  $3x = 27$

b)  $3x + 7 = 1$

c)  $6x + 12 = -2x + 4$

d)  $7 - 2x = x + 8$

### Übung 3

Löse folgende Gleichungen.

a)  $\frac{x}{4} + 1 = 5$

b)  $\frac{3}{2}x + 2 = \frac{1}{4}x$

c)  $\frac{x + 3}{2} = \frac{1 - 2x}{3}$

d)  $-8 = \frac{12}{2x - 3}$

### Übung 4

In meinem Geldbeutel habe ich 17 Münzen.

Es sind nur 20- oder 50-cents Münzen. Insgesamt beträgt die Summe 7€.

Wie viele Münzen jeder Art habe ich ?

### Übung 5

Tom und Lisa spielen Karten. Lisa hat drei Karten weniger als Tom.

Wenn Lisa Tom 2 Karten gibt, dann hat er doppelt so viele Karten wie sie.

Wie viele Karten haben die beiden?

### Übung 6

Finde drei aufeinanderfolgende ganze Zahlen, deren Summe 2007 ergibt.

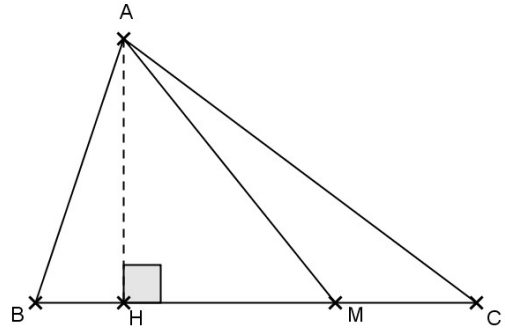
Finde drei aufeinanderfolgende ganze Zahlen, deren Summe 2008 ergibt.

## Übung 7

M gehört zur Seite [BC] des Dreiecks ABC.

AH = 3 cm und BC = 5 cm.

Wann sind die Flächeninhalte der Dreiecke ABM und AMC gleich ?

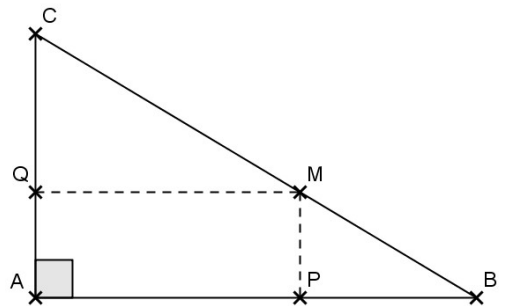


## Übung 8

APMQ ist ein Rechteck.

Es gilt :AP = 4 cm, AC = 3 cm und PM = 2 cm.

1. Berechne PB. (*Hinweis :denke an den Strahlensatzn um zuerst AB zu berechnen*)
2. Berechne BC. Runde auf Zehntel.

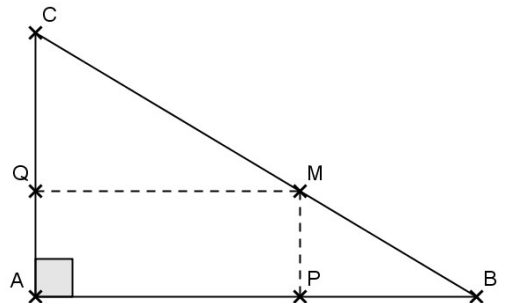


## Übung 9

APMQ ist ein Rechteck .

Es gilt :AB = 4 cm und AC = 3 cm.

1.  $x$  bezeichnet die Länge PB. Berechne die Länge PM in Bezug auf  $x$  .
2. Schreibe den Umfang des Rechtecks APMQ in Bezug auf  $x$  .
3. Wann beträgt der Umfang des Rechtecks  $7 \text{ cm}^2$  ?



## Die binomischen Formeln - ausmultiplizieren

### Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm :

Uns interessiert eine ganze Zahl  $n$ , die größer gleich 1 ist.  
 $S$  bezeichnet das Quadrat der nächstgrößeren ganzen Zahl.  
 $P$  bezeichnet das Quadrat der nächstkleineren ganzen Zahl.  
 $D$  bezeichnet die Differenz der Zahlen  $S$  und  $P$ .

### Übung :

1. Berechne -mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramm- die Differenz  $D$  für alle Werte von  $n$  zwischen 1 und 90.
2. Vergleiche die Zahlen  $n$  und  $D$ . Was fällt dir auf ?
3. Schreibe  $D$  in Bezug auf  $n$  und beweise anschließend, dass deine Vermutung richtig war.

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Multipliziere aus.

$$A = 3 + 2(3x - 2)$$

$$B = (2 - 3x)(-2x + 5)$$

$$C = (-4x - 4)(x - 4)$$

$$D = -(x + 3) - 4(x + 5)$$

#### Übung 2

Multipliziere aus und fasse zusammen.

$$A = (3 - 2x)(2x - 4) + (x + 3)(4 - 3x)$$

$$B = (3 - 3x)(2x + 4) - (x - 3)(4 + 3x)$$

#### Übung 3

Multipliziere aus und fasse zusammen.

$$A = (2x + 3)^2$$

$$C = (4x + 5)(4x - 5)$$

$$B = (3x - 2)^2$$

$$D = (2x - 3)^2 + (3x - 2)^2$$

#### Übung 4

Multipliziere aus und fasse zusammen.

$$A = 4 - (5x + 1)^2$$

$$C = (x + 1)^2 - (x + 6)^2$$

$$B = 3(6x + 2) + (7x - 3)^2$$

$$D = (2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$$



## Übung 5

Es sei  $x$  eine Zahl, die zwischen 0 und 10 liegt.

Uns interessiert ein Dreieck ABC, sodass :

$$AB = x+8 ; AC = x+7 \text{ und } BC = 5.$$

1. Ist das Dreieck ABC rechtwinklig, wenn gilt :

a)  $x=4$  ?

b)  $x=0$  ?

*Hinweis :Denke an Pythagoras.*

2. Gibt es einen Wert von  $x$  , sodass das Dreieck ABC rechtwinklig wird ?

## Übung 6

Berechne ohne Taschenrechner.

$$A=1004^2$$

$$D=999^2$$

$$B=998 \times 1002$$

$$E=\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)^2$$

$$C=678 \times 682 - 680^2$$

## Die binomischen Formeln - Faktorisieren

### Übung 1

Klammere aus :

$$A = 4x + 4$$

$$B = 2x - 8$$

$$C = 9x^2 - 5x$$

$$D = x(x+5) + x(3x+2)$$

### Übung 2

Klammere aus :

$$E = (x+5)(2x+1) + 6(2x+1)$$

$$F = -4x(2x+3) + (2x+3)(9x-2)$$

$$G = (1-2x)(9x-1) - (9x-1)(7+3x)$$

$$H = (x+3)(y+9) + x+3$$

### Übung 3

Klammere aus :

$$I = (2x+1)^2 + (3x-8)(2x+1)$$

$$J = (4x+5)^2 - (3x-6)(4x+5)$$

$$K = (5+x)(8-3x) + (x+5)^2$$

$$L = (9x+7)^2 - 9x - 7$$

### Übung 4

Faktorisiere :

$$M = x^2 + 8x + 16$$

$$N = x^2 - 2x + 1$$

$$P = x^2 - 10x + 25$$

$$Q = 9x^2 + 6x + 1$$

### Übung 5

Faktorisiere :

$$R = x^2 - 16$$

$$S = 4 - x^2$$

$$T = 16a^2 - 25$$

### Übung 6

Faktorisiere :

$$U = x^2 - 6x + 9$$

$$V = x^2 + 4x + 4$$

$$W = (x+1)^2 - 9$$

$$X = 4x^2 + 12x + 9$$

$$Y = (5x-3)^2 - x^2$$

$$Z = 9x^2 - 30x + 25$$

### Übung 7

$$A = x^2 + 10x + 25 - (3x + 4)^2$$

1. Multipliziere A aus und fasse dann zusammen.
2. Faktorisiere  $x^2 + 10x + 25$
3. Faktorisiere A.

### Übung 8

$$B = (6x - 4)(x + 7) - (9x^2 - 4)$$

1. Multipliziere B aus und fasse zusammen
2. Klammere  $6x - 4$  aus.  
Faktorisiere  $9x^2 - 4$ .
3. Klammere B aus.

## Gleichungen Teil 2

### Erinnere dich...

#### Produktgleichung

Wann gilt :

- $3 \times x = 0$  ?
- $a \times (-8) = 0$  ?
- $a \times b = 0$  ?

Merke dir :



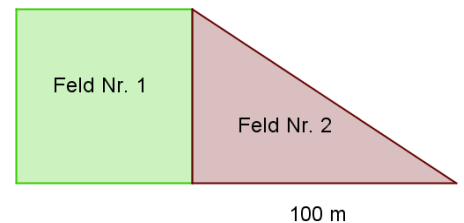
Ein Produkt ist genau dann gleich 0, wenn mindestens einer seiner Faktoren gleich 0 ist.

