Cours et exercices
de mathématiques bilingues
Cycle 4

EG – Espace et Géométrie

Nadja Bolz

2017-2020

Groupe de travail mathématiques bilingues – Académie de Strasbourg

Contenus créés par Nadja Bolz
Mise en page Dimitri Breiner

Sommaire

Das Prisma und der Zylinder
Schrägbild und Netz

4 – EG – 1 – 1

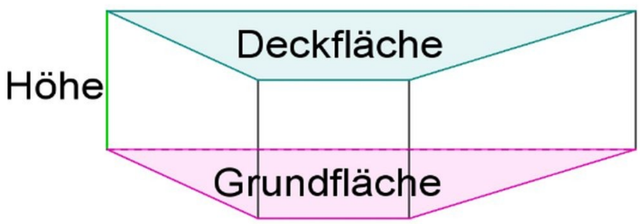
Erinnere dich...

Das Prisma :

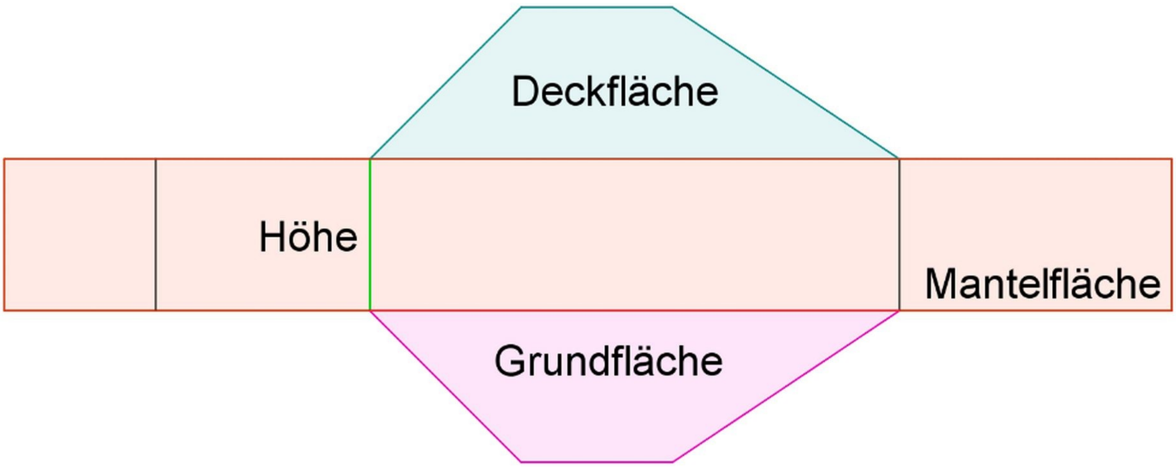
Ein Körper heißt gerades Prisma, wenn es begrenzt wird von :
- zwei deckungsgleiche und zueinander parallelen Vieleckflächen
- Rechteckflächen

Die Vielecke sind die Grundfläche und die Deckfläche des Prismas.
Die Rechtecke sind seine Seitenflächen, die zusammen die Mantelfläche bilden.
Die Höhe des Prismas ist der Abstand zwischen der Grund- und der Deckfläche.

Schrägbild :



Netz :



Merke :

- Entsprechend der Anzahl der Seitenflächen heißt ein Prisma dreiseitig, vierseitig, fünfseitig usw.
- Beim Erkennen und Darstellen von Prismen ist zu beachten, dass ein Prisma nicht nur auf der Grundfläche stehen, sondern auch auf einer Seitenfläche liegen kann. Zur Unterscheidung dieser Lagemöglichkeiten, spricht man von stehenden und liegenden Prismen.

Der Kreiszylinder :

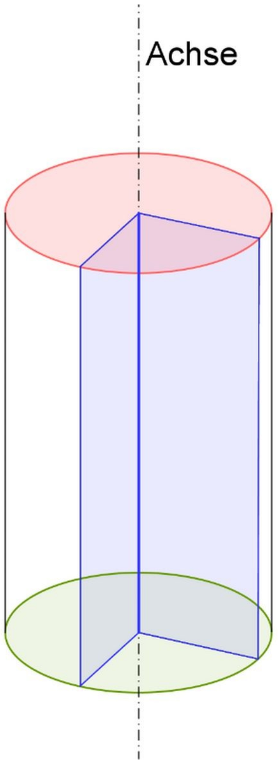
Ein Körper heißt gerader Kreiszylinder wenn er begrenzt wird von :

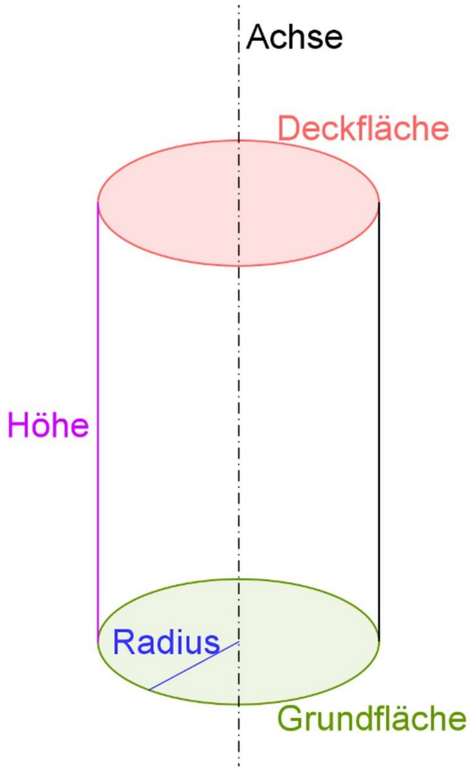
- zwei deckungsgleiche und zueinander parallelen Kreisflächen
- einer gekrümmten Fläche, die bei einer Abwicklung in eine Ebene ein Rechteck ergibt.

Die Kreisflächen sind die Grundfläche und die Deckfläche des Zylinders.
Die gekrümmte Fläche ist eine Seitenfläche, die gleich der Mantelfläche ist.
Die Höhe des Zylinders ist der Abstand zwischen der Grund- und der Deckfläche. Jede Strecke auf der Mantelfläche, die Grund- und Deckfläche verbindet und zu diesen senkrecht ist, heißt Mantellinie.

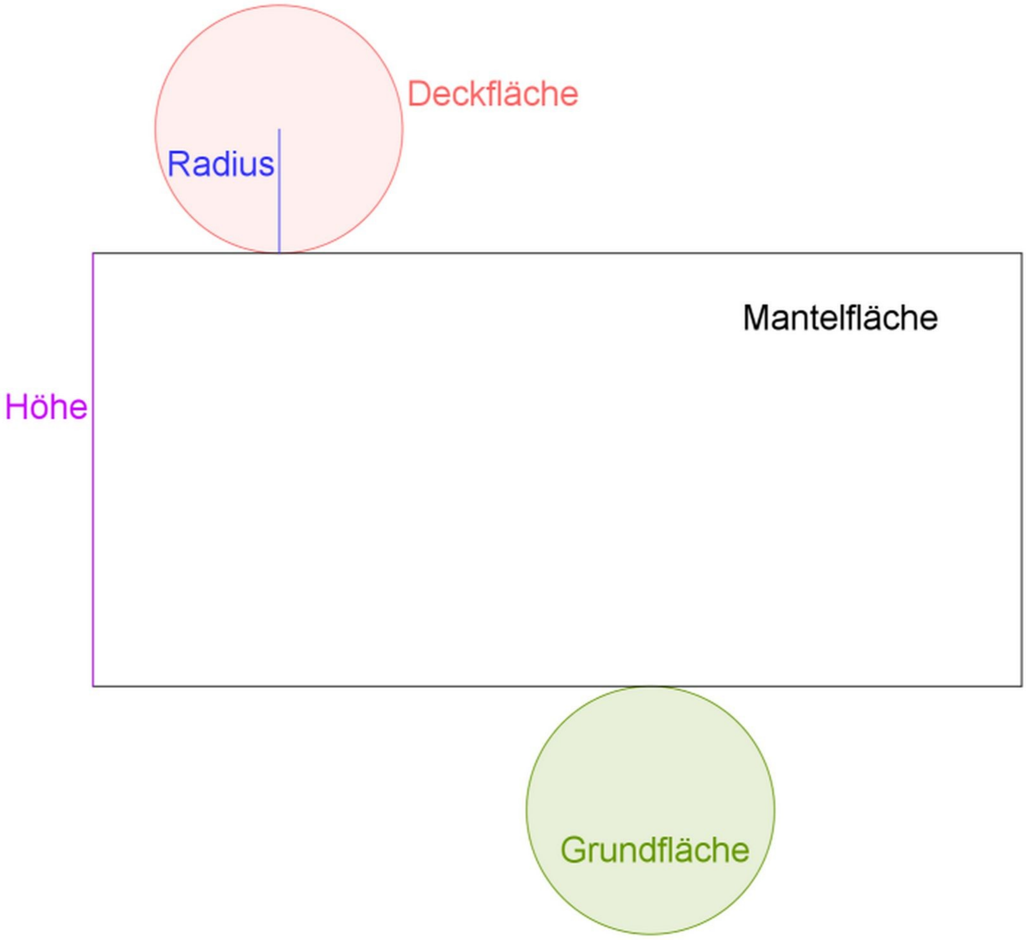
Die Gerade durch die Mittelpunkte der Grund und Deckfläche heißt Achse des Zylinders.
Der Zylinder entsteht durch Drehung eines Rechtecks um eine seiner Seiten, die dann Achse des entsehendens Zylinders wird.

Schrägbild :





Netz :



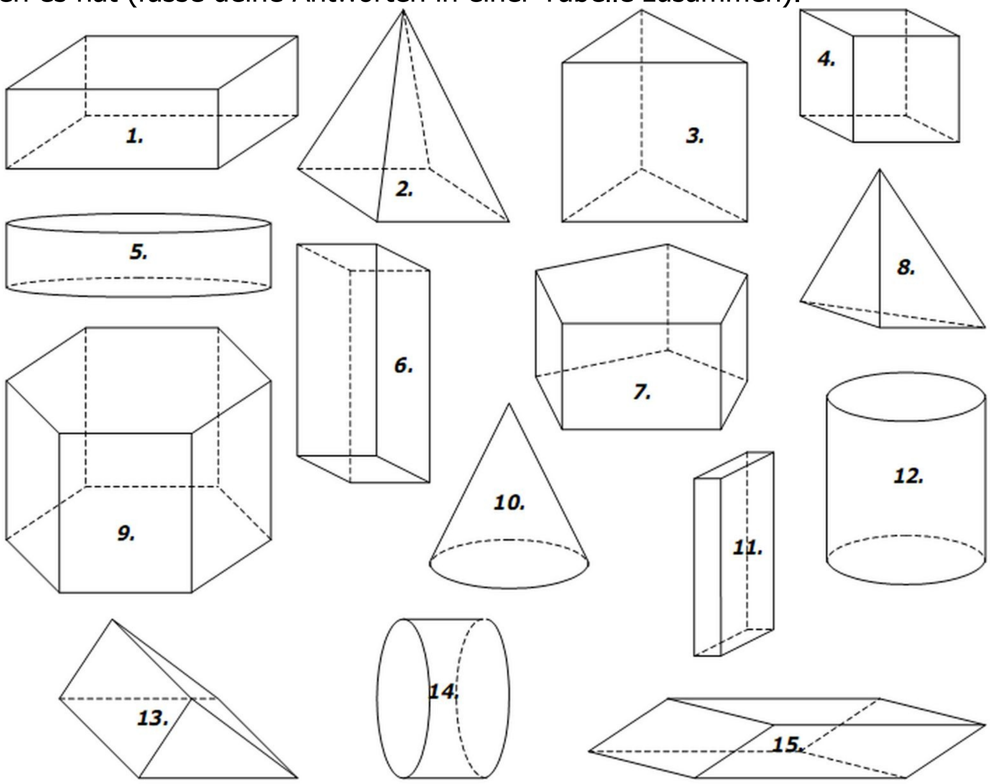
Bei der Abwicklung der Mantelfläche in eine Ebene entsteht ein Rechteck mit den Maßen "Höhe des Zylinders" und "Umfang der Grund- bzw. Deckfläche".

Merke :
auch Zylinder können liegen oder stehen.

Ein paar Übungen...

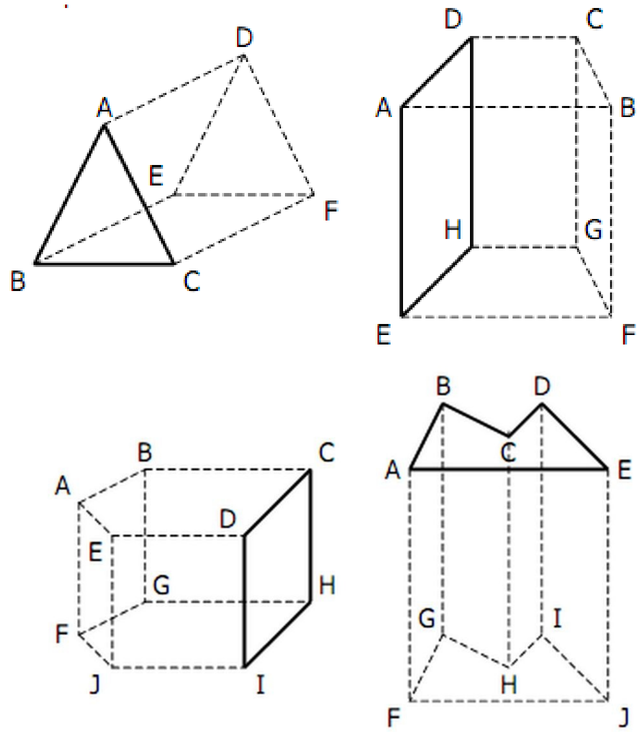
Übung 1

1. Welche der folgenden Körper sind Zylinder ? Welche sind Prismen ?
2. Gib für jedes Prisma an, was seine Grundflächen sind, und wie viele Ecken, Kanten und Flächen es hat (fasse deine Antworten in einer Tabelle zusammen).



Übung 2

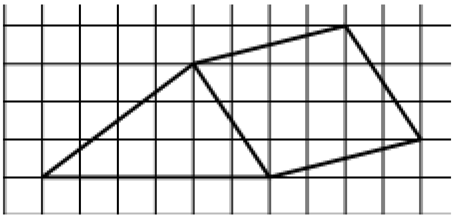
Ergänze folgende Schrägbilder :



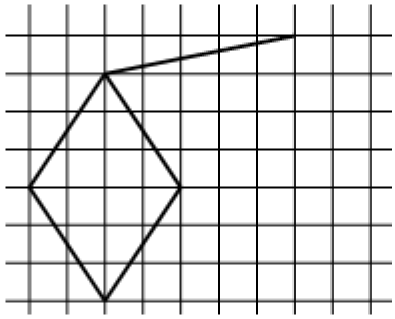
Übung 3

Ergänze folgende Schrägbilder :

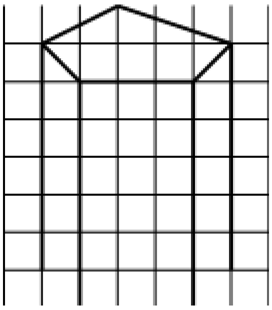
Gerades Prisma mit dreieckiger Grundfläche :



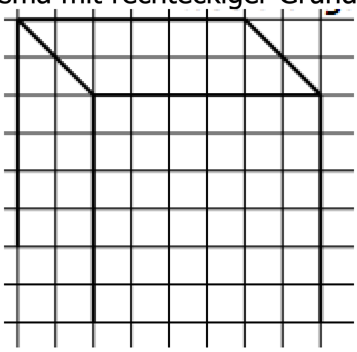
Gerades Prisma mit Raute als Grundfläche :



Gerades Prisma mit fünfeckiger Grundfläche :

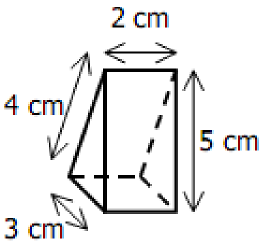


Gerades Prisma mit rechteckiger Grundfläche :

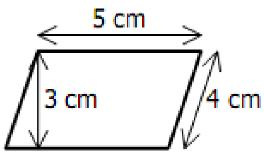


Übung 4

1. Zeichne das Netz des Prismas :

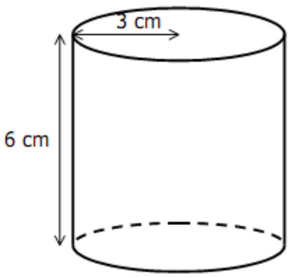


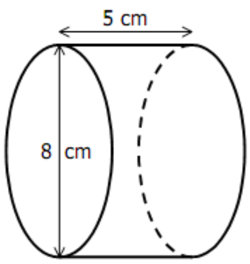
2. Zeichne das Netz des Prismas mit folgender Grundfläche und mit der Höhe 10 cm :



Übung 5

Zeichne das Netz folgender Zylinder :





Die Pyramide und der Kegel
Schrägbild und Netz

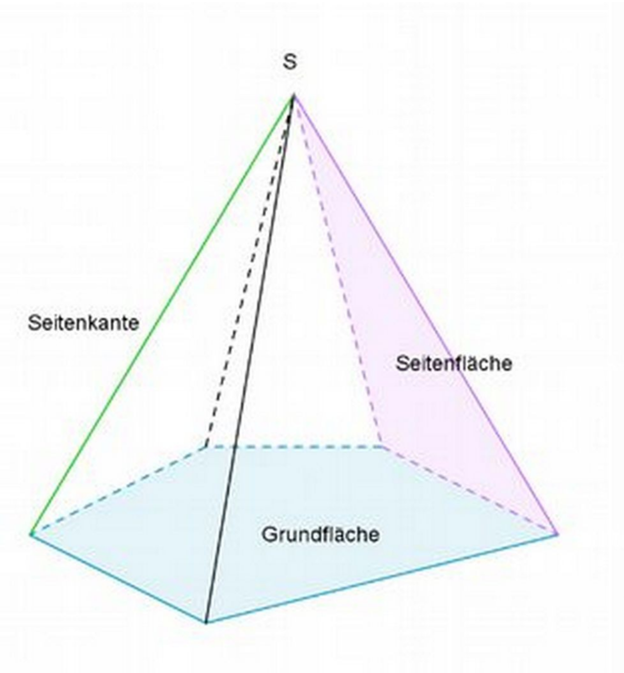
4 – EG – 1 – 2

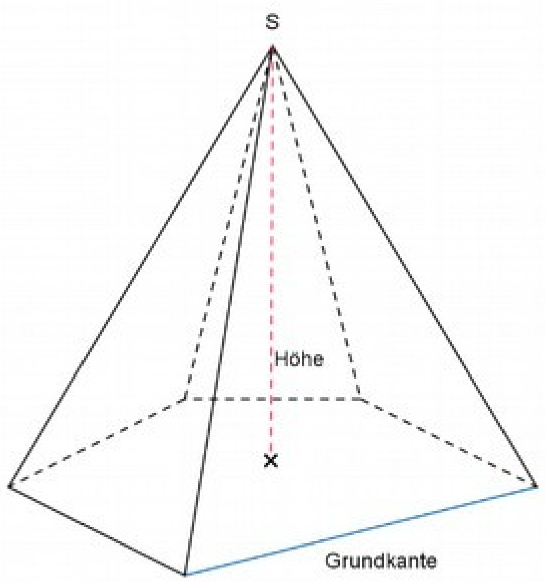
Erinnere dich…

Die Pyramide :
Ein Körper heißt Pyramide, wenn er begrenzt wird von :

- einer Vieleckfläche (die Grundfläche)
- Dreiecksflächen (die Seitenflächen), die einen Punkt (die Spitze) gemeinsam haben.

Die Höhe der Pyramide ist der Abstand der Spitze der Pyramide von der Grundfläche.
Die Seiten der Grundfläche heißen Grundkanten und die Seiten der Seitenflächen heißen Seitenkanten.