Beispiele :

- Löse folgende Gleichung :  
 $(4x+6)(3-7x)=0$

•

Zwei Landwirte besitzen zwei Felder. Das erste Feld ist ein Quadrat, das zweite Feld hat die Form eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete auch eine Seite des Quadrates ist. Die andere Kathete ist 100 m lang. Beide Felder haben den gleichen Flächeninhalt. Berechne die Seitenlänge des quadratischen Feldes.



#### Produktgleichung und Quadratwurzel

Beispiel :

Löse die Gleichung  $x^2=7$

Merke dir :



$a \geq 0$   
Die Lösungen der Gleichung  $x^2=a$  sind  $-\sqrt{a}$  und  $\sqrt{a}$

## Ein paar Übungen...

### Übung 1

Löse folgende Gleichungen :

a)  $3x^2 + 2x = 0$

d)  $9x^2 - 25 = 0$

b)  $5(x+6) + 2x(x+6) = 0$

e)  $x^2 + 2x + 1 = 0$

c)  $x^2 - 18x + 81 = 0$

f)  $-(7x+2) - 5x(7x+2) = 0$

### Übung 2

Löse folgende Gleichungen :

a)  $x^2 = 8$

e)  $(x-5)^2 = \frac{1}{9}$

b)  $x^2 = 125$

f)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

c)  $3x^2 = 180$

g)  $(7x+1)^2 - (3x+4)^2 = 0$

d)  $(x+1)^2 - 1 = 0$

## Zum Knobeln...

### Übung 3

Der Radfahrer Toni fährt um 14 h von Aheim nach Beheim mit der Geschwindigkeit  $24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Ein zweiter Radfahrer, Lino, startet um 14 h 15 min in die gleiche Richtung mit der Geschwindigkeit 32 Stundenkilometer.

1. Angenommen, dass der erste Radfahrer  $t$  Stunden braucht bis zum Treffpunkt, wie viel Zeit braucht der zweite Radfahrer ?
2. Drücke die Antwort als Term mit der Variablen  $t$  aus.
3. Drücke dann die Entfernung von Aheim zum Treffpunkt für jeden der zwei Radfahrer jeweils als Term mit der Variablen  $t$  aus.
4. Wann überholt der Radfahrer Lino den Radfahrer Toni ?

### Übung 4

1. Die Summe von zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist gleich 847. Bestimme diese Zahlen.
2. Die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist gleich 417. Bestimme diese Zahlen.
3. Die Summe von vier aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist gleich 1246. Bestimme diese Zahlen.

### Übung 5

Die kleinste Seite eines Dreiecks ist 3,5 cm kürzer als die mittlere Seite. Diese ist um 2,1 cm kürzer als die längste Seite. Der Umfang des Dreiecks beträgt 37 cm. Berechne die Länge der einzelnen Seiten.

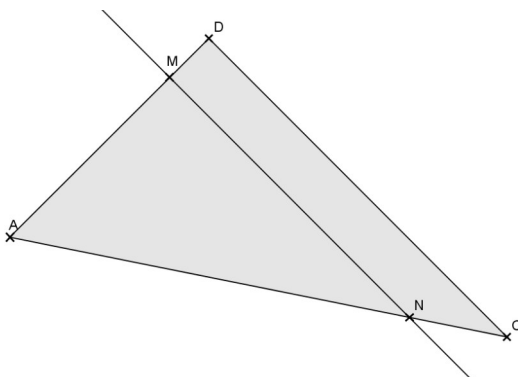
### Übung 6

Der Flächeninhalt des Rechtecks A ist um  $16 \text{ cm}^2$  größer als der Flächeninhalt des Quadrats B. Die Breite des Rechtecks A ist genauso groß wie die Seitenlänge des Quadrats B. Die Länge des Rechtecks beträgt 8 cm. Bestimme die Flächeninhalte der Vierecke A und B

### Übung 7

Arno hat 2 gleich teure CDs gekauft. Ihm bleiben dann 9,50€. Wären die CDs 1€ billiger gewesen, dann hätte er mit seinen ganzen Ersparnisse 3 kaufen können. Wie teuer ist eine CD ?

### Übung 8



ACD ist ein Dreieck.  
M liegt auf [AD] und N liegt auf [AC]  
(MN) // (CD)  
NC = 3 cm ; MN = 5 cm und DC = 9 cm.  
Wie lang ist [AN] ?

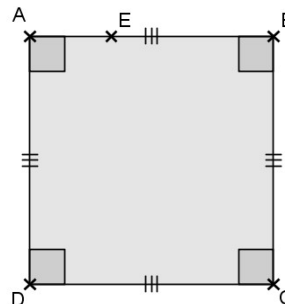
## Übung 9

ABCD ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 5 cm.

E liegt auf der Strecke [AB].

Wann ist der Flächeninhalt des Quadrates ABCD das Dreifache des Flächeninhaltes von AED ?

*Hinweis* :Wähle  $AE = x$



## Übung 10

Uns interessiert folgendes Rechenprogramm :

- eine Zahl wählen
- 4 dazuzählen
- das Ergebnis mit der Anfangszahl multiplizieren
- 4 dazuzählen

Wie kann man 1 erhalten ?

## Übung 11

Kann das Quadrat des Doppelten einer negativen Zahl gleich 100 sein ?

Begründe deine Antwort.

## Übung 12

Wenn die Seitenlänge eines Quadrates um 3 cm größer wird, dann wird sein Flächeninhalt vervierfacht.

Wie groß war das ursprüngliche Quadrat ?

## Und mit Geogebra...

## Übung 13

Herr Strohmänn besitzt ein Grundstück, das die Form eines rechtwinkligen Dreiecks hat.

Seine Katheten sind 50 und 80 m lang.

Er möchte für seine zwei Kinder dieses Grundstück parallel zur Hypotenuse halbieren.

Wie soll die Trennlinie verlaufen ?

1. Beantworte diese Frage zeichnerisch mit Geogebra.
2. Beantworte dann diese Frage rechnerisch.

# Ungleichungen

## Erinnere dich...

### Ungleichung

Eine Ungleichung ist ein mathematischer Ausdruck, der aus zwei Termen besteht, die durch eines der Relationszeichen  $<$  ;  $>$  ;  $\leq$  ;  $\geq$  verbunden sind.

### Beispiel :

$$4x + 5 > 12$$

$$4x^2 + 2 < 4x^2$$

Eine Ungleichung lösen, heißt alle Zahlen zu finden, die beim Einsetzen in die Variable eine wahre Aussage erzeugen.

Diese Zahlen heißen dann Lösungen der Ungleichung und sie bilden die Lösungsmenge.

### Lösen einer Ungleichung

Um eine Ungleichung zu lösen, versucht man sie durch entsprechende Umformungen so weit zu vereinfachen, dass die gesuchte Variable isoliert auf einer Seite steht.

1. Auflösen von Klammern, Kürzen und Erweitern von Brüchen, Ordnen und Zusammenfassen gehören zu den Umformungen, die auch nur auf einer Seite der Gleichung vorgenommen werden können.
- 2.

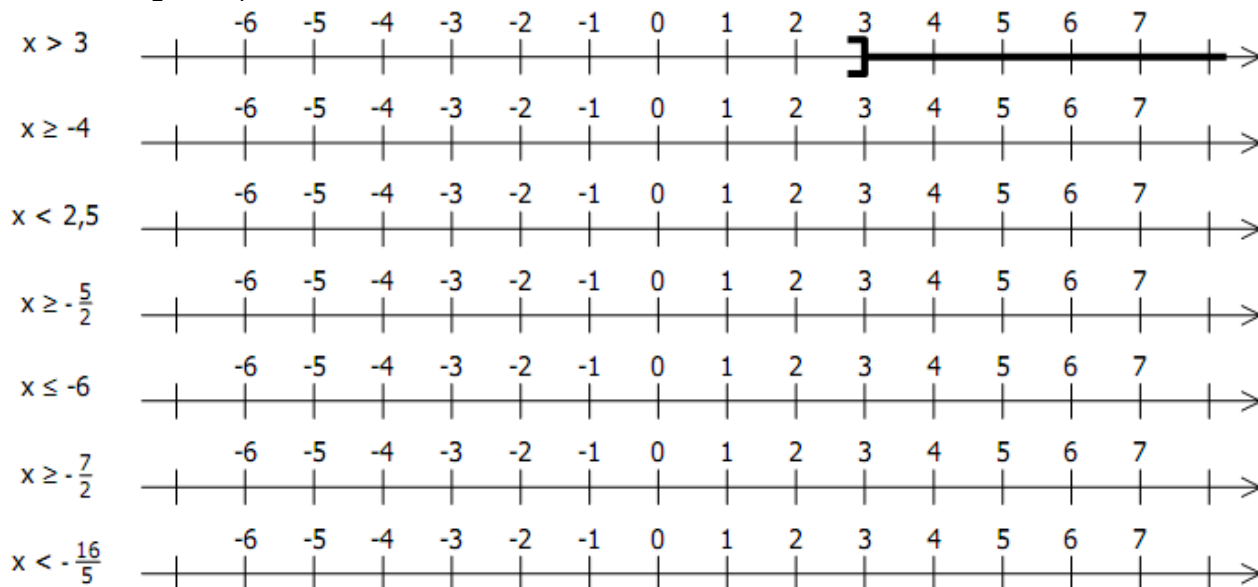
<u>Umformungen, die auf beiden Seiten der Ungleichung vorgenommen werden müssen.</u>	<u>Beispiele</u>
Seiten vertauschen, mit Umkehrung des Relationszeichen.	$-5 \leq x$ $x \geq -5$
Addition bzw. Subtraktion der gleichen Zahl (oder des gleichen Terms) auf beiden Seiten.	$4x + 3 > 2$ $4x > -1$
Multiplikation und Division mit der gleichen positiven Zahl (außer 0) auf beiden Seiten.	$4x < 20$ $\frac{x}{3} \geq -2$ $x < 5$ $x \geq -6$
Multiplikation und Division mit der gleichen negativen Zahl (außer 0) auf beiden Seiten, mit Umkehrung des Relationszeichen.	$-2x < 8$ $-\frac{1}{3}x \geq 1$ $x > -4$ $x \leq -3$



## Ein paar Übungen...

### Übung 1

Färbe die Teilgerade, die uns interessiert :



### Übung 2

Löse folgende Ungleichungen und stelle die Lösungsmenge auf einer Zahlengeraden dar :

1.  $3x - 4 \leq 4(x - 2)$
2.  $-4(x - 5) > x - 5$
3.  $12 - 8x + 4(3x - 5) < 2x - 3$
4.  $-9x - 7 - (9 - 6x) \geq 5x + 8$

### Übung 3

Die Summe dreier aufeinander folgende ganze Zahlen ist kleiner gleich 12.  
Welche Werte sind für die kleinste dieser ganzen Zahlen möglich ?

### Übung 4

Der Umfang eines Rechtecks ist kleiner als 37 cm. Seine Breite beträgt 5,3 cm.  
Wie groß kann seine Länge sein ?

### Übung 5

Was sind die möglichen Werte von  $x$  wenn gilt :  $-4 \leq -3x - 7 \leq 2$  ?

### Übung 6

Uns interessiert die Ungleichung  $\frac{x+2}{5} - 3 \geq x + \frac{2x-1}{2}$

1. Ist 0 eine Lösung dieser Ungleichung ?
2. Ist -2 eine Lösung dieser Ungleichung ?
3. Löse diese Ungleichung und stelle die Lösungsmenge auf einer Zahlengeraden dar.

# **OG – Organisation et Gestion de données**

## Daten bearbeiten

### Übung 1

In einer Klasse mit 25 Schülern wählen 12 Schüler als erste Fremdsprache Deutsch, 9 Schüler Englisch und 4 Schüler Italienisch.

Erstelle ein Streckendiagramm und ein Kreisdiagramm, um diese Daten zu veranschaulichen.

### Übung 2

Die Zensuren einer Klassenarbeit sind die folgenden:

9 – 7,5 – 13 – 4 – 17 – 10,5 – 8 – 3 – 12,5 – 16 – 8 – 10  
17 – 11 – 13 – 6,5 – 7 – 9,5 – 19 – 12 – 6 – 10 – 6,5 – 14 – 11

Sortiere diese Ergebnisse in Klassen und erstelle anschließend das zugehörige Säulendiagramm.

### Übung 3

Das Ergebnis einer Verkehrszählung wird hier angegeben :

Fahrzeugart	PKW	LKW	Motorrad	Bus
Anzahl	3 252	1 259	1 123	343

Berechne die relativen Häufigkeiten der Fahrzeugarten.

### Übung 4































So :23

Mo :15

Di :17

Mi :26

Do :24

Fr :21

Sa :21

Als er sich beim Hauswirt beschwert, sagt dieser :“Im Mittel hatten Sie doch 21 °C!”

1. Rechne nach, ob die Behauptung des Hauswirts stimmt.
2. Warum interessiert den Mieter der Mittelwert überhaupt nicht ?

## Übung 7

Was bedeuten die folgenden Angaben ?

1. Durchschnittlich kamen 26 000 Zuschauer zu den Heimspielen.
2. Eine deutsche Durchschnittsfamilie hat 1,7 Kinder.
3. Der Notendurchschnitt lag bei 12,1.
4. Der Benzinverbrauch beträgt im Durchschnitt 8,6 l für 100 km.
5. Durchschnittlich wurden im Diktat 6 Fehler gemacht.

## Übung 8

In einem Gymnasium wurde ein Sportwettbewerb veranstaltet.

In der folgenden Tabelle befinden sich die Ergebnisse der Jungen aus der Klasse 7A im Schlagballweitwurf.

Name	Wurfweite (in m)
Mario	32
Peter	37
Paul	40
Thomas	52
Hans	53
Dieter	31
Christian	28
Stefan	30
Sebastian	33
Klaus	42
Robert	29

1. Wer war der beste Werfer ? Der schlechteste ?
2. Berechne den Mittelwert der Wurfweiten.
3. Peter sagt :« Wenn 37 m der Mittelwert ist, dann ist die Hälfte meiner Klasse schlechter und die andere Hälfte besser als ich.». Stimmt das ?

## Übung 9

Bei ihren Weitsprung versuchen erreichen Paula und Petra die folgenden Weiten (in m) :

Paula : 3,85 ; 3,75 ; 3,80 ; 3,95 ; 3,85 ; 3,60 ; 3,90.

Petra : 4,05 ; 3,90 ; 3,95 ; 4,15 ; 3,90 ; 3,85 ; 4,10 ; 4,00.

Bestimme jeweils den Zentralwert.

## Übung 10

Gib eine Stichprobe an, bei der :

1. Mittelwert und Zentralwert übereinstimmen,
2. der Mittelwert kleiner ist als der Zentralwert,
3. der Mittelwert größer ist als der Zentralwert.

## Beschreibende Statistik – Teil 1

### Übung 1

Folgende Tabelle fasst die Ergebnisse von 100 Schülern bei einer Matheprüfung zusammen :

<b>Note</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
<b>Anzahl</b>	1	0	4	3	5	6	9	8	12	10	11	10	5	4	4	5	1	2

- Berechne die Durchschnittsnote !
- Berechne den Median der Noten.
- Berechne die Spannweite der Noten.

### Übung 2

Mathearbeiten werden folgenderweise gewichtet :die Klassenarbeiten mit dem Koeffizienten 4 und die Hausarbeiten mit dem Koeffizienten 1.

Die Noten eines Schülers sind folgende :

Klassenarbeiten :10 – 8 – 13 – 7 – 10 – 8

Hausarbeiten :16 – 17 – 13 – 16

Berechne seine Durchschnittsnote.

### Übung 3

Schüler wurden gefragt, wie lange sie zum frühstücken brauchen.

Die Ergebnisse der Umfrage wurden in folgender Tabelle zusammengefasst.

<b>Dauer (in min)</b>	$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 20$	$20 \leq t < 30$	$30 \leq t$
<b>Anzahl</b>	60	80	80	20

1. Berechne einen Näherungswert der durchschnittlichen Frühstücksdauer.
2. Bestimme den Median der Frühstücksdauer.
3. Erstelle ein Kreisdiagramm, um die Ergebnisse zusammenzufassen.

### Übung 4

Spaziergänger wurden nach ihrem Alter gefragt. Folgende Alter wurden angegeben :

18 – 16 – 22 – 34 – 28 – 23 – 29 – 32 – 27 – 19 – 21 – 24 – 26 – 38 – 39 – 29 – 33 – 25 – 29 – 32 – 16 – 21 – 22 – 25 – 25 – 29 – 32 – 38 – 31 – 28

1. Ergänze folgende Tabelle und berechne dann einen Näherungswert des durchschnittlichen Alters der Spaziergänger.

<b>Alter</b>	15 – 19	20 – 24	25 – 29	30 – 34	35 – 39
<b>Anzahl</b>					

2. Ermittle den Zentralwert und die Spannweite dieser Stichprobe
3. Erstelle ein Säulendiagramm, um die Ergebnisse zusammenzufassen.