Merke :

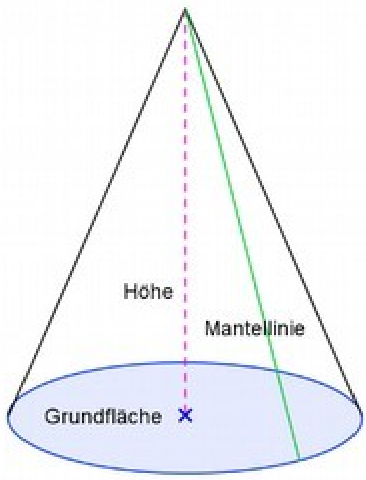
- Pyramiden werden nach der Anzahl der Seitenflächen unterschieden :so heißt zum Beispiel eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche eine dreiseitige Pyramide (ähnlich heißt eine Pyramide mit viereckiger Grundfläche vierseitige Pyramide, usw.).
- Eine Pyramide mit einem Quadrat (bzw. Rechteck) als Grundfläche heißt quadratische (bzw. rechteckige) Pyramide.
- Eine Pyramide heißt regelmäßig, wenn die Grundfläche ein regelmäßiges Vieleck ist.

Der Kegel :

Ein Körper heißt Kegel (gerader Kreiskegel) wenn er begrenzt wird von :

- einer Kreisfläche (die Grundfläche)
- einer gekrümmten Fläche (die Mantelfläche), die bei der Abwicklung in eine Ebene einen Kreisausschnitt ergibt.

Der Mittelpunkt des Kreisausschnitts heißt Spitze des Kegels.
Die Höhe des Kegels ist der Abstand der Spitze von der Grundfläche.
Jede Strecke, die die Spitze des Kegels mit der Grundfläche verbindet, heißt Mantelilnie des Kegels.



Merke :

Ein Gerader Kegel entsteht, wenn ein rechtwinkliges Dreieck um eine seiner Katheten rotiert.

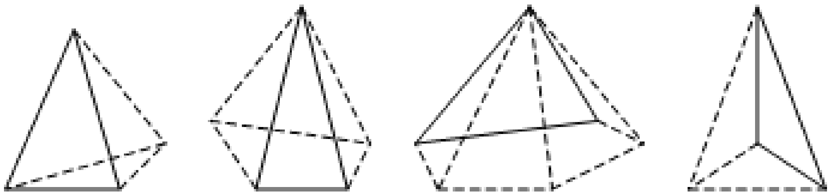
Ein paar Übungen...

Schrägbild

Übung 1

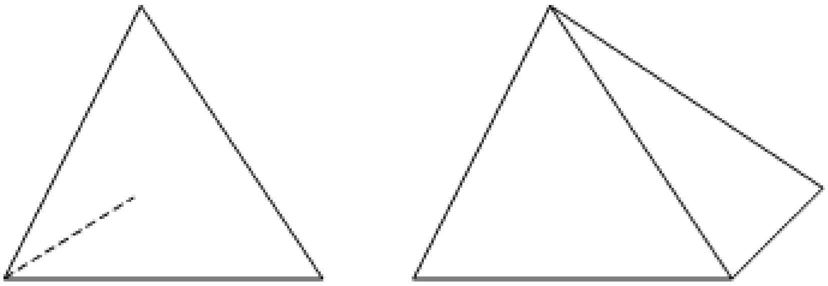
Ergänze folgende Schrägbilder :

(Merke.Nur die unsichtbaren Kanten werden gestrichelt gezeichnet)



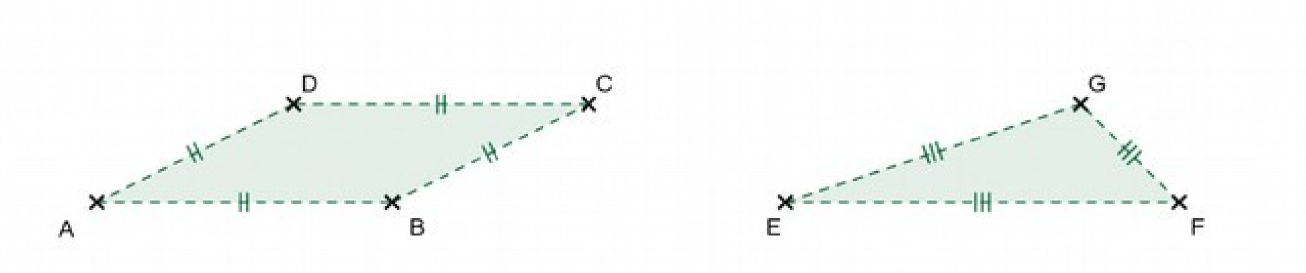
Übung 2

Ergänze die Schrägbilder.
Die erste Pyramide hat eine dreieckige Grundfläche und die zweite Pyramide hat eine quadratische Grundfläche

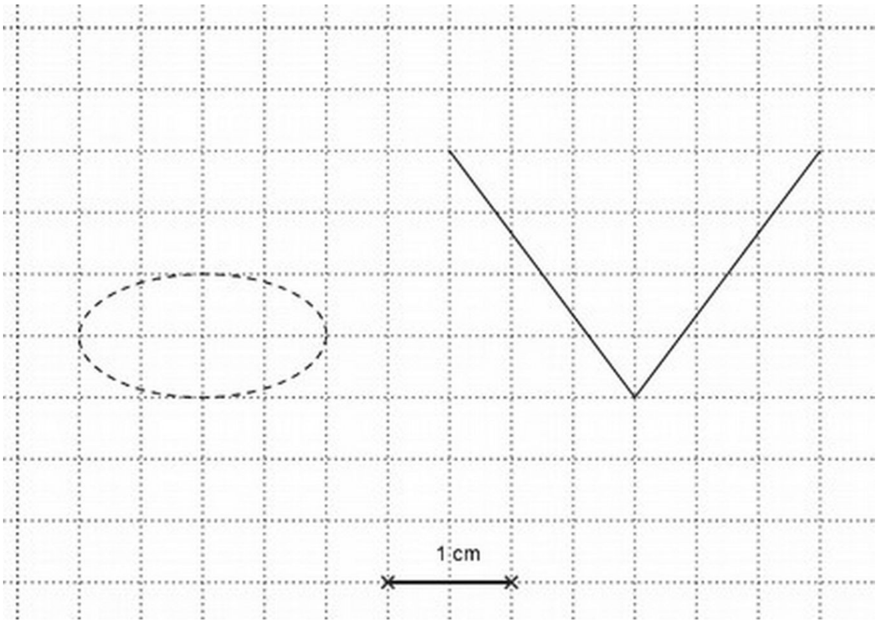


Übung 3

SABCD und SEFG sind zwei regelmäßige Pyramiden, bei denen die Höhe 5 cm beträgt. Ergänze die Schrägbilder.



Übung 4



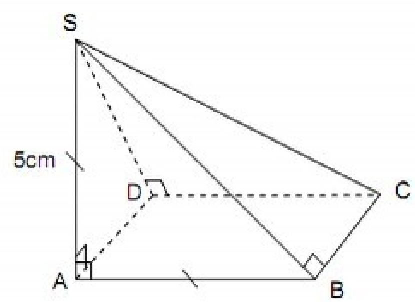
Ergänze die Schrägbilder der beiden oberen Kegel. Die Höhe beträgt jeweils 2 cm.

Netz

Übung 5

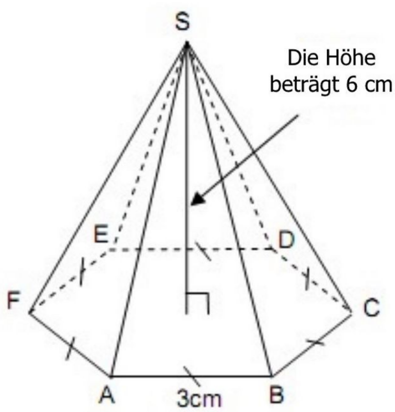
Stelle folgende Pyramide her.
(*Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche*)

Versuche anschließend mit Hilfe von zwei Kameraden aus drei solchen Pyramiden einen Würfel zu basteln.
(*Es ist möglich !*)

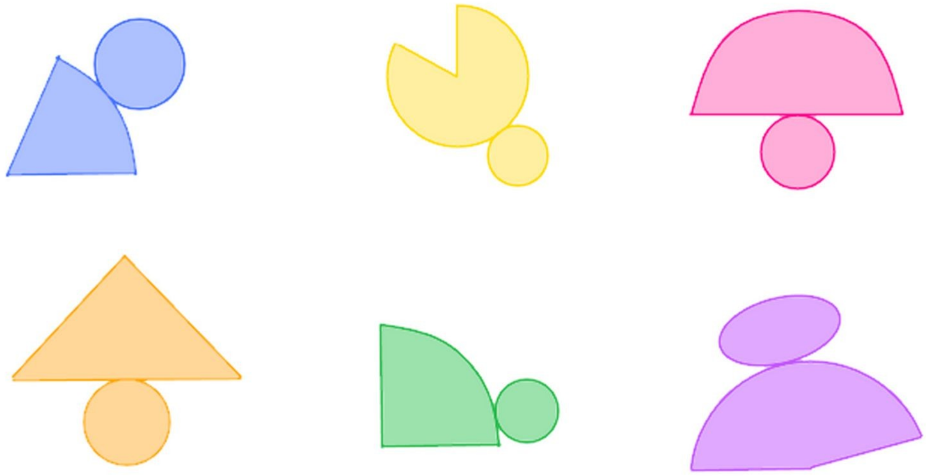


Übung 6

Stelle folgende Pyramide her.



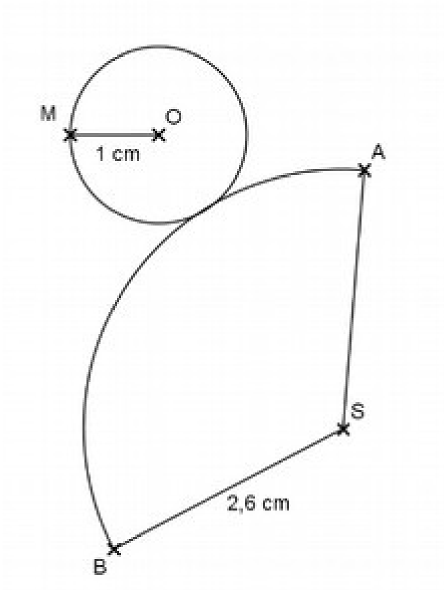
Übung 7



Welche Zeichnungen können keine Netze eines Kegels darstellen ?

Übung 8

Wie viel beträgt die Höhe des Kegels, dessen Netz hierneben abgebildet wurde ?



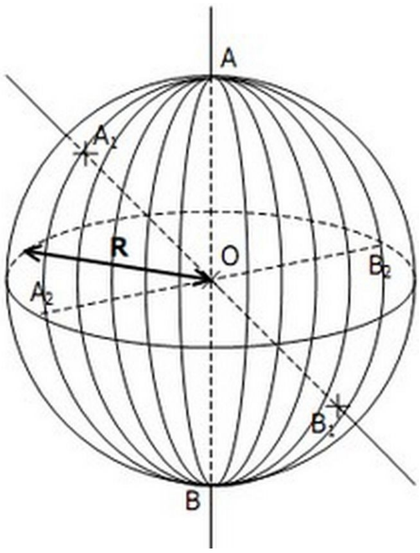
Kugel und Kugelfläche

4 – EG – 1 – 3 :

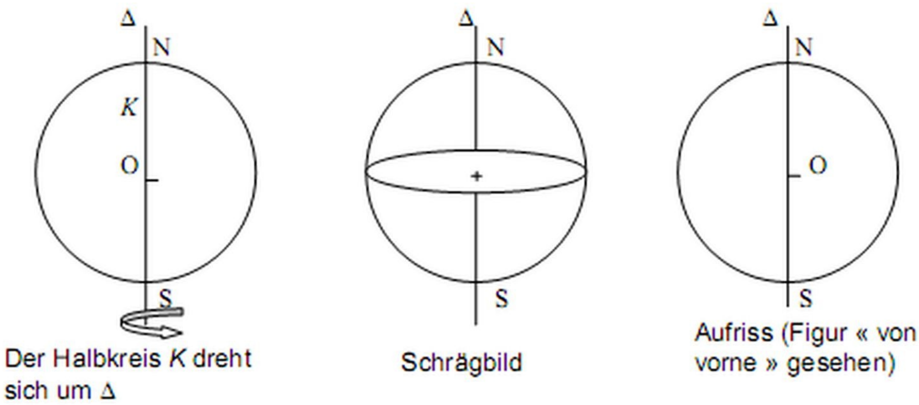
Erinnere dich...

Die Kugel – Die Kugelfläche

Die Kugelfläche enthält alle Punkte M, die von einem festen Punkt im Raum – dem Kugelmittelpunkt O – den gleichen Abstand haben :OM = R.
Eine Kugel ist ein geometrischer Körper, der von einer Kugelfläche begrenzt wird :sie enthält alle Punkte M für denen folgende Ungleichung gilt :OM ≤ R

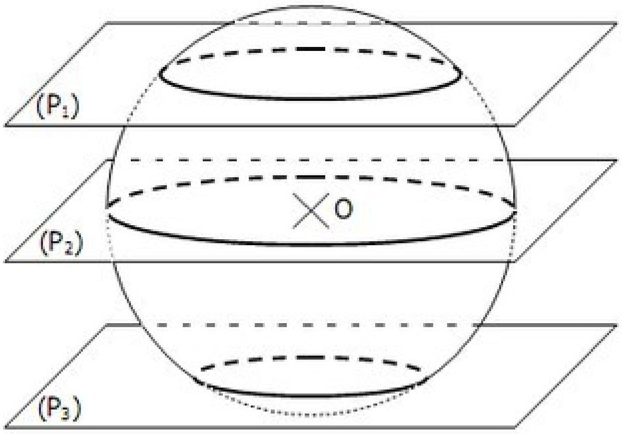


Merke :
Eine Kugel kann auch als « Rotationskörper » betrachtet werden :
Die Kugel wird bei der Drehung eines Halbkreises um einen seiner Durchmesser erzeugt :

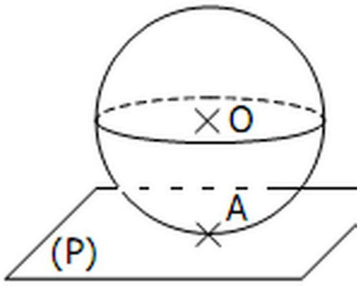


Welche anderen Rotationskörper kennst du ?

Kugelabschnitte
Beim ebenen Schnitt einer Kugel entsteht ein Kreis.
Geht der Schnitt durch den Kugelmittelpunkt, so heißt die Schnittfläche ein Großkreis der Kugel.



Tangente Ebene
Haben eine Ebene und eine Kugel genau einen Punkt gemeinsam, so sagt man, dass die Ebene an die Kugel tangent ist.

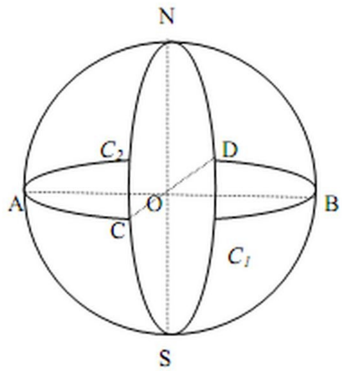


Ein paar Übungen...

Übung 1

C_1 und C_2 bezeichnen jeweils einen waagerechten und einen senkrechten Großkreis einer Kugel mit Mittelpunkt O.
Die Durchmesser [AB] und [CD] sind zueinander senkrecht.

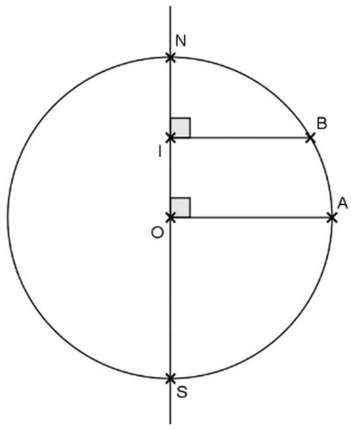
Nenne alle möglichen rechtwinkligen Dreiecke, dessen Katheten Radien der Kugel sind. (Du sollst 12 Dreiecke finden).



Übung 2

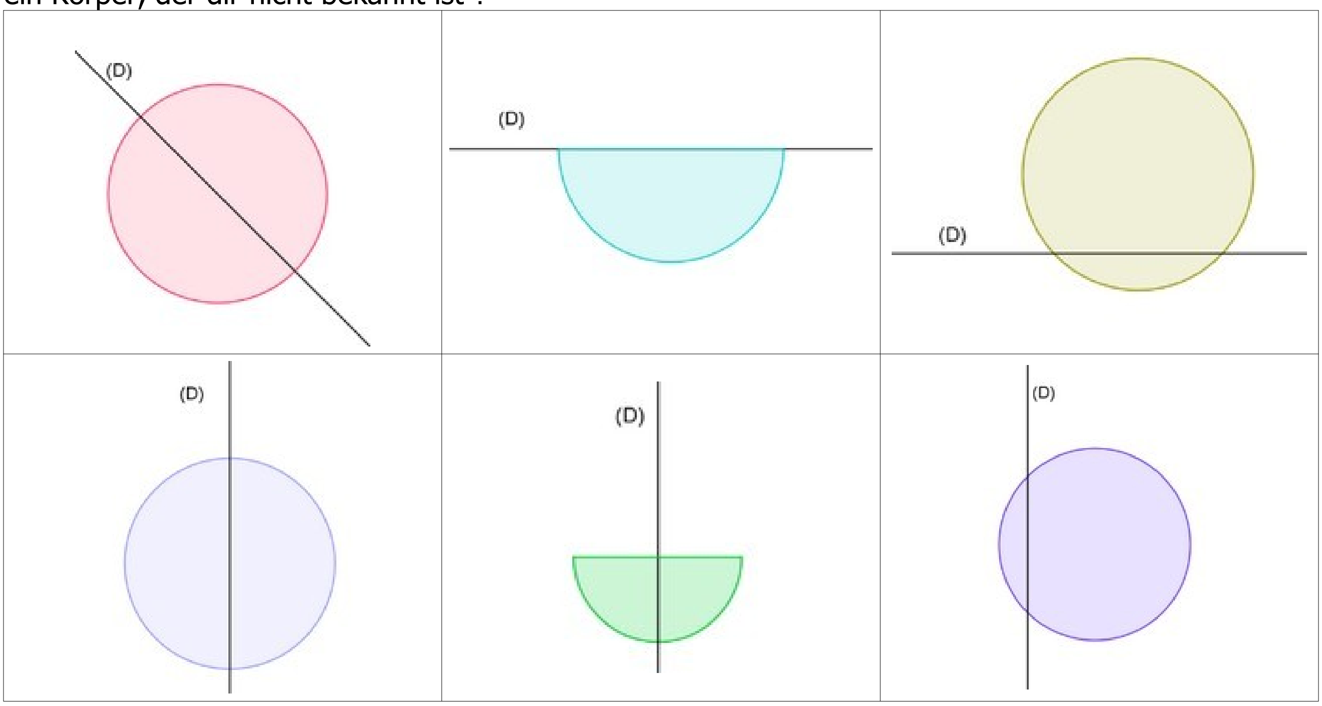
O ist der Mittelpunkt des Kreises und es gilt :
ON = 3 cm und OI = 2 cm.

1. Bestimme OB, OS und OA.
2. Berechne IB.
3. Welche ebene Figuren erzeugen die Strecken [IB] und [OA] bei der Rotation um die Achse (NS) ?
4. Übertrage die Figur in deinem Heft und ergänze sie so, dass der Aufriss (Figur « von vorne» gesehen) der erhaltenen Kugel entsteht.
5. Zeichne anschließend den Grundriss (Figur « von oben » gesehen) in wahrer Größe und ergänze ihn mit den Buchstaben A, B, N, O, I, R und S.