## Beschreibende Statistik – Teil 2

### Übung 1

Im Dorf Sonnenschein wurden die Familien nach der Anzahl ihrer Kinder befragt :

Anzahl der Familien	10	35	57	43	12	3
Anzahl der Kinder in einer Familie	0	1	2	3	4	5

Beantworte folgende Fragen (schreibe die Rechnungen auf) :

1. Wie viele Familien wohnen in diesem Dorf ?
2. Wie viele Kinder wohnen in diesem Dorf ?
3. Wie viel Prozent der Familien haben keine Kinder ?
4. Wie viel Prozent der Familien haben mindestens 3 Kinder ?
5. Wie viel beträgt die relative Häufigkeit der Familien mit 5 Kindern ?
6. Wie viel beträgt die Durchschnittszahl der Kinder pro Familie ?

### Übung 2

Schüler einer 9. Klasse eines Gymnasiums wurden nach ihrem Alter gefragt. Es ergab die Urliste :  
 15 – 14 – 13 – 16 – 15 – 14 – 15 – 14 – 15 – 14 – 14 – 15 – 14 – 15 – 14 – 14 – 15 – 14 – 14 – 15

- a) Wie viele Schüler sind es insgesamt ?  
 b) Ergänze folgende Tabelle :

Alter (in Jahre)	13	14	15	16
Absolute Häufigkeit				
Kumulierte absolute Häufigkeit				
Relative Häufigkeit (in %)				
Kumulierte relative Häufigkeit				

- c) Berechne das Durchschnittsalter dieser Schüler  
 d) Sind 50% der Schüler jünger als 15 Jahre ? Älter als 14 Jahre ?  
 e) Zeichne ein Kreisdiagramm mit den relativen Häufigkeiten.

### Übung 3

Schüler einer 9. Klasse wurden gefragt, wie viel Minuten sie schätzungsweise fernsehen. Die Antworten wurden in Klassenbereiche verteilt :

Zeit (in Minuten)	[30 ; 60[	[60 ; 90[	[90 ; 120[	[120 ; 150[	[150 ; 210[
Klassenmitte					
Absolute Häufigkeit	2	3	12	2	1

1. Ergänze die Tabelle
2. Berechne die Durchschnittsfernsehzeit pro Schüler
3. Zeichne ein geeignetes Diagramm, um die Antworten auf diese Umfrage zu veranschaulichen.

## Übung 4

Bei einer Prüfung erhält Peter folgende Noten :

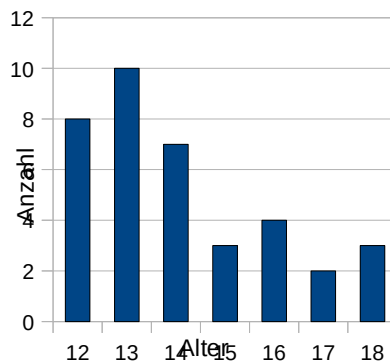
Fach	Punkte (von 20)
Mathematik	12
Französisch	9
Erdkunde / Geschichte	11
Englisch	8
Deutsch	10

Die Kandidaten bestehen ihre Prüfung, wenn sie durchschnittlich mindestens 10 Punkte geschrieben haben.

1. Peter meint, die Prüfung bestanden zu haben. Stimmt es ?
2. Leider hat Peter die Anweisungen der Prüfung nicht richtig gelesen. Die Noten werden nämlich folgender Weise gewichtet : 3mal für Mathematik, 4mal für Französisch, 1mal für Erdkunde/Geschichte, 2 mal für Englisch und 1mal für Deutsch.  
Besteht nun Peter seine Prüfung ?

## Übung 5

Dieter fährt in Urlaub mit einer Jugendgruppe. Der Gruppenleiter hält in einem Stabdiagramm fest, wie alt die Jugendlichen sind :



Ergänze die Tabelle mit Hilfe des obenstehenden Stabdiagramms:

Alter der Jugendlichen	12	13	14	15	16	17	18
Absolute Häufigkeit							
Kumulierte absolute Häufigkeit							

1. Bestimme mit Hilfe der Tabelle die Gesamtanzahl der Jugendlichen.
2. Bestimme mit Hilfe der Tabelle den Zentralwert dieser Stichprobe.
3. Berechne den Mittelwert dieser Stichprobe.
4. Berechne das untere und das obere Quartil.

## Proportionalität

### Übung 1

Anna kauft 6 gleiche Stifte und bezahlt 5,70 €.

1. Jan hat 12 Stifte gekauft. Wie viel muss er zahlen?
2. Tobias hat 4 Stifte gekauft? Wie viel muss er zahlen?
3. Anton hat 7,60 € bezahlt. Wie viele Stifte hat er gekauft ?

### Übung 2 – mit dem Dreisatz

1. 8 Kiwis kosten 4,72 €. Was kosten 15 Kiwis ?
2. Wie viel muss man für 9 kg Kartoffeln bezahlen, wenn 7 kg 8,05 € kosten ?
3. 12 Flaschen Saft kosten 19,20 €. Was kosten 5 Flaschen ?

### Übung 3

1. 5 Pferde fressen in 6 Tagen 168 kg Hafer. Wie viel Hafer fressen 12 Pferde in 25 Tagen ?
2. An 22 Arbeiter, die 30 Tage arbeiten, werden insgesamt 42 240 € Lohn ausgezahlt. Wie hoch ist die Lohnsumme für 20 Arbeiter, die 35 Tage arbeiten ?

### Übung 4

2,4 m Stoff wurden 39,60 € gekauft. Es liegt eine proportionale Zuordnung vor.

1. Was ist der Proportionalitätsfaktor ?
2. Wie viel zahlt man für 5,2 m Stoff ? Wie viel Stoff kann man mit 99 € kaufen ?

### Übung 5

In einem Backrezept ist die Masse Zucker zu der Anzahl Eier proportional :für 5 Eier braucht man 140g Zucker.

1. Finde den Proportionalitätsfaktor heraus.
2. Wie viel Zucker braucht man für 7 Eier ? Wie viele Eier braucht man für 84 g Zucker?

### Übung 6

1. Uns interessiert der Umfang eines Quadrates in Bezug auf seine Seitenlänge.

a) Schreibe die Tabelle ab und ergänze sie :

Seitenlänge (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
Umfang (cm)							

- b) Fasse die Ergebnisse der Tabelle in einem Koordinatensystem zusammen. Was fällt dir auf ?  
Liegt ein proportionale Zuordnung vor ?

2. Uns interessiert der Flächeninhalt eines Quadrates in Bezug auf seine Seitenlänge.

a) Schreibe die Tabelle ab und ergänze sie :

Seitenlänge (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
Flächeninhalt (cm <sup>2</sup> )							

- b) Fasse die Ergebnisse der Tabelle in einem Koordinatensystem zusammen. Was fällt dir auf ?  
Liegt ein proportionale Zuordnung vor ?

## Übung 7

In einer Konditorei ist der bezahlte Preis zu der Anzahl der gekauften Pralinen proportional.  
120 g Pralinen kosten 7,80€.

Zeichne ein Koordinatensystem und stelle diese proportionalen Größen grafisch dar.

## Prozentrechnungen – Teil 1

### Übung 1

Wie viel betragen :

- 50% von 120 ?
- 20% von 340 ?
- 110% von 0,2 ?
- 200% von 14,1 ?
- 130% von 100 ?
- 35% von 20 ?

### Übung 2

Eine Hose, die 22,60€ kostet, wird 5,65€ billiger.

Welchem Prozentsatz entspricht der Preisnachlass ?

### Übung 3

Ein Pullover kostete letztes Jahr 33,50€. Jetzt kostet er 40,20€. Welchem Prozentsatz entspricht die Preiserhöhung ?

### Übung 4

Eine Hose kostet 45€. Sie wird 20% teurer. Dann wird die Hose wieder 20% billiger.

Wurde die Hose letztendlich teurer oder billiger ?

### Übung 5

Eine Mimose kostet jetzt 16€. Sie wird jedes Jahr 5% teurer.

Wie teuer wird die Mimose nächstes Jahr sein?

Wie teuer wird die Mimose in zwei Jahren sein ? In 10 Jahren ?

### Übung 6

In meinem Gymnasium sind insgesamt 500 Schüler, darunter 300 Mädchen.

20% der Mädchen und 10% der Jungen kommen zu Fuß in die Schule.

Welcher Prozentsatz der Schüler kommt zu Fuß in die Schule ?

### Übung 7

In einem Unternehmen arbeiten 2 800 Leute, darunter 60% Frauen.

20% der Frauen und 30% der Männer arbeiten Nachts.

1. Wie viele Frauen arbeiten Nachts ?
2. Wie viele Männer arbeiten Nachts ?
3. Welcher Prozentsatz der Angestellten der Firma arbeitet Nachts ?



## Übung 8

Ein Bauer besitzt 52 Hektar Ackerland. Auf 23,4 Hektar baut er Weizen an, Mais baut er auf 18,2 Hektar an und auf dem Rest baut er Rübe an.

1. Welcher Prozentsatz der Gesamtfläche dient dem Weizenanbau ?
2. Welcher Prozentsatz der Gesamtfläche dient dem Maisanbau ?
3. Welcher Prozentsatz der Gesamtfläche dient dem Rübenanbau ? Welchem Prozentwert entspricht es ?

## Prozentrechnungen – Teil 2

### Übung 1

Die Erdbevölkerung wächst ständig. Die Zahl der auf der Erde lebenden Menschen betrug im Jahre 1976 etwa 4 Milliarden, im Jahre 1987 etwa 5 Milliarden.

Wie groß ist der Prozentsatz der Bevölkerungszahl im Jahre 1987, im Vergleich zu 1976 ?

### Übung 2

Frank hat für sein Moped 667 € gezahlt. In diesem Preis sind 16 % Mehrwertsteuer enthalten.

Wie viel beträgt der Nettopreis des Mopeds ?

### Übung 3

Beim Kauf einer Schreibmaschine erhält Frau Werner bei Barzahlung einen Rabatt von 5%. Daher zahlt sie nur 275,50 €.

Wie teuer war die Schreibmaschine ohne Rabatt ?

### Übung 4

Herr Abel kauft seiner Tochter einen Computer.

Der Händler gewährt 20 % Rabatt und, da Herr Abel bar zahlt, noch weiter 3 % Skonto auf den ermäßigten Preis. Herr Abel zahlt schließlich 760,48 €.

1. Wie viel betrug der Preis des Computers vor Abzug von Skonto und Rabatt ?
2. Seiner Tochter erzählt Herr Abel, er habe beim Kauf 23 % gespart. Stimmt das ?

### Übung 5

Peter erzählt Claudia vom seinem Fahrradkauf :

« Der Händler hat mir auf den Nettopreis von 320 € einen Rabatt von 16 % gegeben und dann 16 % Mehrwertsteuer zugeschlagen. Die Rechnung war einfach. Ich musste 320 € für das Fahrrad bezahlen. Claudia überlegt kurz und meint :« Die Rechnung ist nicht richtig. »

Hat Claudia recht ?

### Übung 6

Ein Buch hat 160 Seiten. Am ersten Tag las Clara 7,5 % des gesamten Buches und am folgenden Tag 8 Seiten mehr als am ersten.

Wie viel Prozent des gesamten Buches hatte Clara noch zu lesen ?

### Übung 7

Andrea gibt 40 % ihres Taschengeldes aus ; 15 % legt sie für Geschenke zurück ; den Rest, nämlich 6,75 €, spart sie für einen Fotoapparat.

1. Wie viel € Taschengeld erhält Andrea ?
2. Wie viel € gibt sie aus ?
3. Wie viel € legt sie für Geschenke zurück ?

## Abhängigkeit zweier messbarer Werte - grafische Darstellung

### Übung 1

Um die Höhe eines Turmes oder die Tiefe eines Brunnens zu bestimmen, wird die Fallzeit eines Steines vom Abwurf bis zum Aufschlag in Sekunden gemessen.

Berechne mit dem Term  $\frac{10 \times t \times t}{2}$  die Fallhöhe in m für verschiedene Fallzeiten t.

*Beispiel* : für t = 1 s haben wir :  $\frac{10 \times t \times t}{2} = \frac{10 \times 1 \times 1}{2} = 5$  (m)

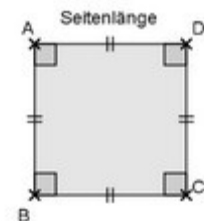
- |            |            |              |              |              |
|------------|------------|--------------|--------------|--------------|
| a) t = 2 s | c) t = 4 s | e) t = 1,5 s | g) t = 3,5 s | i) t = 1,8 s |
| b) t = 3 s | d) t = 5 s | f) t = 2,5 s | h) t = 0,5 s | j) t = 0,7 s |

Erstelle anschließend eine sinnvolle grafische Darstellung.

### Übung 2

Uns interessiert der Umfang eines Quadrates in Bezug auf seine Seitenlänge. Ergänze die Tabelle :

Seitenlänge (in cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Umfang (in cm)								

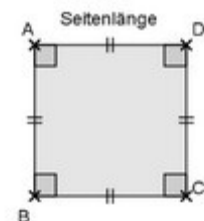


Erstelle anschließend eine sinnvolle grafische Darstellung.

### Übung 3

Uns interessiert der Flächeninhalt eines Quadrates in Bezug auf seine Seitenlänge. Ergänze die Tabelle :

Seitenlänge (in cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Umfang (in cm)								

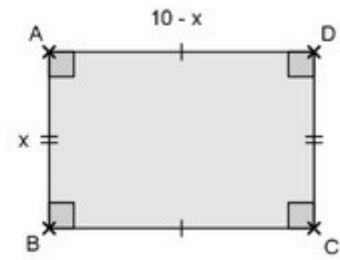


Erstelle anschließend eine sinnvolle grafische Darstellung.

## Übung 4

Ein Rechteck hat die Länge  $x$  cm und die Breite  $10-x$  cm (oder umgekehrt...)

1. Was sind die möglichen Werte von  $x$  ?
2. Berechne seinen Umfang.
3. Uns interessiert der Flächeninhalt des Rechtecks in Bezug auf  $x$  .  
Erstelle eine Wertetabelle und eine grafische Darstellung.
4. Wann scheint der Flächeninhalt des Rechtecks am größten zu sein? Um was für ein Rechteck handelt es sich dann ?



## Übung 5

Parkplatz Gebühren :bis zu 2 Stunden 1 € Jede weitere angefangene Stunde 0,60 €
---------------------------------------------------------------------------------------

Erstelle eine Grafik die den Preis in Bezug auf der Partkdauer veranschaulicht.

## Übung 6

1 m<sup>3</sup> Trinkwasser kostet 4,50 €.

1. Lege eine Preistabelle für 10, 20, ...100 m<sup>3</sup>.
2. Zeichne ein Schaubild.

Trage die Wassermenge auf der x-Achse und den Preis auf der y-Achse ab. (1 cm für 10 m<sup>3</sup> auf der x-Achse, 1 cm für 50 € auf der y-Achse)

## Übung 7

Eine Telefongesellschaft wirbt mit folgendem Angebot :

- Monatsgrundpreis 5€
- Kosten für eine Gesprächsminute :0,05€

Erstelle eine Grafik, die den Preis in Bezug auf der Gesprächsdauer veranschaulicht.

## Übung 8

Eine Schnecke benötigt für einen Weg von 24 cm eine Zeit von etwa 2 min.

Zeichne ein Schaubild für die benötigte Zeit in Bezug auf der Streckenlänge.

## Funktionen – Einleitung

### Übung 1

Gib für die folgende Rechenvorschrift einen Term mit einer Variablen an :

1. Addiere 5
2. Multipliziere mit -4
3. Dividiere durch 2
4. Subtrahiere -3
5. Multipliziere mit -5 und subtrahiere 2 danach .
6. Addiere  $\frac{1}{2}$  und dividiere dann durch -2
7. Dividiere durch 5 und addiere dann -6
8. Subtrahiere  $-\frac{1}{3}$  und multipliziere dann mit - 4.
9. Addiere 4, multipliziere dann mit 3 und subtrahiere schließlich 13

### Übung 2

Ermittle einen Term für den Flächeninhalt eines Rechtecks, bei dem :

1. eine Seite um 3 cm kürzer als die andere ist ;
2. eine Seite um 2 cm länger als die andere ist ;
3. eine Seite doppelt so lang wie die andere ist ;
4. die beiden Seiten zusammen 10 cm lang sind ;
5. der Umfang 18 cm beträgt !

### Übung 3

Ein Autovermieter verlangt :

- eine Tagesgebühr von 16 €
- und pro gefahrenen Kilometer 0,20 €.

1. Berechne die Mietkosten :
  - für 3 Tage und 275 km
  - für 2 Tage und 380 km
  - für 5 Tage und 1 028 km
2. Stelle einen Term auf, mit dem man die Kosten für einen Tag und  $x$  gefahrene Kilometer berechnen kann !
1. Stelle einen Term auf, mit dem man die Kosten für  $t$  Tage und 500 gefahrene Kilometer berechnen kann.
2. Stelle einen Term auf, mit dem man die Kosten für  $t$  Tage und  $x$  gefahrene Kilometer berechnen kann.

## Übung 4

Uns interessiert ein Rechteck mit dem Flächeninhalt 1.

In dieser Übung möchte man die Maße des Rechtecks bestimmen, sodass sein Umfang am kleinsten ist.