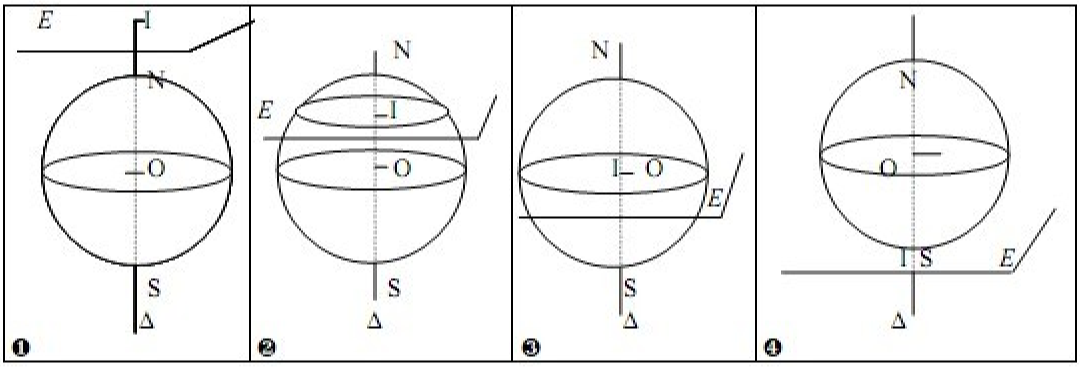


Übung 3

Im Raum werden verschiedene Figuren um die Achse (D) gedreht.
In welchen Fällen entsteht eine Kugel, in welchen Fällen entsteht eine Halbkugel, in welchen Fällen ein Körper, der dir nicht bekannt ist ?



Übung 4



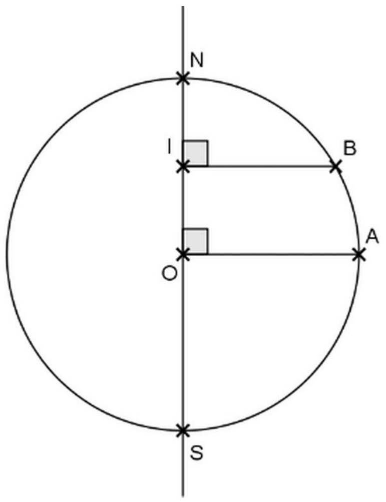
Ordne jedem der obigen vier Fälle die passende konkrete Situation :
a) ein Apfel liegt auf einem Tisch
b) ich halbiere einen Apfel
c) ich schneide mir ein kleines Stück Apfel aus
d) ich halte einen Apfel in meiner Hand über dem Tisch.

Merke :*für diese Übung nehmen wir an, dass unser Apfel eine (perfekte) Kugel ist, was natürlich nicht der Fall sein kann…*

Übung 5

Betrachten wir die Erde als eine Kugel, dessen Großkreis der Äquator ist.
Die Länge des Äquators beträgt 40 075 km.
Schließe den Radius der Erdkugel daraus. Runde auf 10 km.

Übung 6



Schneiden wir die Erdkugel senkrecht zur Nord-Süd-Achse mit zwei zueinander parallelen Ebenen, so entstehen der Äquator und ein Kreis mit dem Radius R = 4300 km als Schnittkreise.

Erinnere dich an den Radius der Erdkugel und berechne den Abstand OI der zwei Ebenen. Runde auf 10 km.

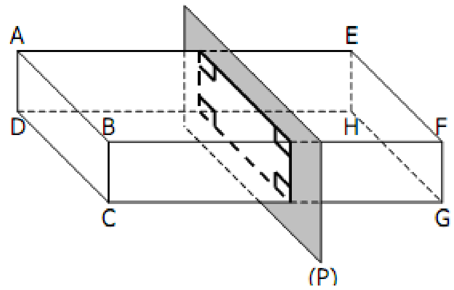
Körper und Schnittflächen

4 – EG – 1 – 4 :

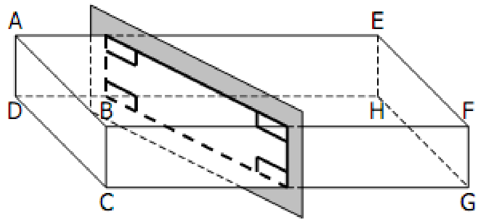
Erinnere dich…

Der Quader

Ein Quader wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu einer Fläche- geschnitten. Die Schnittfläche ist dann ein Rechteck.

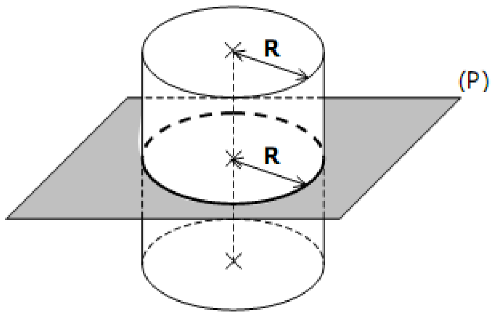


Ein Quader wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu einer Kante- geschnitten. Die Schnittfläche ist dann ein Rechteck.

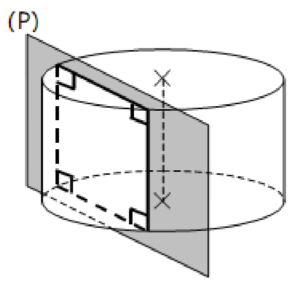


Der Zylinder

Ein Zylinder wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu seiner Grundfläche- geschnitten. Die Schnittfläche ist dann eine Scheibe.

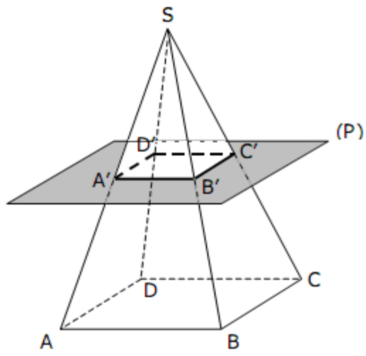


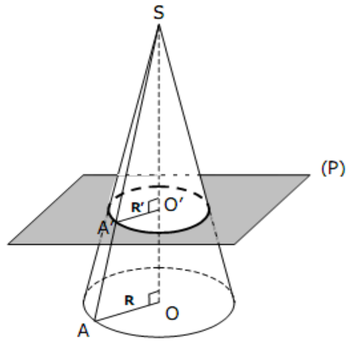
Ein Zylinder wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu seiner Achse- geschnitten. Die Schnittfläche ist dann ein Rechteck.



Die Pyramide und der Kegel

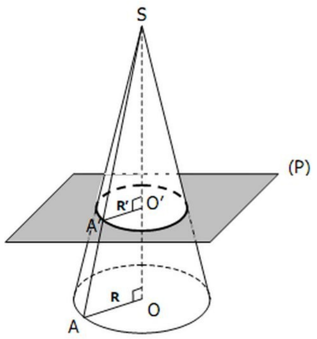
Eine Pyramide wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu ihrer Grundfläche- geschnitten. Die Schnittfläche ist dann ein Vieleck (bzw. eine Verkleinerung der Grundfläche).





Ein Kegel wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu seiner Grundfläche- geschnitten. Die Schnittfläche ist dann ein Kreis (bzw. eine Verkleinerung der Grundfläche)

Verkleinerung – Vergrößerung



Der nebenstehende Kegel wird durch einen geraden Schnitt -parallel zu seiner Grundfläche- geschnitten.

Es gilt :SO = 12 cm ; OA = 4 cm und SO' = 3 cm.

Der kleine Kegel ist eine Verkleinerung des großen Kegels.
Der große Kegel ist eine Vergrößerung des kleinen Kegels.

1. Berechne die Maße (Grundradius und Höhe) des kleinen Kegels.
   Vergleiche sie mit den Maßen des großen Kegels.
2. Berechne den Flächeninhalt der Grundflächen der beiden Kegeln.
   Vergleiche sie miteinander.
3. Berechne den Rauminhalt der beiden Kegeln.
   Vergleiche sie miteinander.

Merke dir.

Bei einer Verkleinerung (oder einer Vergrößerung) mit dem Ähnlichkeitsfaktor k, werden :

- die Längen mit k multipliziert
- die Flächeninhalte mit k^2 multipliziert
- die Rauminhalte mit k^3 multipiziert.

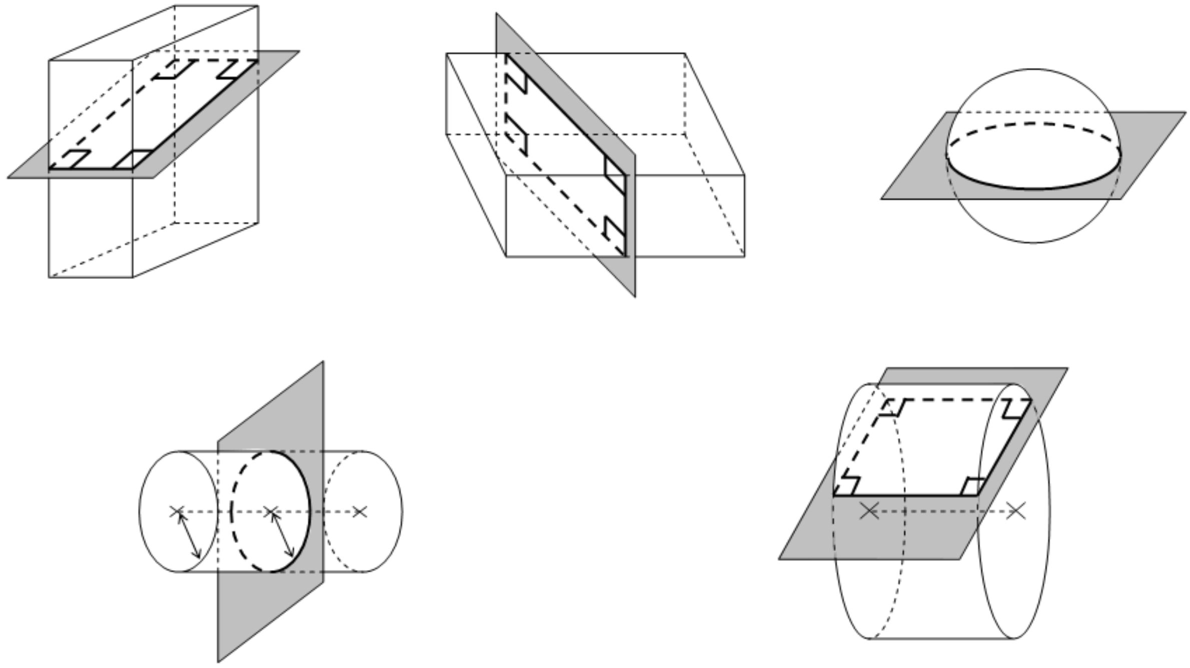
Merke :

- Ist k<1 handelt es sich um eine Verkleinerung.
- Ist k>1 handelt es sich um eine Vergrößerung.

Ein paar Übungen...

Übung 1

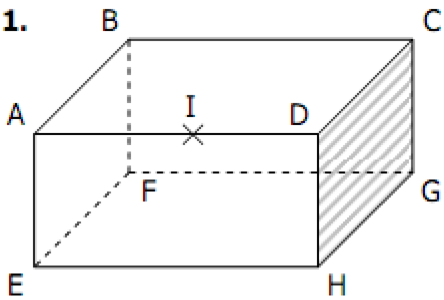
Beschreibe in jedem Fall die Schnittfläche :



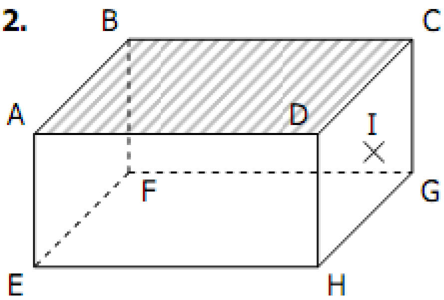
Übung 2

Zeichne die Schnittfläche des Körpers durch die Ebene, die parallel zur schraffierten Fläche durch den Punkt I verläuft :

1.



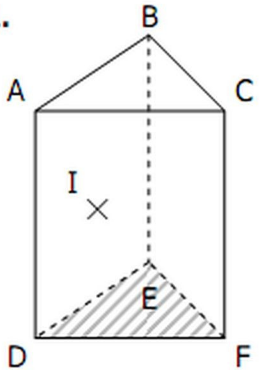
2.



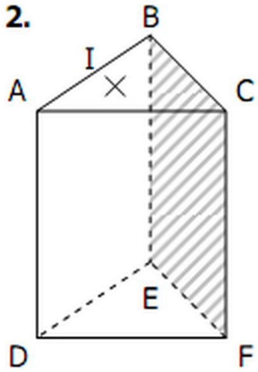
- Fall 1 : $I \in [AD]$
- Fall 2 :I gehört zur Fläche CDHG

Übung 3
Zeichne die Schnittfläche des Körpers durch die Ebene, die parallel zur schraffierten Fläche durch den Punkt I verläuft :

1.



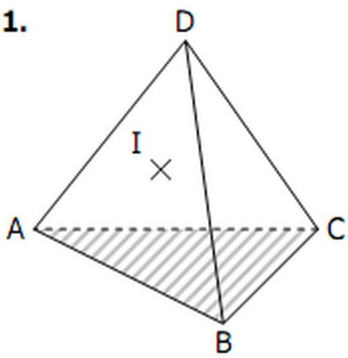
2.



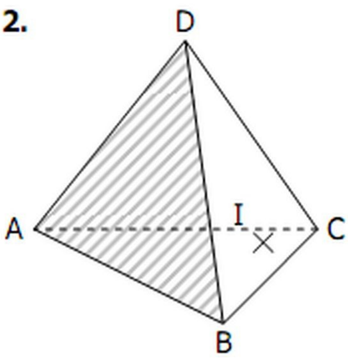
- Fall 1 :I gehört zur Fläche ADFC.
- Fall 2 :I gehört zur Fläche ABC

Übung 4
Zeichne die Schnittfläche des Körpers durch die Ebene, die parallel zur schraffierten Fläche durch den Punkt I verläuft :

1.



2.

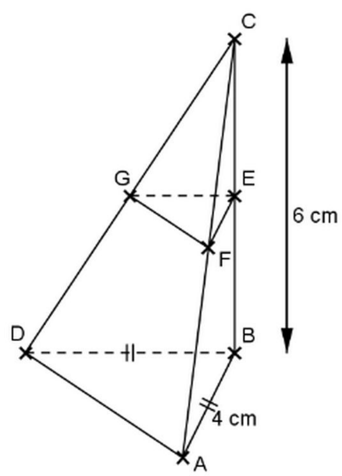


- Fall 1 :I gehört zur Fläche ABD
- Fall 2 :I gehört zur Fläche BCD

Übung 5
Die Flächen CBA und CBD der Pyramide sind rechtwinklige Dreiecke in B und die Grundfläche DBA ist ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck in B.
Es gilt :

1. CB = 6 cm und AB = 4 cm. Berechne :
   - den Flächeninhalt von DBA
   - den Rauminhalt von CDAB

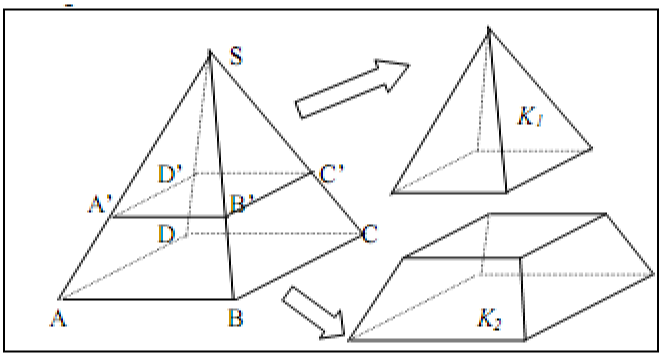
2. Die Pyramide wird durch eine zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten. Diese Ebene verläuft durch E, sodass :CE = 3 cm.
   Die Pyramide CGFE ist eine Verkleinerung der Pyramide CDAB.
   Berechne :
   - den Ähnlichkeitsfaktor
   - den Flächeninhalt von GEF
   - den Rauminhalt von CGFE

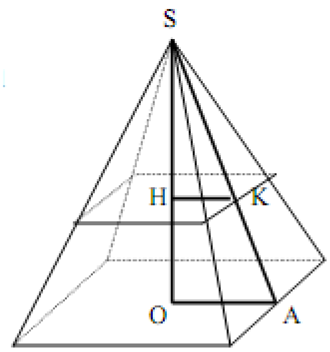


Übung 6

SABCD ist eine reguläre quadratische Pyramide. Sie ist von einer Parallelebene zur Grundfläche geschnitten worden.

Die erhaltenen Körper K_2 und K_1 heißen jeweils Pyramidenstumpf und Ergänzungspyramide.

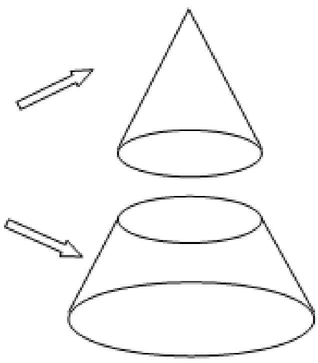




Ein Pyramidenstumpf entsteht aus einer regulären quadratischen Pyramide.
Das untere Quadrat hat die Seitenlänge 5 cm, das obere 3 cm.
Die Höhe des Pyramidenstumpfes beträgt 2 cm.

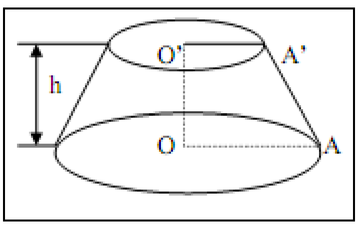
1. Zeichne das Viereck HKAO in wahrer Größe. Ergänze die Figur mit dem Punkt S.
2. Berechne die Länge SH und schließe daraus die Höhe der ursprünglichen Pyramide.

Übung 7



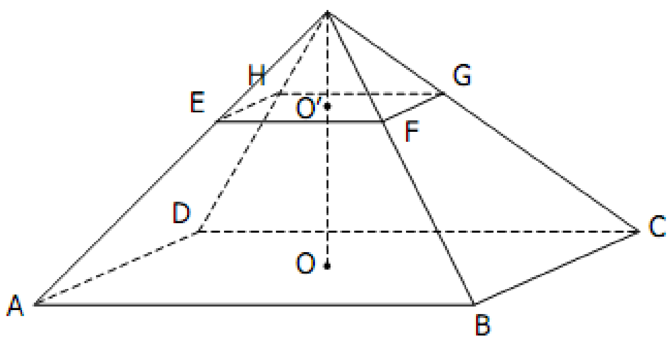
Ein Kegel wird von einer Parallelebene zur Grundfläche geschnitten.

Dabei entstehen ein Kegelstumpf und ein Ergänzungskegel.



Die beiden parallelen Ebenen dieses Kegelstumpfes bestehen aus zwei Kreisen mit den Radien OA und O'A' (sie werden Grundflächen genannt), und ihr Abstand h ist die Höhe des Kegelstumpfes.
Es gilt :OA = 3 cm , O'A' = 2 cm und h = 1,5 cm.

1. Zeichne das Trapez OO'A'A in wahrer Größe und ergänze mit dem Scheitelpunkt S des ursprünglichen Kegels.
2. Berechne SO' und schließe daraus die Höhe des ursprünglichen Kegels.



Übung 8

Eine Schokoladenschachtel hat die Form einer gleichseitigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

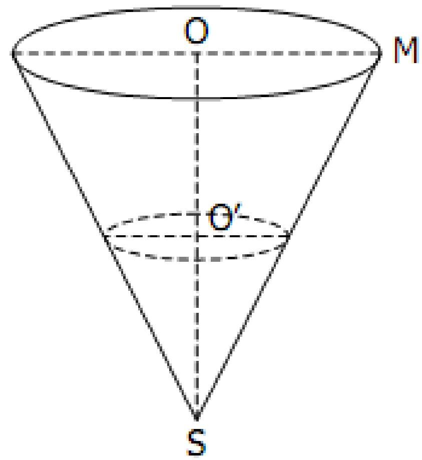
Diese Pyramide wird durch eine zur Grundfläche parallelen Fläche geschnitten.
Der obere Teil bildet den Deckel, und der untere Teil beinhaltet die Pralinen.