- Überprüfe, dass die Maße  $AB = 2$  und  $BC = 0,5$  die Bedingung der Übung erfüllen. Berechne den Umfang des Rechtecks in diesem Fall.
- Finde ein paar andere mögliche Maße für das Rechteck und berechne anschließend den entsprechenden Umfang.
- Es gilt jetzt  $x = AB$ . Wie wird  $BC$  in Bezug auf  $x$  geschrieben? Drücke den Umfang  $P(x)$  des Rechtecks in Bezug auf  $x$ . Schreibe die Wertetabelle ab und ergänze sie:

$x$	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
$P(x)$										

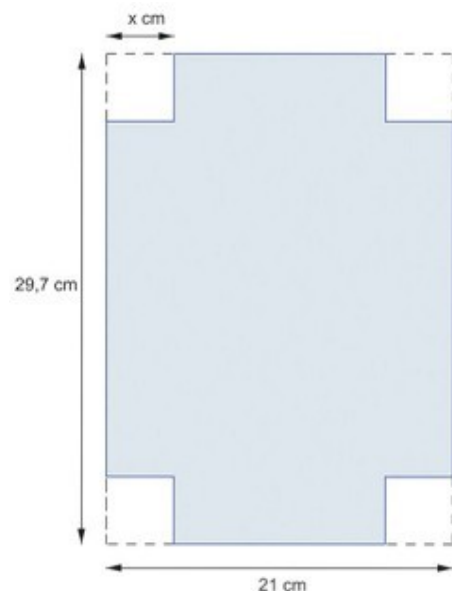
- Fasse die Ergebnisse der Tabelle in einem Koordinatensystem zusammen. Bestimme grafisch den Wert von  $x$ , für den der Umfang am kleinsten ist.

## Übung 5

Klara möchte eine Deckellose Papierschachtel basteln. Dazu schneidet sie an den Ecken eines DIN-A4 Blattes kleine ähnliche Quadrate aus.

Diese Schachtel soll den größtmöglichen Rauminhalt haben.

- Welche sind die möglichen Werte für  $x$ ?
- Drücke – in Bezug auf  $x$  – die Höhe, die Breite und die Länge der Schachtel aus.
- Stelle einen Term mit  $x$  für den Rauminhalt der Schachtel auf.
- Berechne mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms den Rauminhalt der Schachtel für die ganzen Werte von  $x$  zwischen 0 und 10.
- Zwischen welchen Werten von  $x$  scheint der Rauminhalt am größten zu sein? Wie kann man genauer sein?



## Funktionen – Bild und Urbild

### Wortschatz

- Funktionen können durch eine Zuordnungsvorschrift beschrieben werden, zum Beispiel :

$$F : x \rightarrow x^2 - 5x$$

$$F(x) = x^2 - 5x$$

- $F(2)$  heißt der Funktionswert an der Stelle 2.
- $F(x)$  heißt der Funktionsterm.

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

Uns interessiert folgender Algorithmus :

- Eine Zahl  $x$  wählen
- Sie mit 3 multiplizieren
- 5 dem Ergebnis abziehen
- Das Endergebnis  $f(x)$  schreiben.

1. Berechne  $f(1)$ ,  $f(3)$  und  $f(-5)$
2. Schreibe  $f(x)$  in Bezug auf  $x$ .
3. Berechne  $f(2)$  und  $f(-2)$ .
4. Fasse die Ergebnisse in einer Wertetabelle zusammen.

#### Übung 2

Uns interessiert folgender Algorithmus :

- Eine Zahl  $x$  wählen
- 1 dazu zählen
- Das Ergebnis mit 2 multiplizieren
- Das Ergebnis ins Quadrat setzen
- Das Endergebnis  $g(x)$  schreiben

1. Berechne  $g(2)$ ,  $g(4)$  und  $g(-1)$
2. Schreibe  $g(x)$  in Bezug auf  $x$ .
3. Berechne  $g(3)$  und  $g(-3)$ .
4. Fasse die Ergebnisse in einer Wertetabelle zusammen.

### Übung 3

Beobachte die Wertetabelle und beantworte die Fragen :

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	4	3	2	-1	-3	-4	-3	-4	0

1. Was ist das Bild von -3 ?
2. Was ist das Urbild von -1?
3. Welche Zahl hat das Bild 2 ?
4. Welche Zahl hat das Urbild 0 ?
5. Welche Zahlen haben das gleiche Bild?

### Übung 4

Uns interessiert die Funktion :  $f : x \rightarrow \frac{x+1}{x-1}$

1. Erstelle eine Wertetabelle dieser Funktion für folgende Werte von  $x$  : -2 ; 0 ; 2 ; 4.
2. Hat die Zahl 1 ein Bild bei der Funktion  $f$  ? Erkläre.

### Übung 5

Es sei  $g$  die Funktion, so dass :  $g(x) = 2x - 5$

1. Berechne das Bild von 2 und von -1 bei der Funktion  $g$  .
2. Bestimme das Urbild von 10 und von -10 bei  $g$  .

### Übung 6

$k : x \rightarrow \frac{2x+1}{4}$

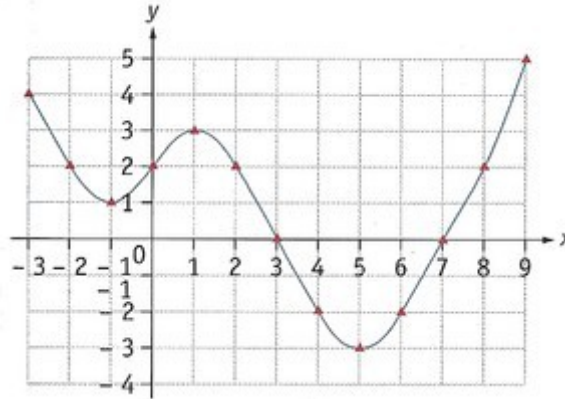
1. Berechne das Bild von  $\frac{1}{2}$  ;  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{-5}{4}$  ;  $\frac{-3}{7}$  bei  $k$  .
2. Berechne das Urbild von  $\frac{1}{2}$  ;  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{-5}{4}$  ;  $\frac{-3}{7}$  bei  $k$  .



## Funktionen – Schaubild

### Übung 1

Beobachte das Schaubild der Funktion  $h$  :



Bestimme :

1. Das Bild von 8 bei  $h$  .
2.  $h(-1)$  .
3. Die Urbilder von 0 bei  $h$  .
4. Das Bild von -3 bei  $h$  .
5. Die Urbilder von -2 bei  $h$
6. Die Urbilder von 2 bei  $h$  .

### Übung 2

Uns interessiert die Funktion mit der Zuordnungsvorschrift  $f : x \rightarrow x^2 - 2$

1. Erstelle eine Wertetabelle für verschiedene Werte von  $x$  zwischen -3 und 3
2. Zeichne in einem Koordinatensystem die grafische Darstellung der Funktion  $f$  .

### Übung 3

Es vergeht durchschnittlich eine Sekunde zwischen dem Zeitpunkt wo ein Autofahrer einen Hindernis auf der Fahrbahn erblickt und dem Zeitpunkt wo er anfängt zu bremsen.

Uns interessiert - in Bezug auf seiner Geschwindigkeit - die Länge der Strecke, die der Autofahrer während dieser Sekunde zurücklegt.

1. Schreibe ab und ergänze die Tabelle :beachte die Einheiten !

$v$ (Geschwindigkeit in $km \cdot h^{-1}$ )	0	45	63	90	126
$f(v)$ (in $m$ )					

2. Zeichne das Schaubild der Funktion für die Werte von  $v$  zwischen 0 und 126. Was fällt dir auf ?

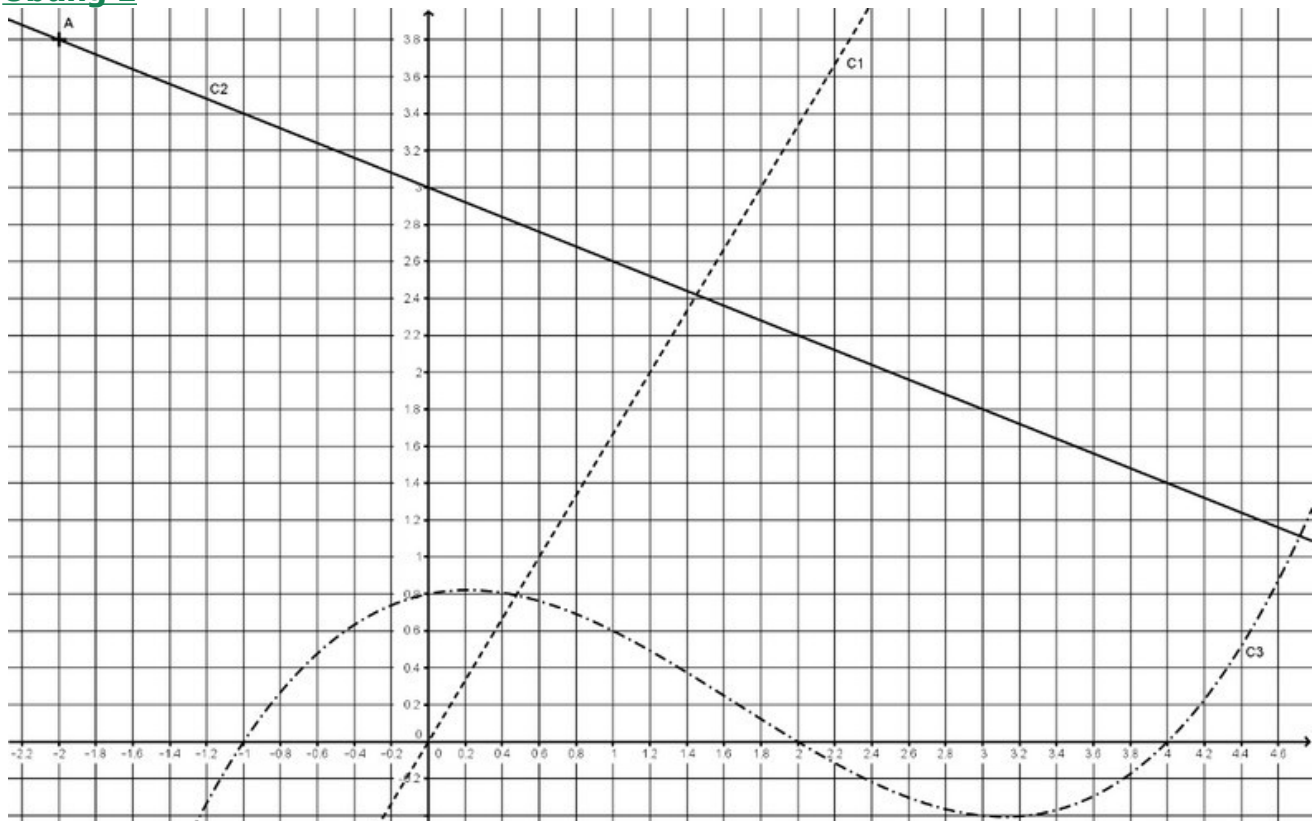
## Übung 4

1. Zeichne ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 2 cm.  
Zeichne die Halbgeraden  $[AB)$  und  $[AD)$ .  
Zeichne einen Punkt M so ein, dass M zur Halbgeraden  $[AB)$  gehört und  $M \notin [AB]$ .  
Es sei  $BM=x$ .  
Zeichne dann den Punkt R so ein, dass R zur Halbgeraden  $[AD)$  gehört;  $R \notin [AD]$  und  $DR=2x$ .  
Zeichne dann zum Schluss den Punkt E so ein, dass AMER ein Rechteck ist.
2. Bestimme den Flächeninhalt des Rechtecks AMER in Bezug auf  $x$ .  
Multipliziere aus und fasse zusammen !
3. Es sei  $f$  die Funktion, die der Zahl  $x$  den Flächeninhalt des Rechtecks AMER zuordnet.  
Erstelle eine Wertetabelle und ein Schaubild von  $f$ .  
(Einheiten für das Koordinatensystem : 1 cm für 0,5 cm auf der x-Achse und 1 cm für 5 cm<sup>2</sup> auf der y-Achse)

## Proportionale und lineare Funktionen - Schaubild

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1



Die Schaubilder dreier Funktionen werden C1, C2 und C3 genannt.

Ein Schaubild ist die grafische Darstellung einer proportionalen Funktion.

Ein anderes Schaubild ist die grafische Darstellung der Funktion  $f$  mit der Zuordnungsvorschrift  $f(x) = -0,4x + 3$ .

1. Was sind die Koordinaten des Punktes A ?  
Was sind die Koordinaten der Schnittpunkte von C3 mit der  $x$  - Achse ?
2. Welches Schaubild ist die grafische Darstellung der proportionalen Funktion ? Der Funktion  $f$  ? Begründe.
3. Was ist das Urbild von 1 bei der Funktion  $f$  ? Begründe.
4. B ist der Punkt (4,6 ; 1,2). Gehört B zu C2 ? Begründe.

#### Übung 2 (mit Geogebra)

Zeichne das Schaubild von  $g : x \rightarrow \frac{1}{4}x^2 - 3x + 40$ .

1. Bestimme grafisch das Bild von 15 bei  $g$ . Überprüfe rechnerisch.
2. Bestimme grafisch das Bild von 20 bei  $g$ . Überprüfe rechnerisch.
3. Bestimme grafisch die Urbilder von 40 bei  $g$ . Überprüfe rechnerisch.

### Übung 3

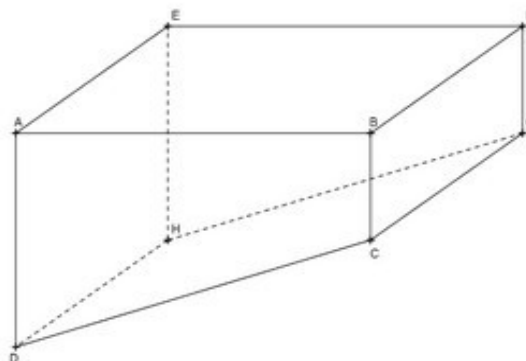
Zeichne die grafische Darstellung von  $x \rightarrow x^3 - 1$

### Übung 4

Der nebenstehende Körper stellt ein Schwimmbecken dar.

Es ist prismaförmig, die Grundfläche ABCD ist ein rechtwinkliges Trapez und es gilt :

$AB = 14 \text{ m}$  ;  $AE = 5 \text{ m}$  ;  $AD = 1,80 \text{ m}$  und  $BC = 0,80 \text{ m}$ .



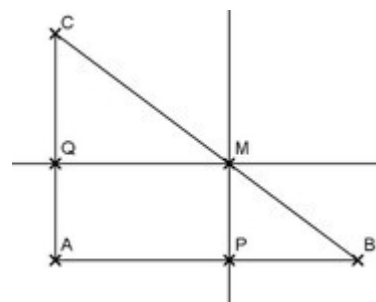
1. Berechne das Volumen des Beckens.
2. Am Ende des Sommers möchte man das Becken leeren. Die Pumpe saugt  $5 \text{ m}^3$  Wasser pro Stunde auf.  
 $v(n)$  bezeichnet das restliche Wasservolumen nach  $n$  Stunden.  
Bestimme  $v(n)$  in Bezug auf  $n$  und zeichne auf Millimeterpapier die graphische Darstellung von  $v$   
Wähle  $1 \text{ cm}$  für  $1$  Stunde auf der  $x$ -Achse und  $1 \text{ cm}$  für  $5 \text{ m}^3$  auf der  $y$ -Achse.
3. Bestimme graphisch, nach wie vielen Stunden noch  $56 \text{ m}^3$  Wasser im Pool bleiben. Überprüfe deine Antwort rechnerisch.
4. Bestimme graphisch, nach wie vielen Stunden der Pool geleert ist. Überprüfe deine Antwort rechnerisch.

### Übung 5

ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck in A. Es gilt :  $AB = 4 \text{ cm}$  und  $AC = 3 \text{ cm}$ .

Der Punkt M liegt auf [BC], der Punkt P liegt auf [AB] und der Punkt Q liegt auf [AC], sodass APMQ ein Rechteck ist.

$x$  bezeichnet die Länge PB in cm.

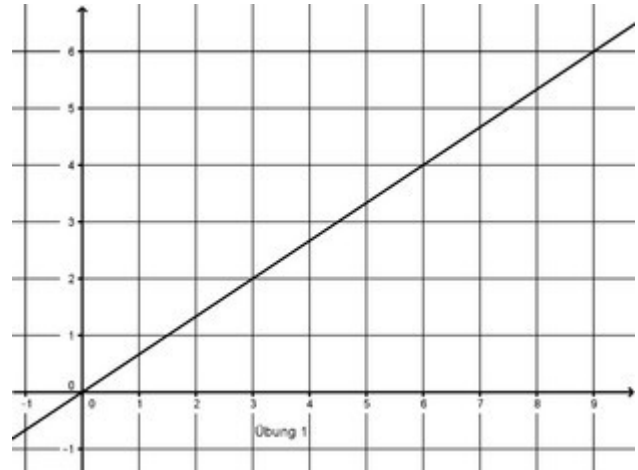


1. Berechne die Länge BC.
2. Gib die Länge PM in Bezug auf  $x$  an. Gib den Umfang von APMQ in Bezug auf  $x$  an.
3. Was sind die möglichen Werte für  $x$  ?  
Ist es möglich den Punkt M auf [BC] so zu setzen, dass der Umfang des Rechtecks APMQ  $7 \text{ cm}$  beträgt ?  $4 \text{ cm}$  ?  $10 \text{ cm}$  ?
4. Gib die Länge BM in Bezug auf  $x$  an.  
Gib den Umfang des Dreiecks BPM in Bezug auf  $x$  an.
5. Zeichne die grafischen Darstellungen von  $x \rightarrow 3x$  und von  $x \rightarrow 8 - 0,5x$  in einem Koordinatensystem.
6. Bestimme zeichnerisch einen Näherungswert von  $x$ , für den das Dreieck BPM und das Rechteck APMQ den gleichen Umfang haben. Bestimme rechnerisch den exakten Wert von  $x$

## Proportionale Funktionen

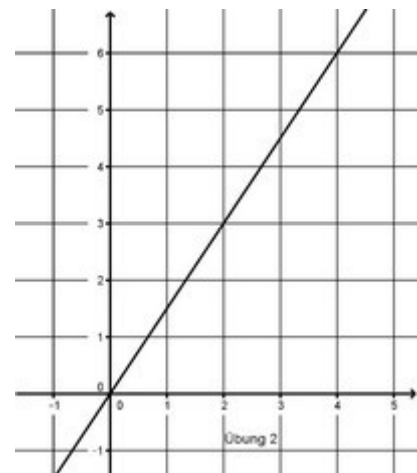
### Übung 1

1. Uns interessiert die proportionale Funktion  $f$ , so dass:  $f(x) = -15x$ .
  - a) Berechne das Bild von 2 bei  $f$ .
  - b) Bestimme das Urbild von -5 bei  $f$ .
  