Gegeben wird :
AB = 30 cm, SO = 18 cm und SO' =6 cm.

1. Berechne das Volumen der Pyramide SABCD und schließe daraus das Volumen der Pyramide SEFGH.
2. Berechne anschließend das Volumen des Schokoladenbehälters.

Übung 9

Bei folgendem kegelförmigen Behälter gilt :
[SO] ist die Höhe ; OM = 5 cm und OS = 10 cm.



1. Berechne *SMO* (Runde auf ein Grad).
2. Berechne SM.
3. Berechne den Rauminhalt des Behälters (runde auf cm^3 auf).
4. Dieser Behälter wird bis zu O' mit Wasser gefüllt.

Es gilt :SO' = 5,3 cm. Berechne das Wasservolumen.

Das Koordinatensystem

4 – EG – 2 – 1

Erinnere dich...

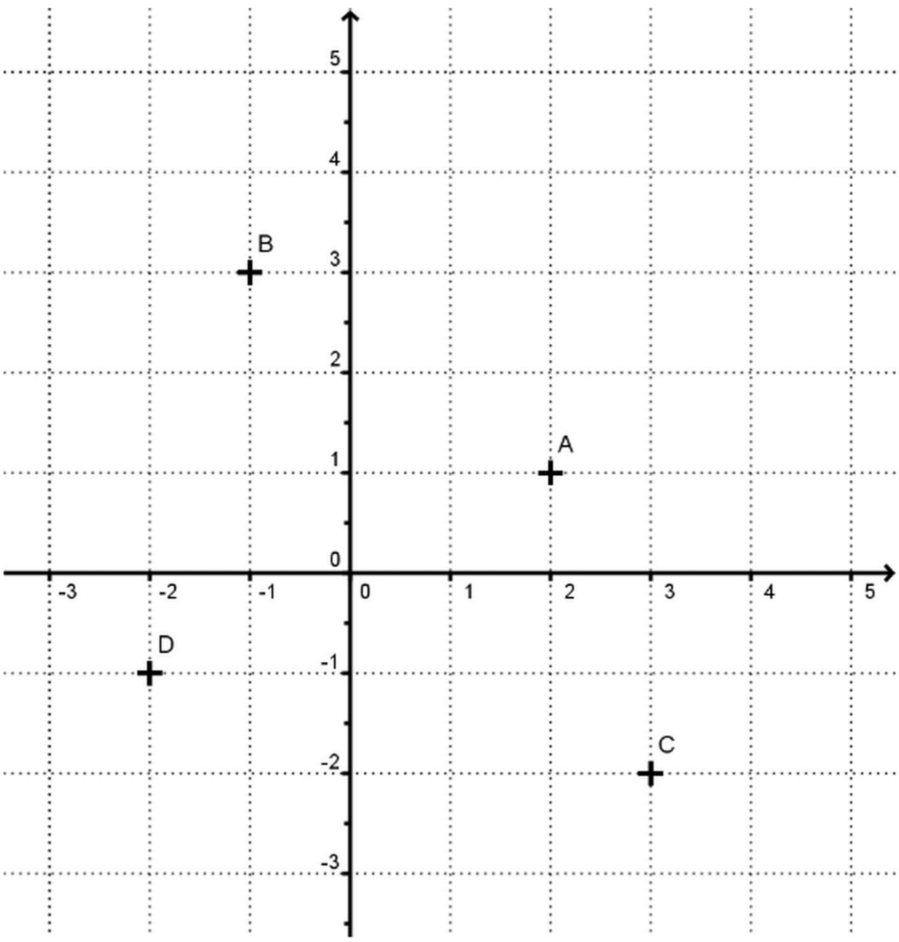
Ein Koordinatensystem (ein Achsenkreuz) besteht aus zwei zueinander rechtwinligen Zahlengeraden, die den gleichen Ursprung besitzen.

- die waagrechte Achse heißt Abszissenachse (x-Achse, Rechtsachse)
- die senkrechte Achse heißt Ordinatenachse (y-Achse, Hochachse)
- die Achsen schneiden einander im Koordinatenursprung

Merke :

Im Koordinatensystem ist ein Punkt durch seine Koordinaten, d. h. durch die Abstände zu den Achsen eindeutig festgelegt.

- der Abstand, den man auf der Abszissenachse abliest heißt die Abszisse (oder x-Wert).
- der Abstand, den man auf der Ordinatenachse abliest heißt die Ordinate (oder y-Wert).
- Der Koordinatenursprung wird mit O bezeichnet und hat die Koordinaten (0 ; 0).



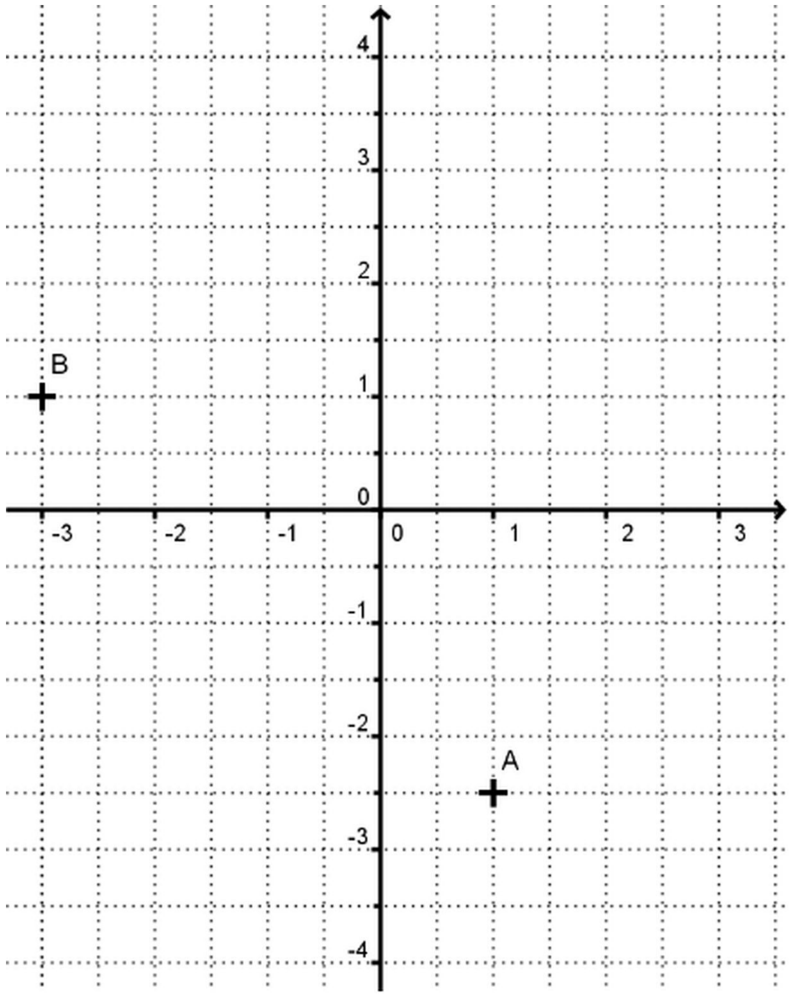
So gilt im obigen Koordinatensystem :

- die Abszisse von A ist 2 und die Ordinate von A ist 1
- die Koordinaten von B sind (-1 ; 3)
- C hat die Koordinaten (3 ; -2)
- D (-2 ; -1)

Merke :

Die Abszisse wird immer als erste geschrieben !

Übung :



1) Gib die Koordinaten der Punkte A und B an :

A(..... ; .....)

B(..... ; .....)

2) Zeichne folgende Punkte ein :

C(-2,5 ; -4)

D(2,5 ; 4)

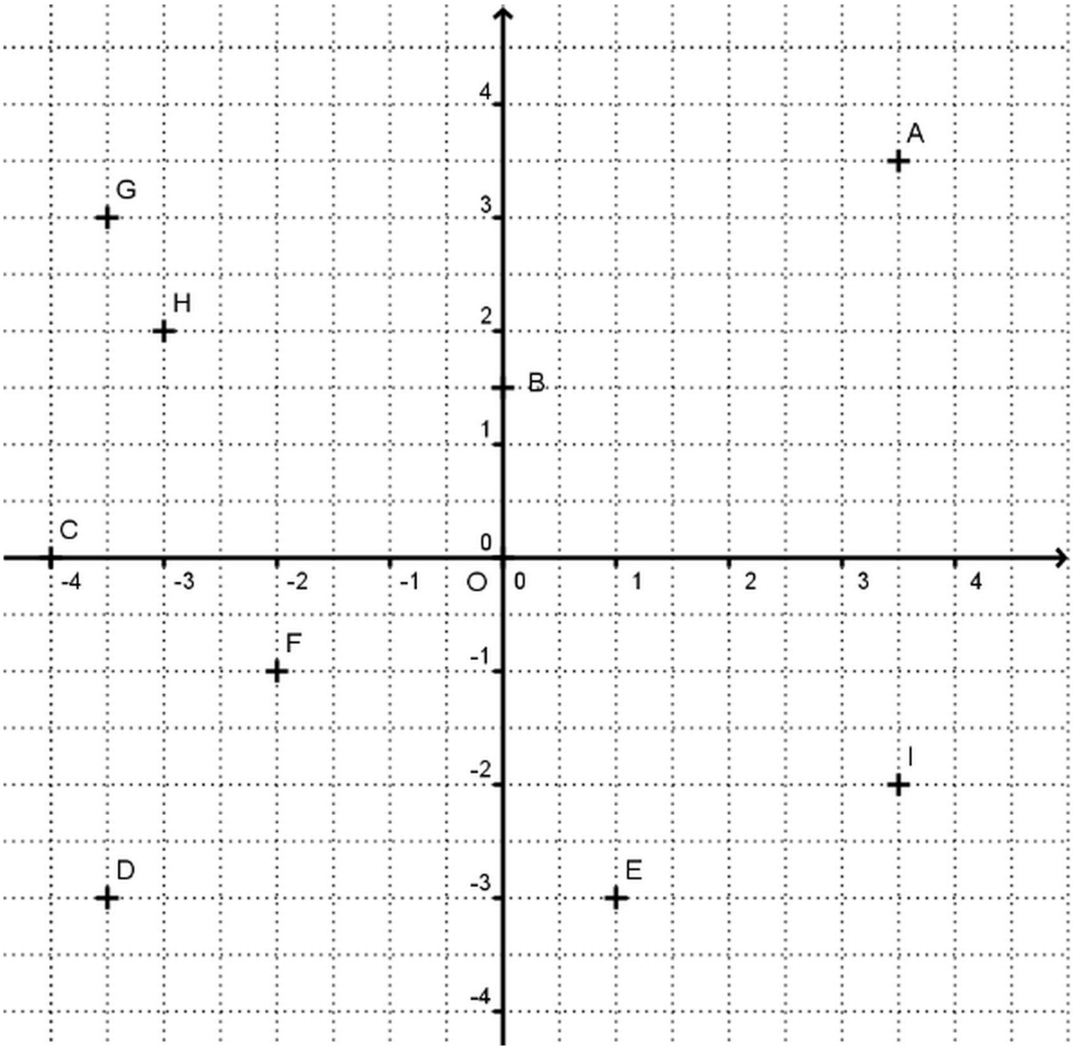
E(-2,5 ; 4)

F(2,5 ; -4)

Ein paar Übungen...

Übung 1

Bestimme die Koordinaten folgender Punkte :



Übung 2

1. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1cm auf jeder Achse.
2. Zeichne dann folgende Punkte ein :

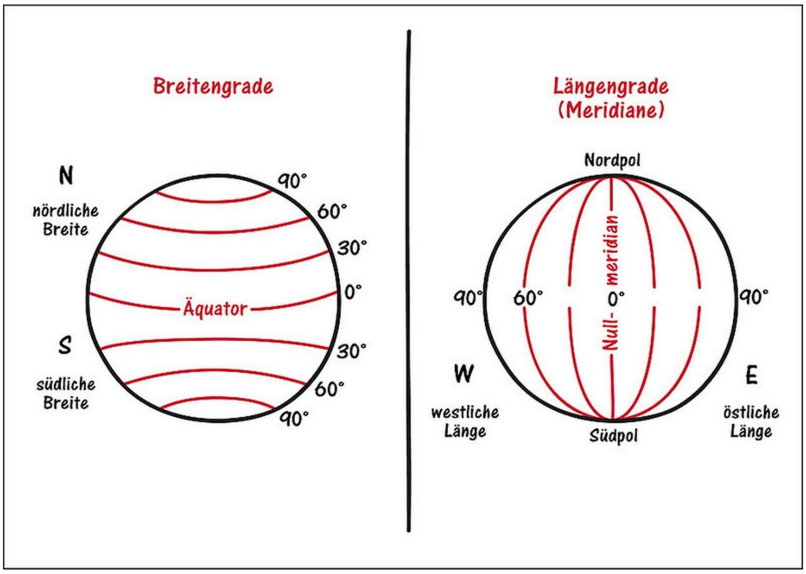
A(2 ; 3)	C(-4 ; -2)	E(0 ; 3)
B(-5 ; 6)	D(3,5 ; -1)	F(-5 ; 0)

Die Erde
Längengrad – Breitengrad

4 – EG – 2 – 2

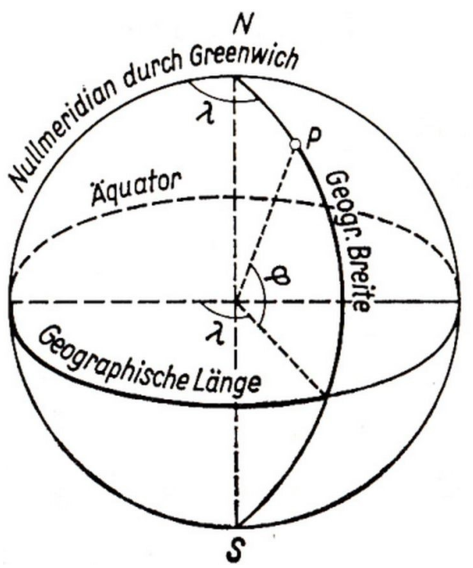
Erinnere dich...

Mit den geographischen Koordinaten (geographische Breite und geographische Länge) lässt sich die Lage eines Punktes auf der Erde beschreiben :



Die Erde wird in 180 Breitengrade (Parallelkreise) und 360 Längengrade (Meridiane) aufgeteilt.

Breitengrade verlaufen parallel zum Äquator, Längengrade durch Nord- und Südpol.



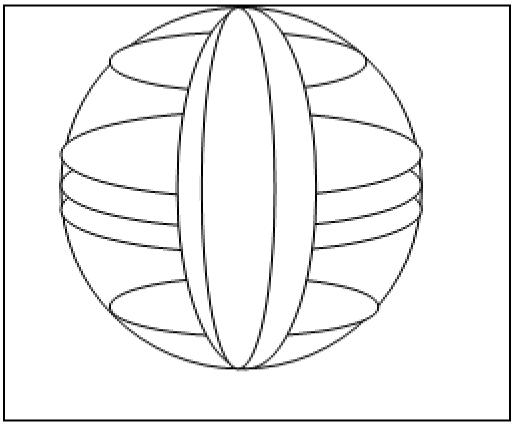
Die geographische Länge λ ist der Winkel an der Erdachse zum Nullmeridian.

Die geographische Breite φ ist der Winkel am Erdmittelpunkt zwischen dem Äquator und der Geraden zum Punkt auf der Erdoberfläche. *(Zeichnung aus Volquarts / Mattheus Vermessungskunde)*

Ein paar Übungen...

Übung 1

Ergänze die Figur mit den folgenden Begriffen :



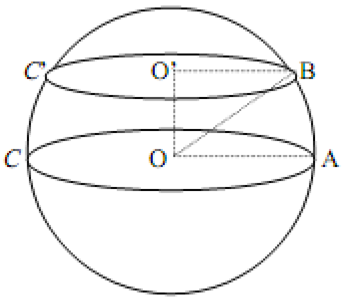
- der Äquator
- der Nordpol
- der Südpol
- der Nullmeridian
- ein Parallelkreis
- der nördliche Wendekreis
- der südliche Wendekreis
- der Polarkreis

Übung 2

Betrachten wir die Erde als eine Kugel, dessen Großkreis der Äquator ist.

1. Die Länge des Äquators beträgt 40 075 km. Schließe den Radius der Erdkugel daraus. Runde auf 10 km.

2.



Die Kreise C und *C'* sollen jeweils den Äquator und den 60. Parallelkreis nördlicher Breite darstellen.

- Welche Strecken sind Radien der Erdkugel ?
- Welche Strecke bezeichnet den Radius des 60. Parallelkreises nördlicher Breite ?
- Welche Winkel messen 60° ?
- Berechne den Radius R' des 60. Parallelkreises nördlicher Breite. Schließe daraus die Länge dieses Parallelkreises.

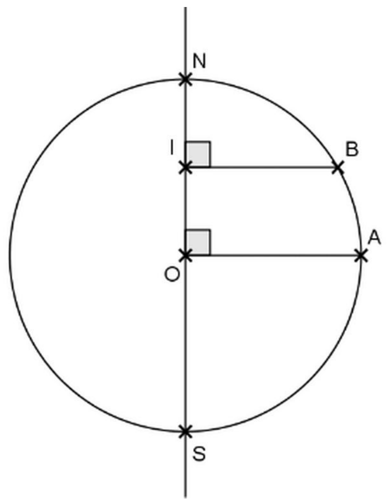
3. Der Meridian 30° östlicher Länge und der Meridian 50° östlicher Länge schneiden jeweils :

- den Äquator in E und F
- den 60. Parallelkreis nördlicher Breite in K und L.

Zeichne eine Skizze und berechne anschließend die Länge der Kreisbögen EF und KL.

Übung 3

Schneiden wir die Erdkugel senkrecht zur Nord-Süd-Achse mit zwei zueinander parallelen Ebenen, so entstehen der Äquator und ein Kreis mit dem Radius R = 4300 km als Schnittkreise.



1. Erinnere dich an den Radius der Erdkugel und berechne den Abstand OI der zwei Ebenen. Runde auf 10 km.

2. Welchen Parallelkreis nördlicher Länge stellt der Kreis dar ? Runde auf Einer.

Übung 4

Der 15. Parallelkreis nördlicher Breite und der 25. Parallelkreis südlicher Breite schneiden den Nullmeridian jeweils in A und B.

1. Zeichne ein Schrägbild der Erdkugel mit den angegebenen Anweisungen.
2. Berechne die Entfernung der beiden Punkte A und B in Luftlinie.

Übung 5

Eine Seemeile ist die Entfernung von zwei Punkten auf dem Äquator, deren Längengrade sich um 1/60 eines Grades unterscheiden.

1. Berechne die Länge einer Sehne auf dem Äquator mit dem Maß 1 Grad.
   Schließe die Länge einer Seemeile daraus.

2. Die Geschwindigkeit eines Schiffes wird mit « Knoten » gemessen. Ein Knoten bezeichnet eine Geschwindigkeit von einer Seemeile pro Stunde.

   - Ein Schiff fährt 17 Knoten. Wandle diese Geschwindigkeit in $km.h^{-1}$ um.
   - Das Schiff fährt auf dem Äquator von einem Punkt A zu einem Punkt B. Die Längengrade der Punkte A und B unterscheiden sich um 23°. Berechne die Dauer der Fahrt.

3. Ein Schiff fährt auf dem Meridian 40° westlicher Länge von einem Punkt C zu einem Punkt D. C und D liegen jeweils auf dem 40. Parallelkreis nördlicher Breite und auf dem 10. Parallelkreis südlicher Breite.
   Dazu braucht das Schiff 8 Tage und 8 Stunden. Berechne seine durchschnittliche Geschwindigkeit in Knoten.

Dreiecke konstruieren

4 – EG – 3 – 1

Erinnere dich...

Konstruktion eines Dreiecks aus seinen drei Seitenlängen.

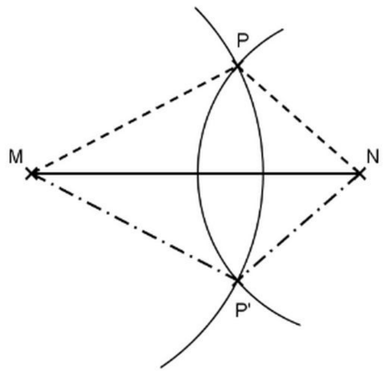
Merke :
Zwei Dreiecke sind deckungsgleich (*zueinander kongruent*), wenn sie in allen drei Seiten übereinstimmen.

Anmerkung :dieser Satz heißt auf Deutsch „Kongruentzsatz sss"

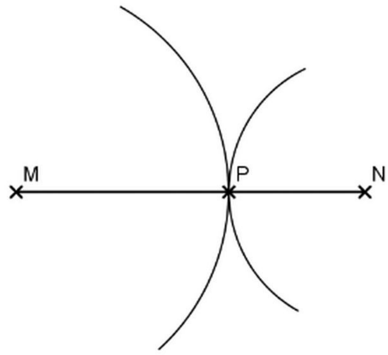
Drei Punkte M, N und P sollen bei den gegebenen Seitenlängen MN, MP und NP konstruiert werden. Es wird angenommen, dass MN die größte Länge ist.

Drei Fälle sind zu unterscheiden :

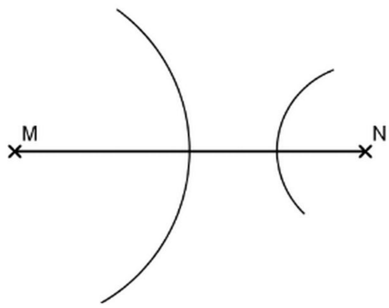
- MN < MP + PN :die Punkte M, N und P bilden ein Dreieck (es gibt zwei Möglichkeiten)



- MN = MP + PN :die Punkte M, N und P liegen auf einer Geraden (es gibt eine Möglichkeit)



- MN > MP + PN :sind zwei Punkte festgelegt, so kann der dritte Punkt nicht konstruiert werden.



Die Dreiecksungleichung

In einem Dreieck ist die Summe von zwei Seitenlängen stets größer als die dritte Seitenlänge

Merke :

Auf Deutsch gibt es noch weitere Kongruenzsätze :

- Kongruenzsatz sws :

Zwei Dreiecke sind deckungsgleich, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

- Kongruenzsatz wsw :

Zwei Dreiecke sind deckungsgleich, wenn sie in zwei Winkel und der eingeschlossenen Seite übereinstimmen.

Ein paar Übungen...

Übung 1

Zeichne in jedem Fall (wenn möglich) das Dreieck ABC.

- Fall Nr.1 :AB = 10 cm, AC = 7 cm, BC = 6 cm
- Fall Nr.2 :AB = 10 cm, AC = 2 cm, BC = 3 cm
- Fall Nr.3 :AB = 10 cm, AC = 4 cm, BC = 6 cm

Was fällt dir auf ?

Übung 2

Zeichne (wenn möglich) das Dreieck TOM, sodass :

OT = 8 cm, $\widehat{MTO}=40\,°$, $\widehat{TOM}=60\,°$

Wie groß ist der Winkel $\widehat{MTO}$?

Übung 3

1. Zeichne (wenn möglich) das Dreieck FIP, sodasss :IP = 4 cm, FI = 7 cm und PIF = 120°
2. Zeichne (wenn möglich) das Dreieck EFG, sodass :EF = 8 cm, EFG = 30° und EG = 5 cm. Wie viele Möglichkeiten gibt es ?

Übung 4

1. Zeichne ein gleichseitiges Dreieck, dessen Umfang 10,5 cm beträgt. Erkläre dein Verfahren.Wie viele Möglichkeiten gibt es ?
2. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Umfang 7 cm beträgt, und das eine 2 cm lange Seite hat. Erkläre dein Verfahren.Wie viele Möglichkeiten gibt es ?

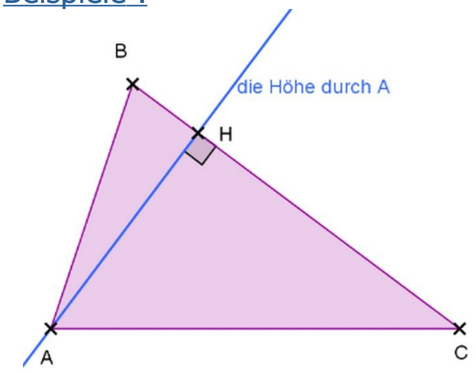
Mittelsenkrechten und Höhen im Dreieck

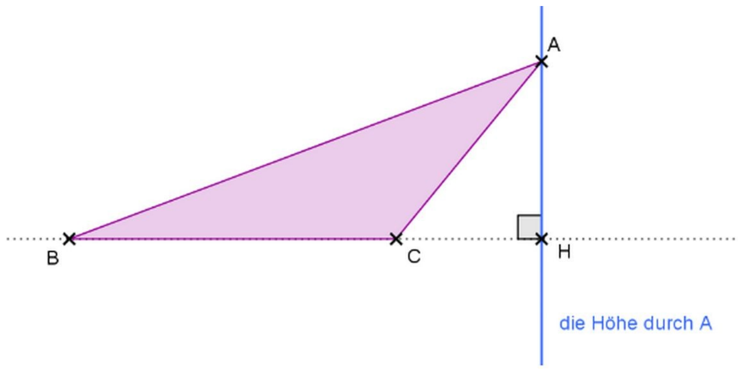
4 – EG – 3 – 2

Erinnere dich...

Die Höhen
Von jedem Eckpunkt eines Dreiecks kann das Lot auf die Gerade durch die gegenüberliegende Dreiecksseite gefällt werden.
Dieses Lot heißt dann Höhe durch den Eckpunkt.

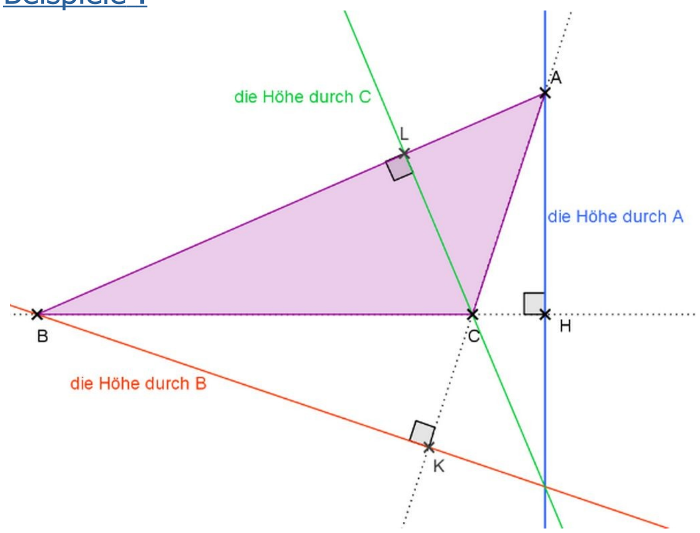
Beispiele :

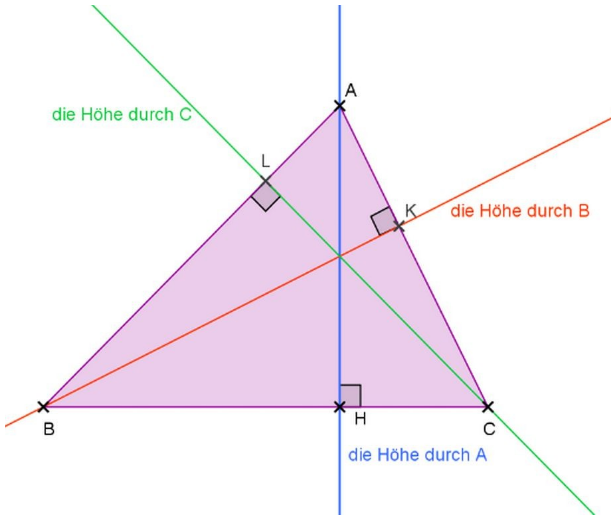




Merke :
In einem Dreieck gibt es drei Höhen :eine durch jeden Eckpunkt.

Beispiele :

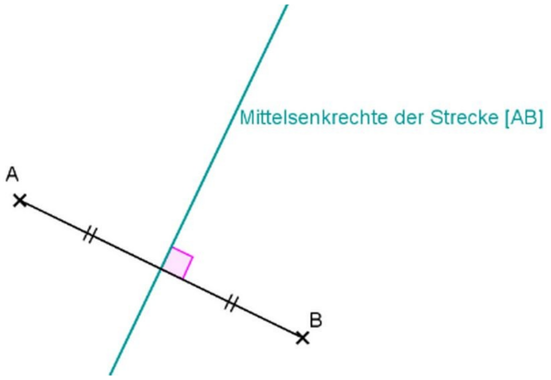




Merke :
In einem Dreieck schneiden die Geraden, auf denen die Höhen liegen, einander in einem Punkt.

Die Mittelsenkrechten

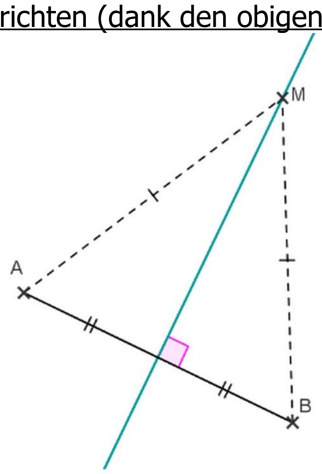
- Die Mittelsenkrechte einer Strecke ist die Symmetrieachse dieser Strecke.
- Die Mittelsenkrechte einer Strecke ist die Gerade, die rechtwinklig zu dieser Strecke ist und durch deren Mittelpunkt geht.



Eigenschaft :
Liegt ein Punkt auf der Mittelsenkrechten einer Strecke,
so hat er von den Endpunkten der Strecke den gleichen Abstand.

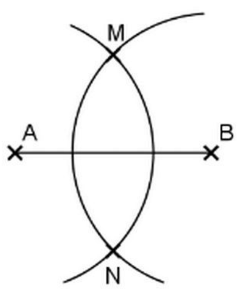
Kehreigenschaft :
Hat ein Punkt von den zwei Endpunkten einer Strecke den gleichen Abstand,
so gehört er zur Mittelsenkrechten der Strecke.

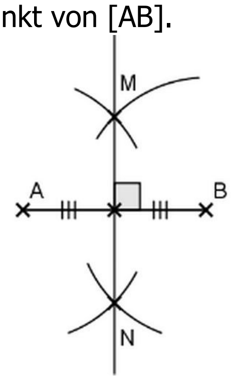
Mittelsenkrechte einer Strecke [AB] errichten (dank den obigen Eigenschaften) :



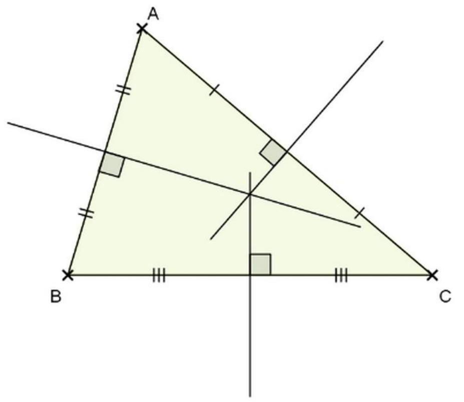
Konstruktionsbeschreibung :

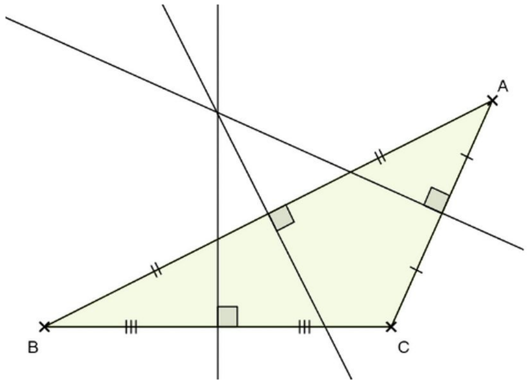
- Um A und B werden Kreise mit beliebigem, aber gleichem Radius gezeichnet :diese Kreise schneiden einander in M und N.
- Die Gerade (MN) ist die Mittelsenkrechte von [AB], sie halbiert [AB] :der Schnittpunkt der Strecke [AB] und der Geraden (MN) ist der Mittelpunkt von [AB].



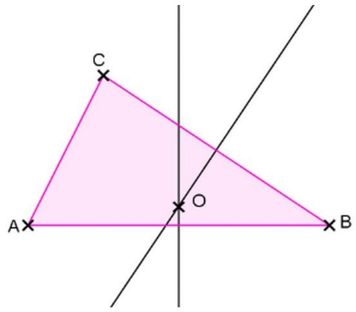


Merke :
In einem Dreieck kann eine Mittelsenkrechte durch jede Seite gezeichnet werden.





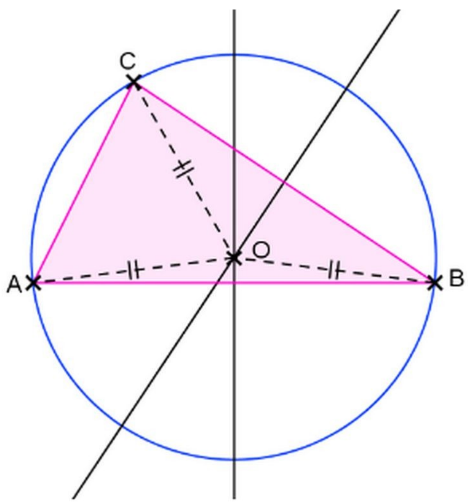
Übung :
Es sei ein beliebiges Dreieck ABC.



Die Mittelsenkrechten der Seiten [AB] und [BC] scheiden sich in einem Punkt, sei O.

- Was kannst du über die Längen OA und OB sagen ? Nach welcher Eigenschaft ?
- Was kannst du über die Längen OB und OC sagen ? Nach welcher Eigenschaft ?
- Was kannst du daraus über die Längen OA und OC schließen ? Zu welcher besonderen Geraden gehört also der Punkt O ? Nach welcher Eigenschaft ?

Merke :
In einem Dreieck schneiden die Mittelsenkrechten einander in einem Punkt, dem Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks.



Ein paar Übungen...

Übung 1

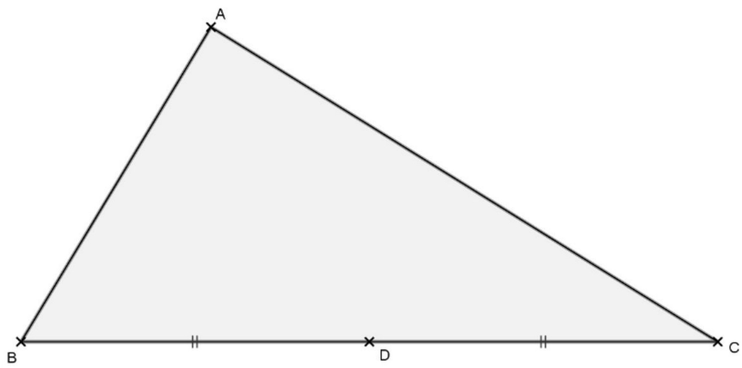
Zeichne ein Dreieck ABC, sodass :AB = 4 cm, AC = 8 cm und BC = 6 cm.
Zeichne seine drei Höhen ein.

Übung 2

1. Zeichne ein bei D rechtwinkliges Dreieck EDF, sodass :
   DF = 5,2 cm und $\widehat{DFE} = 34°$.
2. Zeichne die drei Höhen des Dreiecks ein.Was fällt dir auf ? Wie kann man das erklären ?

Übung 3

Hier ist ein beliebiges Dreieck ABC :



1. Zeichne (h), die Höhe durch A des Dreiecks ABC.
2. Zeichne (Δ), die Mittelsenkrechte der Seite [BC].
3. Was kann man über (h) und (Δ) sagen ? Begründe mit einer Eigenschaft.

Übung 4

Zeichne ein Dreieck EFG, sodass :EF = 3,6 cm, EG = 4,8 cm und $\widehat{FEG} = 122°$
Zeichne folgende Geraden.

a) in blau, die Höhe durch F.
b) in rot, die Mittelsenkrechte von [EG].

Übung 5

1. Zeichne ein Dreieck ABC, sodass :AB = 4,6 cm, BC = 5,1 cm und AC = 6 cm.
2. Zeichne den Umkreis des Dreiecks.

Übung 6

1. Zeichne ein Dreieck DEF, sodass :DE = 3,1 cm, $FDE = 36°$ und $\widehat{FED} = 124°$
2. Zeichne seinen Umkreis. Was fällt dir über seinen Mittelpunkt auf ?

Übung 7

1. Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck.
2. Zeichne seinen Umkreis. Was fällt dir über seinen Mittelpunkt auf ?

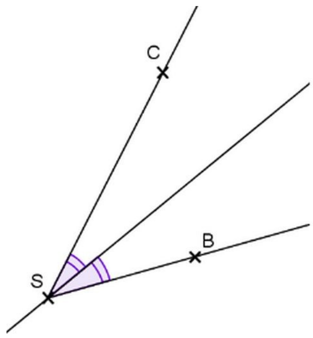
Winkel im Dreieck

4 – EG – 3 – 3

Erinnere dich...

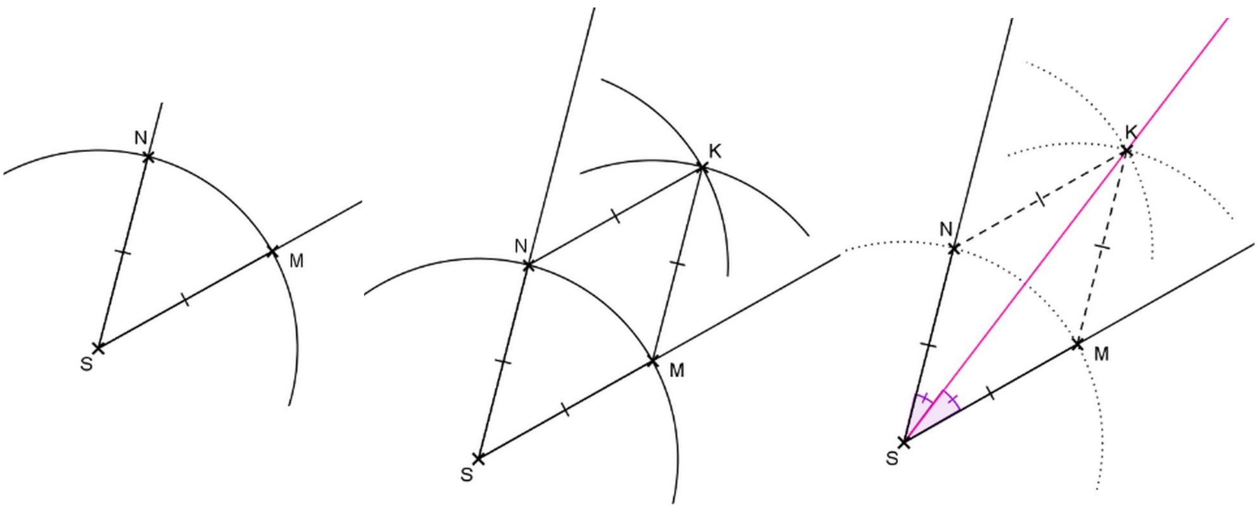
Winkelhalbierende

- Die Winkelhalbierende eines Winkels ist die Symmetrieachse dieses Winkels.
- Die Winkelhalbierende ist die Gerade, die einen Winkel in zwei gleich große Winkel teilt. Sie verläuft durch den Scheitel des Winkels



Winkel halbieren :Konstruktionsbeschreibung

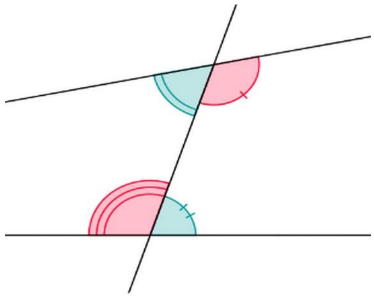
- Um den Scheitelpunkt S wird ein Kreis gezeichnet. Er schneidet die Schenkel des Winkels in den Punkten M und N.
- SMN wird dann zu einer Raute ergänzt :um M und N werden zwei Kreisbögen gezeichnet mit dem Radius SM = SN. K ist der Schnittpunkt der zwei Kreisbögen.
- SMKN ist eine Raute, ihre Symmetrieachse ist ihre Diagonale (SK), die auch die Winkelhalbierende von $\widehat{MSN}$ ist.