2. Hier steht die grafische Darstellung der proportionalen Funktion  $g$ :
  - a) Ermittle grafisch das Bild von 3 bei  $g$ .
  - b) Ermittle grafisch das Urbild von 6 bei  $g$ .
  - c) Um welche Funktion handelt es sich?



### Übung 2

1. Uns interessiert die proportionale Funktion  $g$ , sodass:  $g(6) = -15$ . Bestimme ihren Anstieg.
2. Eine Funktion  $h$  wurde grafisch dargestellt: Was kann man über die Funktion  $h$  behaupten? Bestimme ihren Anstieg.



### Übung 3

Zeichne in dem gleichen Koordinatensystem die Funktionsgraphen von :

$f: x \rightarrow 4x$

$g: x \rightarrow -3x$

$h: x \rightarrow \frac{3}{2}x$

$k: x \rightarrow -\frac{1}{4}x$

### Übung 4

1. Zeichne den Funktionsgraphen von  $f: x \rightarrow -\frac{1}{3}x$
2. Zeichne im Koordinatensystem die Punkte A(5 ; -1,5) und B(-3 ; 1) ein. Gehören diese Punkte zur grafischen Darstellung von  $f$ ? Begründe deine Antwort.

## Übung 5

Uns interessieren drei proportionale Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$ , sodass:  $f(3) = g(-5) = h(1) = 15$

Berechne:

$$f(6)$$

$$h(-3)$$

$$g(1)$$

$$g(50)$$

$$f(1)$$

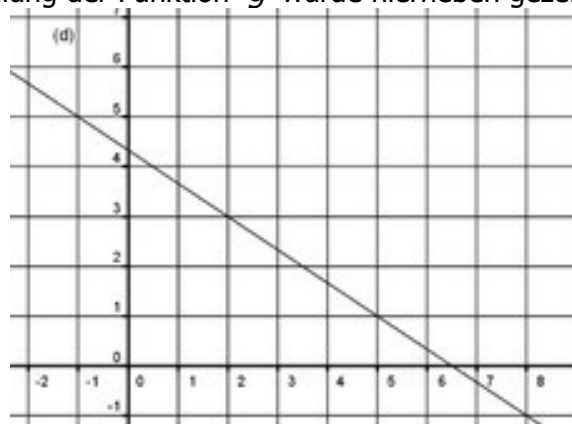
$$h(10)$$

## Lineare Funktionen

### Ein paar Übungen...

#### Übung 1

1. Uns interessiert die lineare Funktion  $f$ , sodass :  $f(x) = -7x + 2$ .
  - a) Berechne das Bild von -3 bei der Funktion  $f$ .
  - b) Bestimme das Urbild von 6 bei der Funktion  $f$ .
2. Die grafische Darstellung der Funktion  $g$  wurde hierneben gezeichnet :



- a) Bestimme grafisch das Bild von 2 bei der Funktion  $g$ .
- b) Bestimme grafisch das Urbild von 1 bei der Funktion  $g$ .

#### Übung 2

$f$  und  $g$  sind zwei lineare Funktionen.

1. Es gilt :  $f(2) = 4$  und  $f(5) = 13$ . Bestimme  $f$ .
2. Es gilt :  $g(1) = -4$  und  $g(3) = -10$ . Bestimme  $g$ .

#### Übung 3

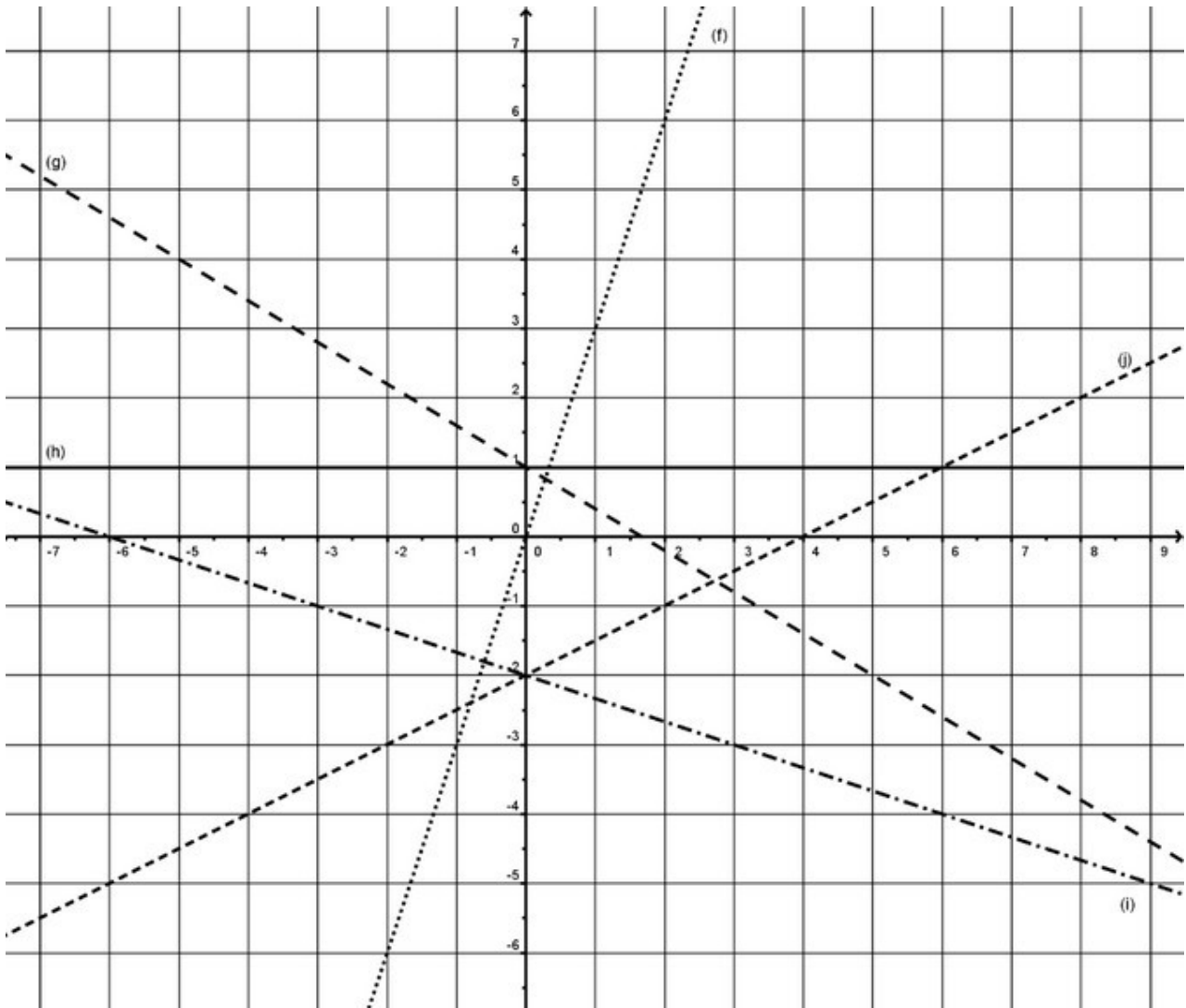
Uns interessiert eine lineare Funktion, für die folgende Wertetabelle mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellt wurde :

	A	B	C	D	E	F	G
1	$x$	-2	-1	0	1	2	
2	$f(x)$	-7	-2	3	8	13	
3							
4							

1. Wie lautet die Funktionsgleichung ?
2. Welche Formel wurde in die Zelle B2 getippt ?

## Übung 4

Bestimme mit Hilfe des Graphen die Funktionsgleichungen von  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $i$  und  $j$  :





## Übung 5

Zeichne in folgendem Koordinatensystem die grafischen Darstellungen der Funktionen :

1.  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

2.  $g(x) = -x$

3.  $h(x) = -3 + 2x$

4.  $i(x) = -4$