Merke :
In einem Dreieck kann eine Winkelhalbierende durch jeden Eckpunkt gezeichnet werden.

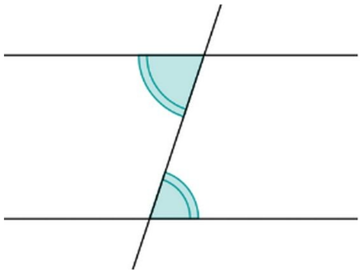
Wechselwinkel

- Die zwei roten Winkel sind Wechselwinkel
- Die zwei blauen Winkel sind Wechselwinkel

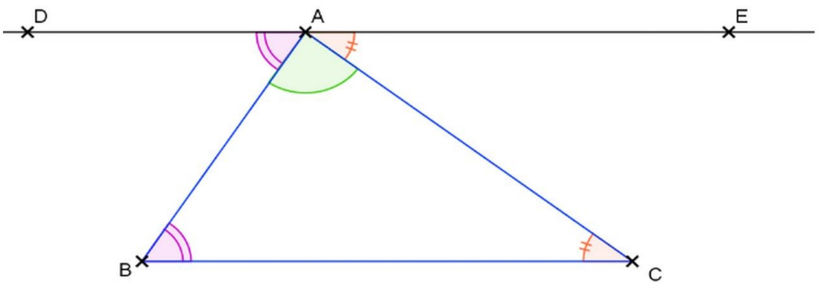


Eigenschaft :
Wenn zwei Geraden – die von einer Sekanten geschnitten werden – parallel zueinander sind, dann bilden sie gleich große Wechselwinkel.

Kehreigenschaft :
Wenn zwei Geraden – die von einer Sekanten geschnitten werden – gleich große Wechselwinkel bilden, dann sind sie parallel zueinander.



Winkelsumme im Dreieck



- (DE) ist die parallele Gerade zu (BC), die durch A verläuft.
- Die Winkel $\widehat{DAB}$ und $\widehat{ABC}$ sind Wechselwinkel an Parallelen, daher sind sie gleich groß.
- Die Winkel $\widehat{EAC}$ und $\widehat{ACB}$ sind Wechselwinkel an Parallelen, daher sind sie gleich groß.
- Die Punkte D, A und E liegen auf einer Geraden, also ergänzen sich die Winkel $\widehat{DAB}$, $\widehat{BAC}$ und $\widehat{EAC}$ zu 180°.
- Ebenso ergänzen sich die Winkel $\widehat{ABC}$, $\widehat{BAC}$ und $\widehat{ACB}$ zu 180°.

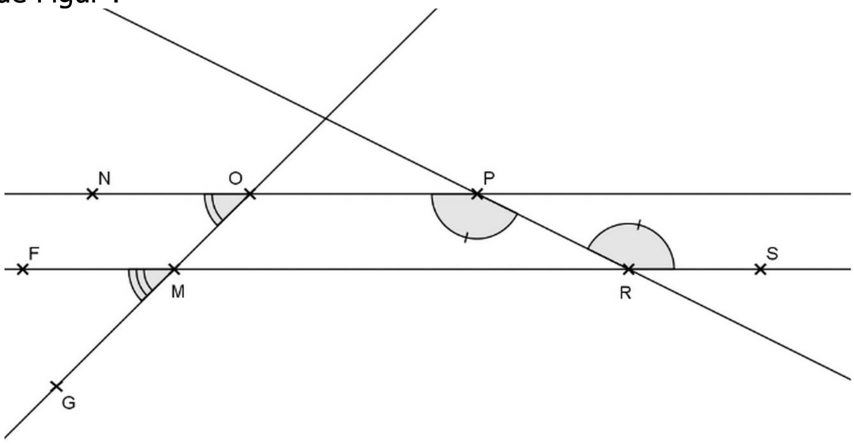
Merke :

Im Dreieck beträgt die Winkelsumme 180°.

Ein paar Übungen...

Übung 1

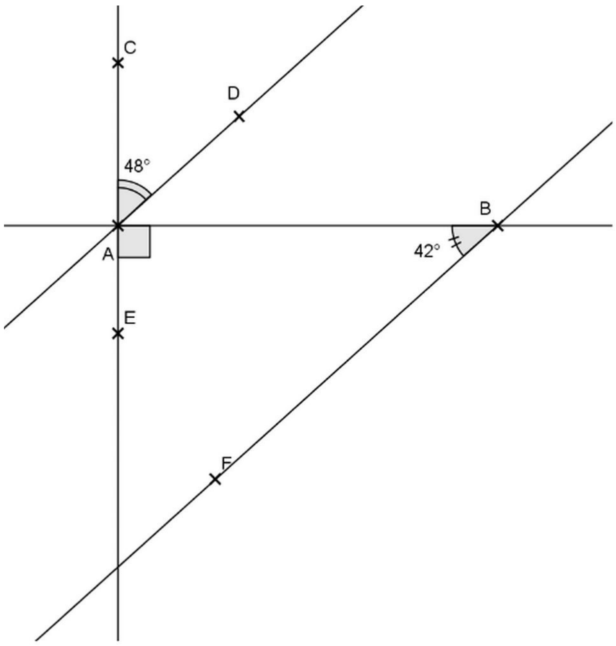
Beobachte folgende Figur :



1. Welche Winkel sind gleich groß ?
2. Beweise, dass (MR) // (OP).
3. Beweise, dass $\widehat{FMG} = \widehat{NOM}$.

Übung 2

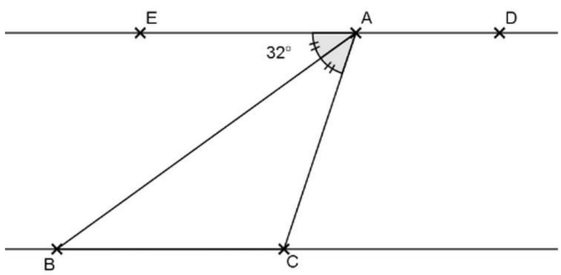
1. Wie groß ist der Winkel $\widehat{DAB}$? Begründe mit einer Rechnung.
2. Sind (DA) und (FB) parallel zueinander ? Begründe mit einer Eigenschaft.



Übung 3

(ED) ist die parallele Gerade zu (BC), die durch A geht.

1. $\widehat{EAB} = 32\,°$. Welcher andere Hinweis wurde auf der Figur markiert ?
2. Wie groß ist der Winkel $\widehat{ABC}$? Begründe.
3. Was kann man über das Dreieck ABC sagen ? Berechne anschließend $\widehat{ACB}$.

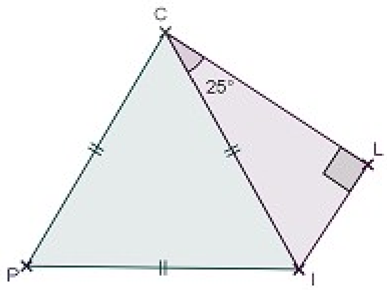


Übung 4

Zeichne ein Dreieck CAL, sodass :
AL = 8 cm, $\widehat{ACL} = 45°$ und $\widehat{LAC} = 60°$.

Übung 5

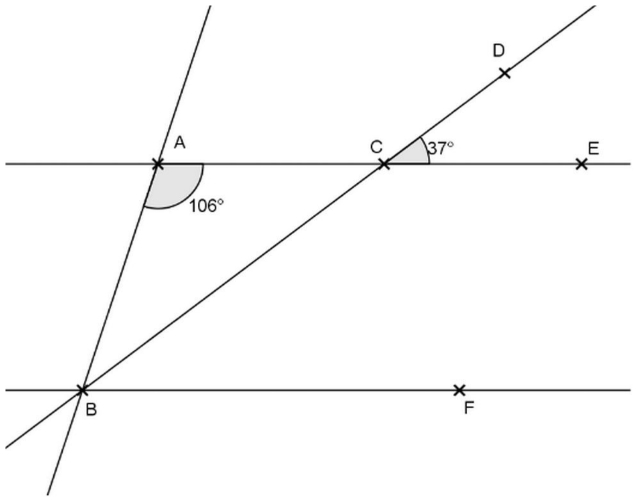
1. Berechne die Winkelmaße der Dreiecke CPI und CIL.
2. Berechne die Winkelmaße des Vierecks CPIL.
   Was fällt dir über ihre Summe auf ?



Übung 6

Die Geraden (AE) und (BF) sind parallel zueinander.

Beweise, dass (BD) die Winkelhalbierende von $\widehat{ABF}$ ist.



Übung 7

Es werden in jedem Fall zwei Winkelmaße eines Dreiecks angegeben.
Berechne das fehlende Winkelmaß.
Um welche Dreiecke handelt es sich ?

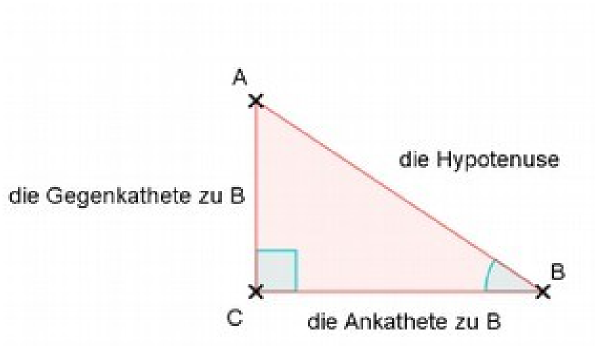
a) Dreieck ABC : $\widehat{A} = 60°$; $\widehat{B} = 60°$
b) Dreieck EFG : $\widehat{E} = 150°$; $\widehat{G} = 15°$
c) Dreieck HIJ : $\widehat{H} = 28{,}5°$; $\widehat{I} = 61{,}5°$
d) Dreieck KLM : $\widehat{L} = 52{,}5°$; $\widehat{M} = 79{,}5°$

Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

4 – EG – 3 – 4

Erinnere dich...

Wortschatz

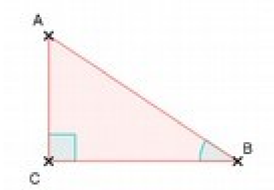
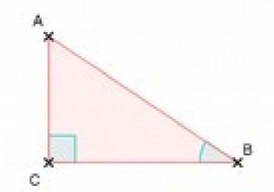
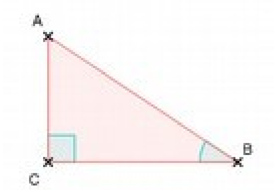


Im rechtwinkligen Dreieck :

- ist die Hypotenuse die längste Seite des Dreiecks (die also dem rechten Winkel gegenüberliegt)
- ist die Ankathete zu einem spitzen Winkel die Kathete, die einen Schenkel des Winkels bildet
- ist die Gegenkathete zu einem spitzen Winkel die Kathete, die dem Winkel gegenüberliegt

Formeln

Im rechtwinkligen Dreieck gibt es Zusammenhänge zwischen je zwei Seiten des Dreiecks und einem der Hypotenuse anliegenden Winkel.

Bezeichnung	Abkürzung	Längenverhältnis	Beispiel
Der Kosinus	cos	$\frac{\textit{Ankathete}}{\textit{Hypotenuse}}$	 $\cos(\widehat{B})=\frac{BC}{AB}$
Der Sinus	sin	$\frac{\textit{Gegenkathete}}{\textit{Hypotenuse}}$	 $\cos(\widehat{B})=\frac{BC}{AB}$
Der Tangens	tan	$\frac{\textit{Gegenkathete}}{\textit{Ankathete}}$	 $\tan(\widehat{B})=\frac{AC}{BC}$

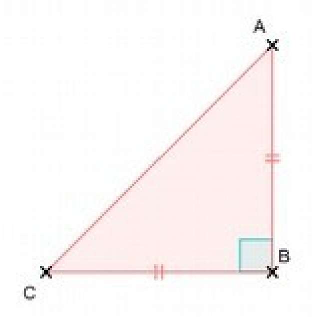
Attention.*Ne pas confondre « **der Tangens** »(ci-dessus) avec « **die Tangente** », qui désigne la tangente à une droite…*

Beispiel :

Im Dreieck ABC gilt :AB = 4,5 cm ; BC = 6 cm und AC = 7,5 cm.

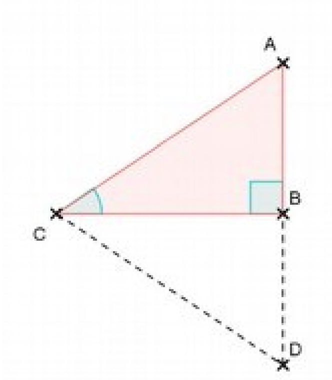
- Ist das Dreieck rechtwinklig ?
- Berechne $\cos\left(\widehat{ACB}\right)$; $\sin\left(\widehat{ACB}\right)$ und $\tan\left(\widehat{ACB}\right)$. Runde auf Hundertstel.

Besondere Werte



ABC ist ein rechtwinkliges und gleichschenkliges Dreieck in B.
AB = 5 cm.

- Wie groß sind die Winkel $\widehat{ACB}$ und $\widehat{CAB}$?
- Berechne die Länge AC.
- Berechne cos 45° ; sin 45° und tan 45°.



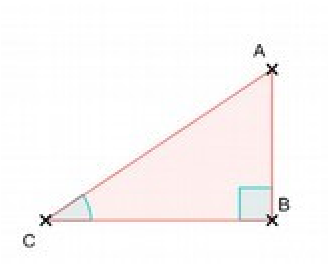
ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck in B.
AC = 5 cm.
Außerdem gilt : $\widehat{ACB}=30\,°$.

- Wie groß ist der Winkel $\widehat{CAB}$?

D ist der Bildpunkt von A bei der Punktsymmetrie an B.

- Was ist ADC für ein Dreieck ?
- Berechne AB und BC.
- Berechne cos 30° ; sin 30° ; tan 30° ; cos 60° ; sin 60°; tan 60°.

Eigenschaften



1. Berechne $\dfrac{\sin\left(\widehat{C}\right)}{\cos\left(\widehat{C}\right)}$
2. Berechne $\sin\left(\widehat{A}\right)^2+\cos\left(\widehat{A}\right)^2$

Remarque :

En France, on peut retenir les formules trigonométriques grâce au bien connu CAH SOH TOA.

En Allemagne, on retient « GAGA Hühner Hof AG » pour : $\dfrac{G}{H}\ \dfrac{A}{H}\ \dfrac{G}{A}\ \dfrac{A}{G}$

sin cos tan cotan

Ein paar Übungen...

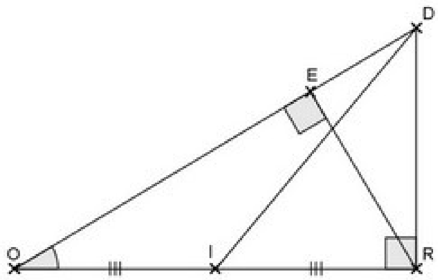
Übung 1

1. ABC ist ein rechtwinliges Dreieck in A und es gilt :AB = 5 cm und $\widehat{ABC} = 20\,°$ Berechne die Länge BC.
2. IJK ist ein rechtwinkliges Dreieck in J und es gilt IJ = 3 cm und IK = 6 cm. Berechne die Winkelgröße $\widehat{JIK}$.

Übung 2

Das Dreieck DOR ist rechtwinklig in R und es gilt :OR = 4 cm und $\widehat{DOR} = 35\,°$

1. Berechne die Länge DR. Gib den exakten Wert an und runde dann auf mm.Berechne die Länge OD. Gib den exakten Wert an und runde dann auf mm.
2. Im Dreieck DOR ist E der Fußpunkt der Höhe durch R. Berechne die Länge ER. Gib den exakten Wert an und runde dann auf mm.
3. I ist der Mittelpunkt der Strecke [OR]. Berechne die Winkelgröße $\widehat{IDR}$. Runde auf Zehntel.

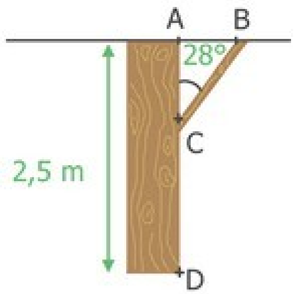


Übung 3

ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck in C.
Außerdem gilt :AC = 4 cm und AB = 6 cm.
Wie groß ist der Winkel $\widehat{ABC}$?

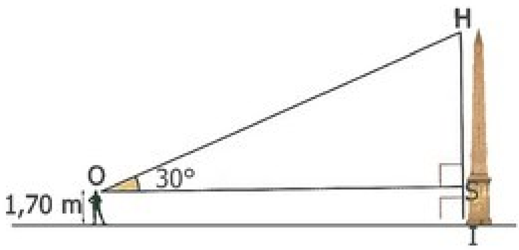
Übung 4

Ein Holzpfahl ist 2,50 m hoch.
Der Punkt C liegt 1,90 m über dem Boden.
Wie lang ist [BC] ?



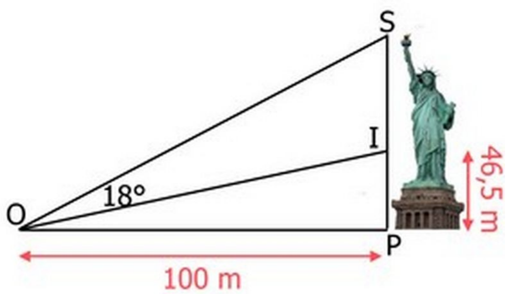
Übung 5

Ein Tourist beobachtet in Paris den Obelisk an der « Place de la Concorde ».
Der Obelisk ist 23 m hoch.
Wie weit von dem Obelisk steht der Beobachter ?



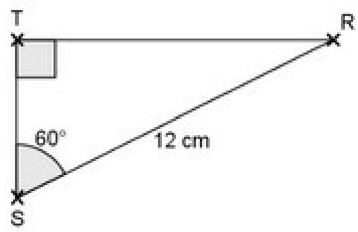
Übung 6

Wie groß ist die Freiheitsstatue ?



Übung 7

Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Dreiecks RST.

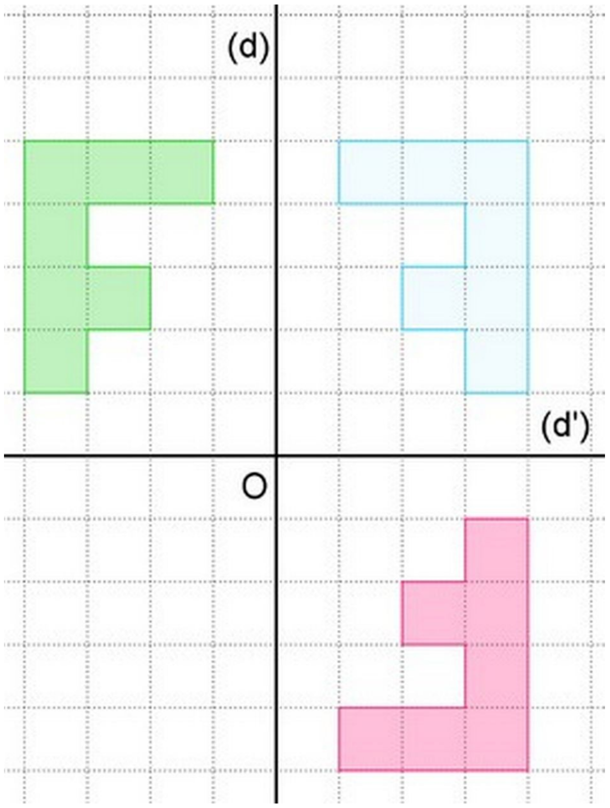


Die Punktsymmetrie

4 – EG – 4 – 1

Erinnere dich...

Achsensymmetrie und Punktsymmetrie

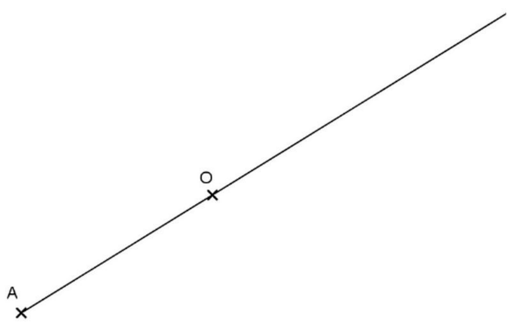


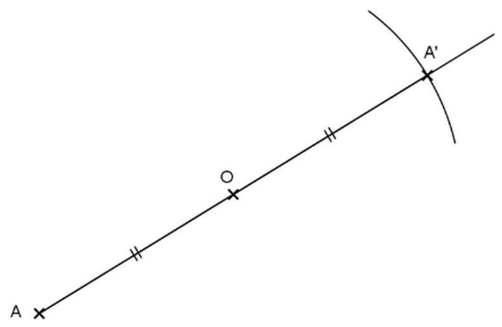
- Die grüne Figur wird bei der Achsensymmetrie an der Geraden (d) auf die blaue Figur abgebildet.
- Die blaue Figur wird bei der Achsensymmetrie an der Geraden (d') auf die rote Figur abgebildet.
- Die grüne Figur wird auf die rote Figur bei einer Halbdrehung um den Schnittpunkt O der zwei Geraden (d) und (d') abgebildet. Diese Halbdrehung um O nennt man "Punktsymmetrie an O"
- Die grüne und die rote Figur heißen punktsymmetrisch an O.
- Die rote Figur ist das Bild der grünen Figur bei der Punktsymmetrie an O.

Bildpunkt

Um den Bildpunkt eines Punktes A bei der Punktsymmetrie an einem Punkt O zu konstruieren, braucht man Lineal und Zirkel :

- Als erstes wird die Halbgerade [AO] gezeichnet.
- Um O wird ein Kreis mit dem Radius OA gezeichnet.
  Der Schnittpunkt der Halbgeraden und des Kreises ist der Punkt A', Bildpunkt von A bei der Punktsymmetrie an O.

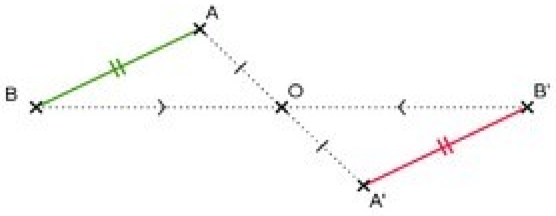




Merke :

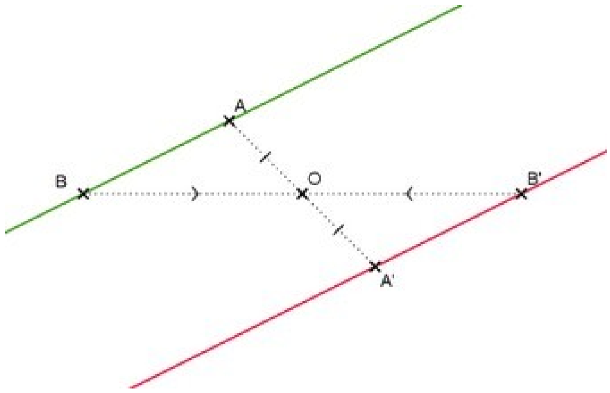
- Wenn M und M' punktsymmetrisch an O sind, dann ist O der Mittelpunkt der Strecke [MM'].
- Wenn O der Mittelpunkt der Strecke [MM'] ist, dann sind M und M' punktsymmetrisch an O.

Punktsymmetrische Strecken



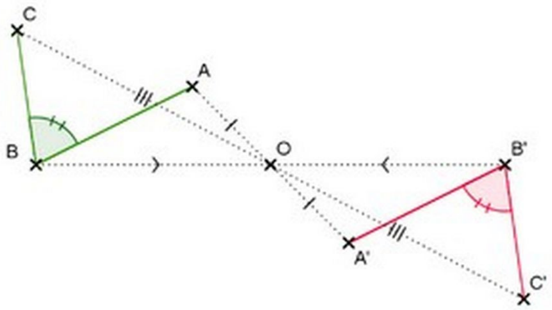
Wenn zwei Strecken punktsymmetrisch sind, dann sind sie parallel zueinander und gleich lang.

Punktsymmetrische Geraden



Wenn zwei Geraden punktsymmetrisch sind, dann sind sie parallel zueinander.

Punktsymmetrische Winkel



Wenn zwei Winkel punktsymmetrisch sind, dann sind sie gleich groß.

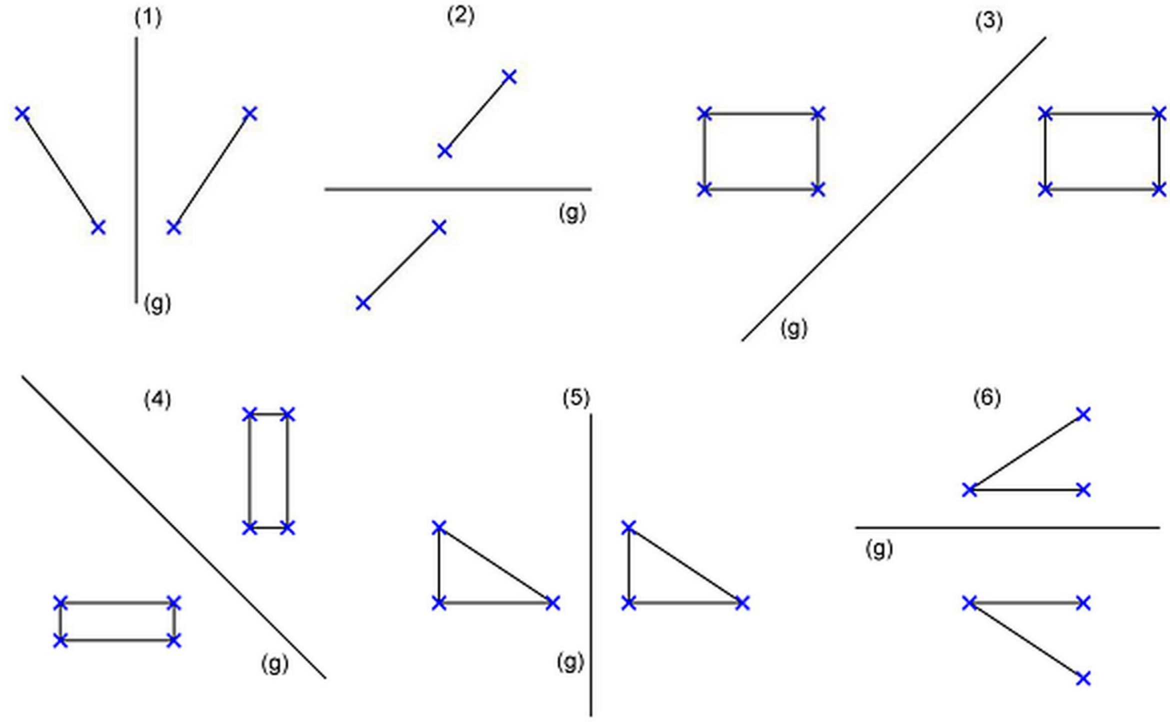
Merke :

Ganz generell sind punktsymmetrisch Figuren <u>deckungsgleich</u>.

Ein paar Übungen...

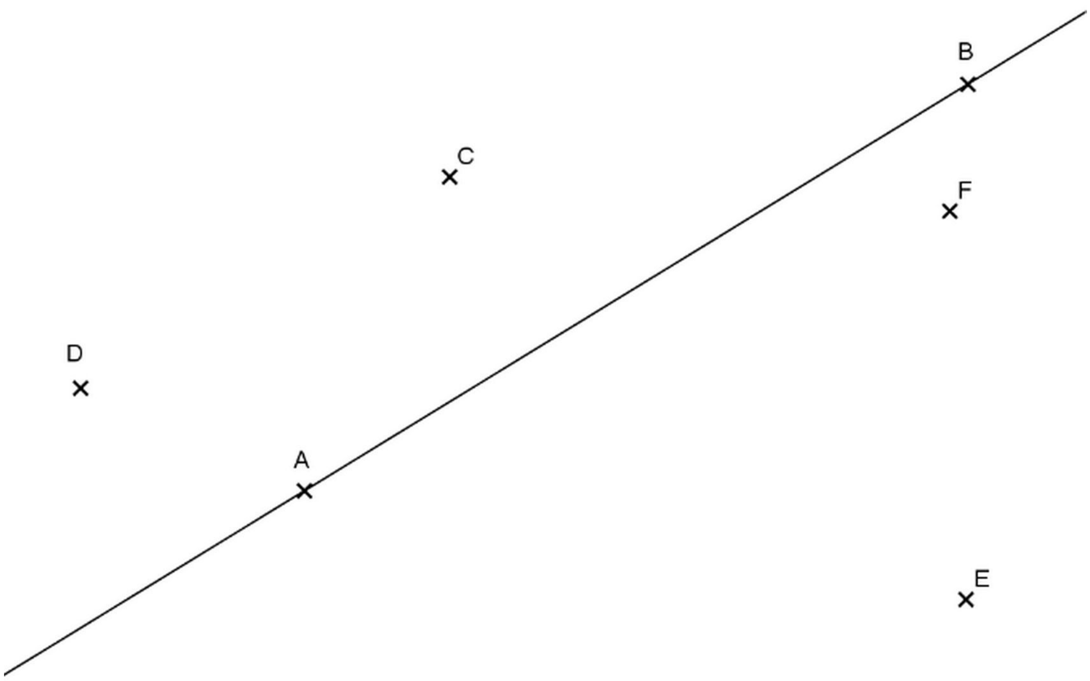
Übung 1

Sind folgende Figuren achsensymmetrisch an (g) ? Überprüfe mit Pauspapier.



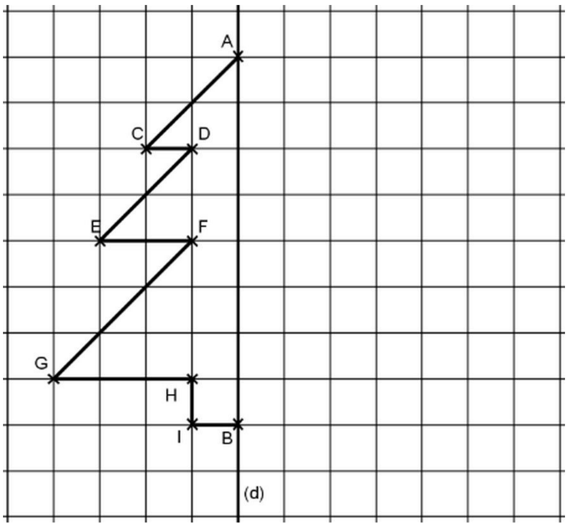
Übung 2

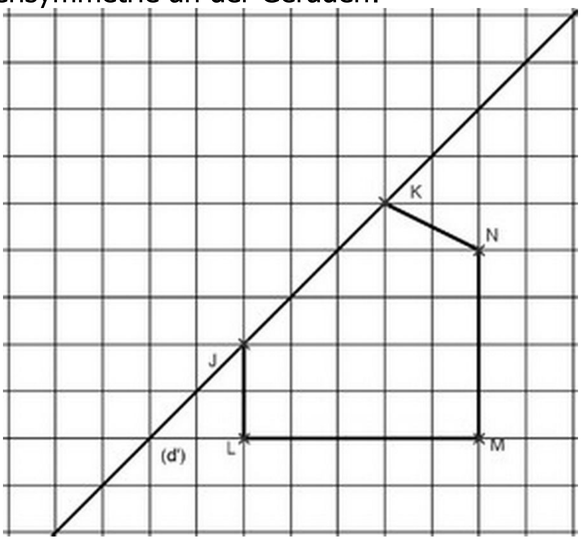
Zeichne das Bild der Punkte C, D, E und F bei der Punktsymmetrie an (AB).

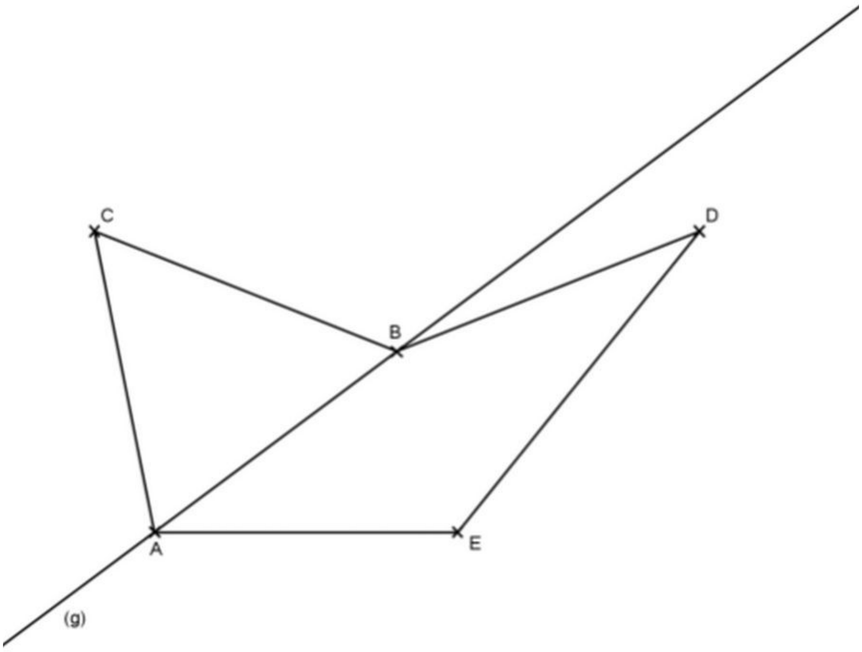


Übung 3

Zeichne in jedem Fall das Bild der Figur bei der Achsensymmetrie an der Geraden.

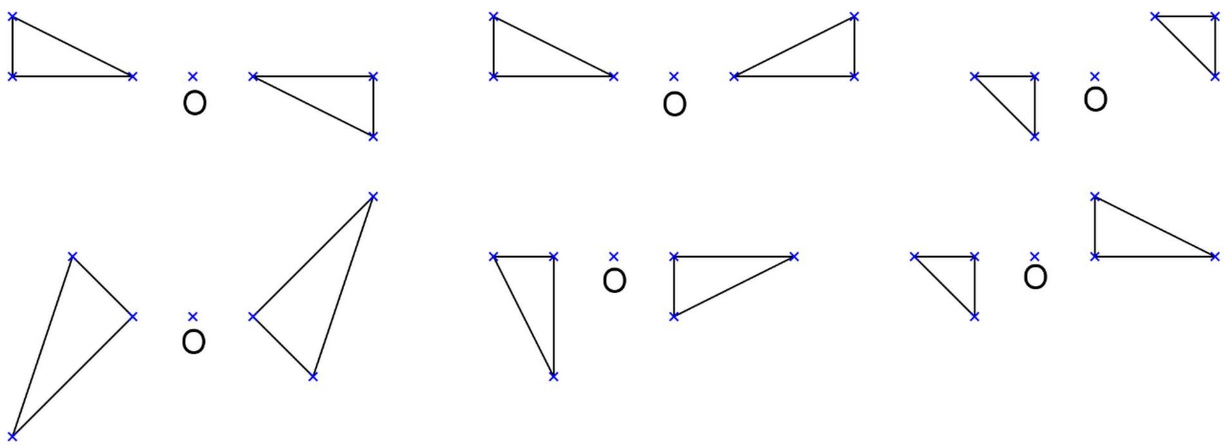






Übung 4

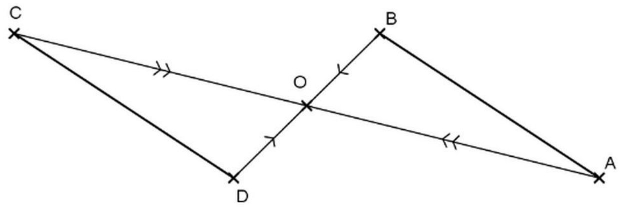
Sind folgende Figuren punktsymmetrisch an O ? Überprüfe mit Pauspapier.



Übung 5

Beobachte die Figur und beantworte dann die Fragen.

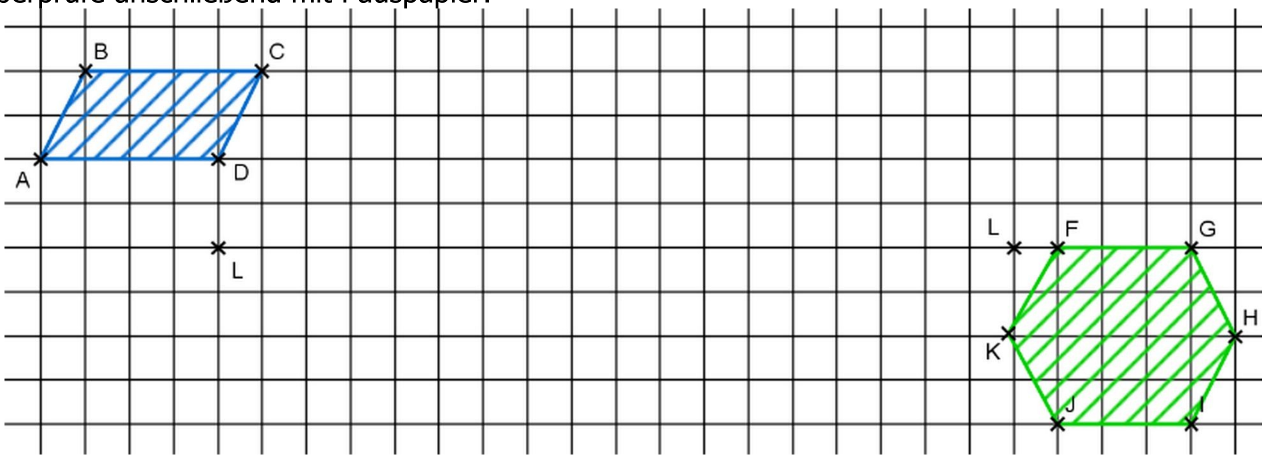
Die Punkte B, O und D einerseits und die Punkte A, O und C anderseits liegen auf einer Geraden.



1. Welche Rolle spielt O für die Strecke [AC] ?
2. Was ist das Bild von B bei der Punktsymmetrie an O ?
3. Was kann man über A und C sagen ?
4. Was ist das Bild von [AB] bei der Punktsymmetrie an O ?
5. Was kann man über die Geraden (AB) und (CD) sagen ?

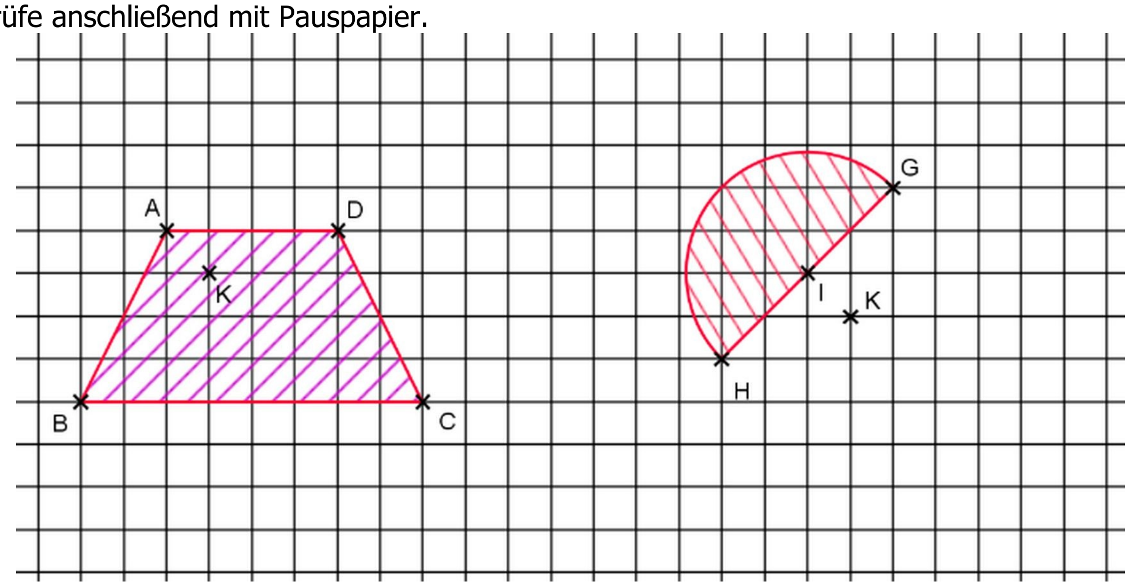
Übung 6

Zeichne das Bild der Figuren bei der Punktsymmetrie an L.
Überprüfe anschließend mit Pauspapier.



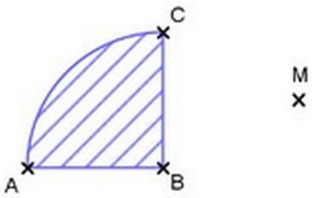
Übung 7

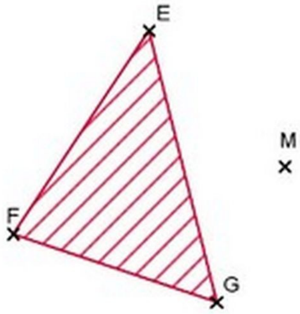
Zeichne das Bild der Figuren bei der Punktsymmetrie an K.
Überprüfe anschließend mit Pauspapier.

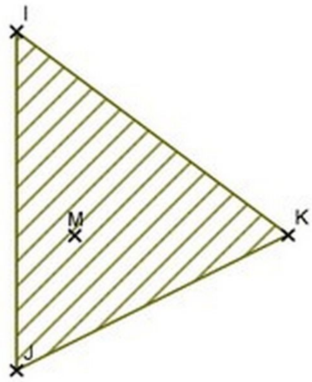


Übung 8

Zeichne das Bild der Figuren bei der Punktsymmetrie an M.
Überprüfe anschließend mit Pauspapier.





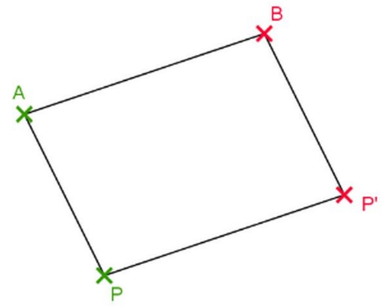


Verschiebung

4 – EG – 4 – 2

Erinnere dich...

Verschiebung und Parallelogramm

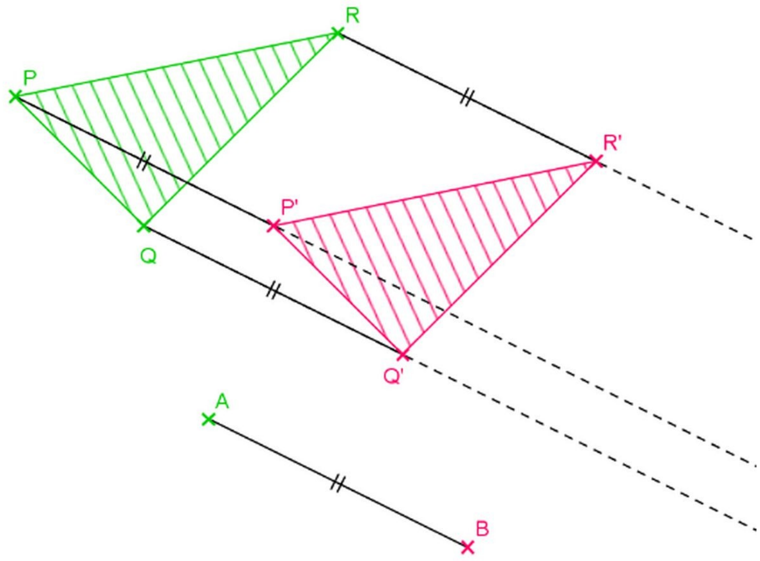


Eine Verschiebung ist eine geometrische Abbildung :sie ordnet jedem Punkt der Ebene einen Bildpunkt zu.

Der Bildpunkt von P bei der Verschiebung, die A auf B abbildet, ist der Punkt P', sodass PABP' ein Parallelogramm ist.

Beispiel :

Konstruktion des Bildes eines Dreiecks bei der Verschiebung, die A auf B abbildet :



Konstruktionsbeschreibung :

- Es werden parallele Halbgeraden zu (AB) mit den Anfangspunkten P, Q und R gezeichnet.
- Von P, Q und R aus werden jeweils auf den Halbgeraden die Länge AB abgetragen. So werden die Punkte P', Q' und R' erhalten.
- Die Punkte P', Q' und R' werden miteinander verbunden.

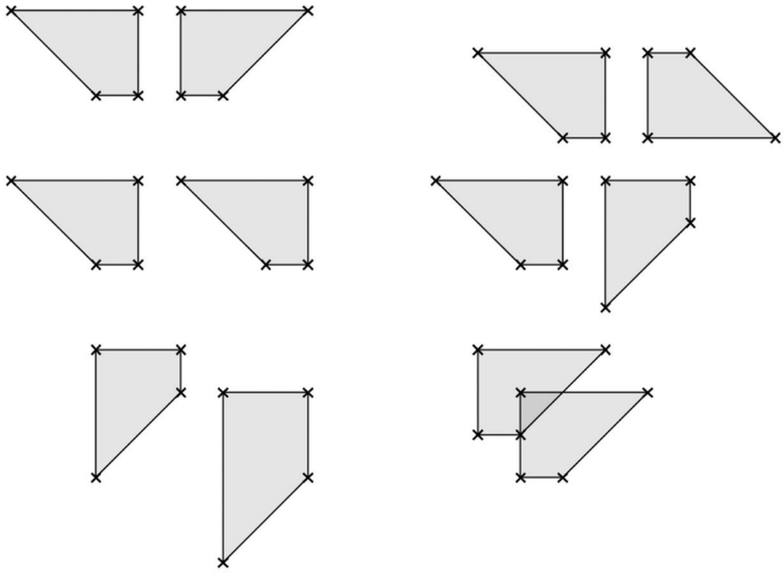
Merke :

Bei einer Verschiebung sind Originalfigur und Bildfigur deckungsgleich. Das heißt, dass die Verschiebungen längentreue und winkeltreue Abbildungen sind.

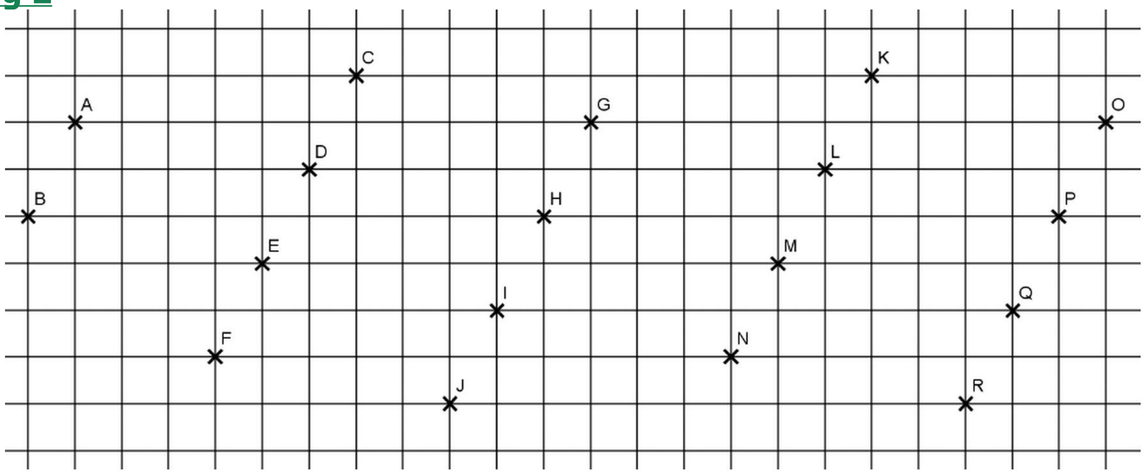
Ein paar Übungen...

Übung 1

Verschoben oder gespiegelt ? Erkläre.

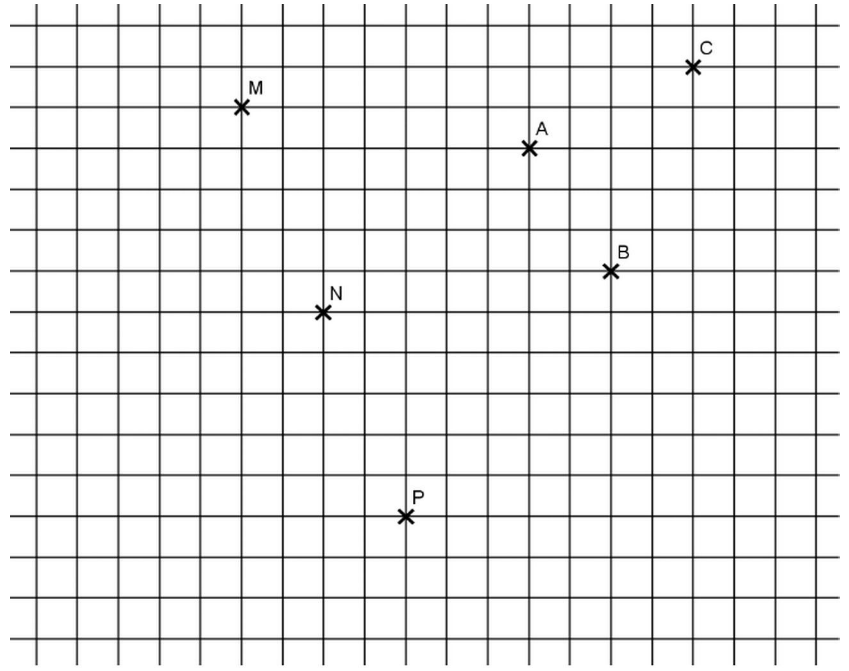


Übung 2



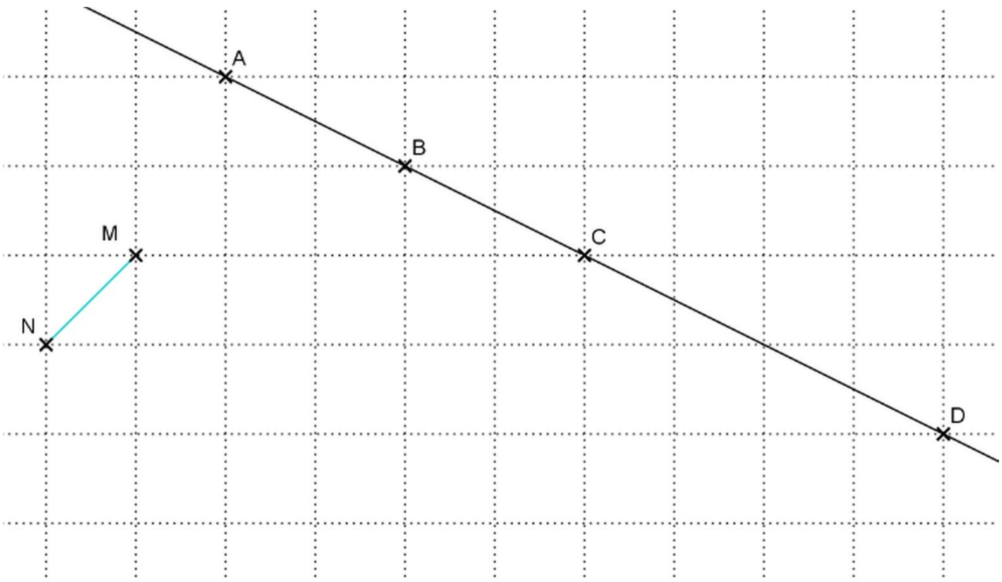
1. Uns interessiert die Verschiebung, die E auf H abbildet :
   Bestimme die Bildpunkte von M, I, B, L und J.
2. Uns interessiert die Verschiebung, die D auf M abbildet :
   Bestimme die Bildpunkte von C, H, B, I und E.

Übung 3



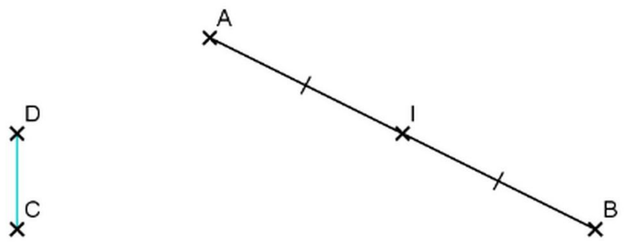
1. Zeichne M', N' und P', die Bildpunkte von M, N und P bei der Verschiebung, die A auf B abbildet.
2. Zeichne M'', N'' und P'', die Bildpunkte von M, N und P bei der Verschiebung, die C auf A abbildet.

Übung 4



Zeichne A', B', C' und D', die Bildpunkte von A, B, C und D bei der Verschiebung, die M auf N abbildet.
Was fällt dir auf ?

Übung 5

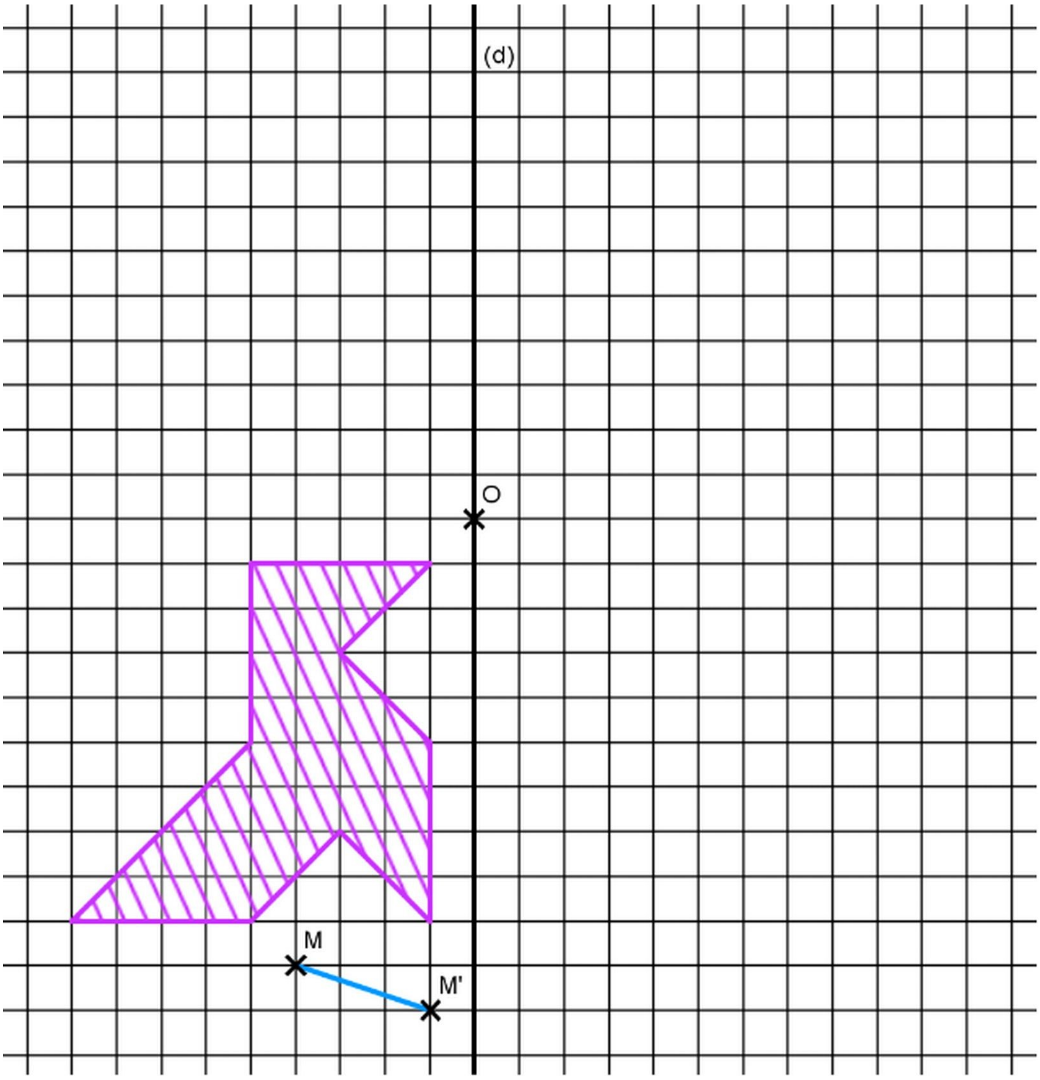


I ist der Mittelpunkt der Strecke [AB].

Zeichne die Bildpunkte von A, I und B bei der Verschiebung, die D auf C abbildet.

Was fällt dir auf ?

Übung 6



1. Zeichne in grün das Bild der Figur bei der Achsensymmetrie an (d).
2. Zeichne in rot das Bild der Figur bei der Punktsymmetrie an O.
3. Zeichne in blau das Bild der Figur bei der Verschiebung, die M auf M' abbildet.

Drehung

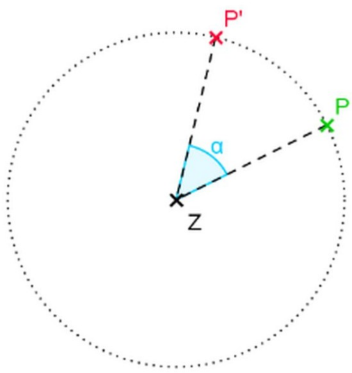
4 – EG – 4 – 3

Erinnere dich...

Drehung

Eine Drehung um einen Punkt Z mit dem Drehwinkel α ist eine Abbildung der Ebene, bei der für das Bild P' jedes Punktes P gilt :

- P' liegt auf dem Kreis um Z durch P.
- $\widehat{P'ZP} = α$



Merke :

Bei einer Drehung ist der Drehsinn zu beachten :

– im Uhrzeigersinn

– gegen den Uhrzeigersinn

Eigenschaft :
Eine Drehung ist durch das Zentrum Z, den Drehwinkel α und den Drehsinn (oder Drehrichtung) festgelegt.

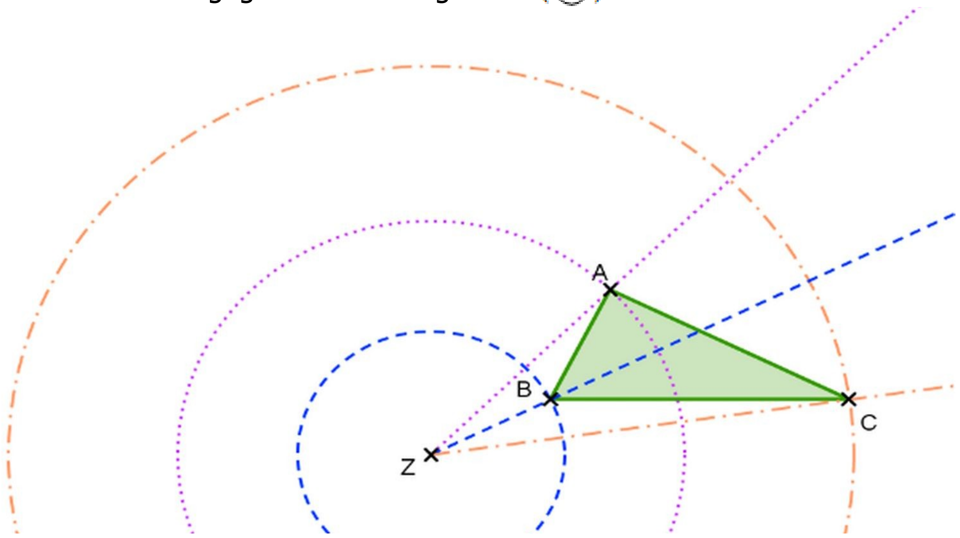
Merke :

Du kennst schon die Drehung um 180° um einen Punkt.Wie heißt sie ?

Beispiel :

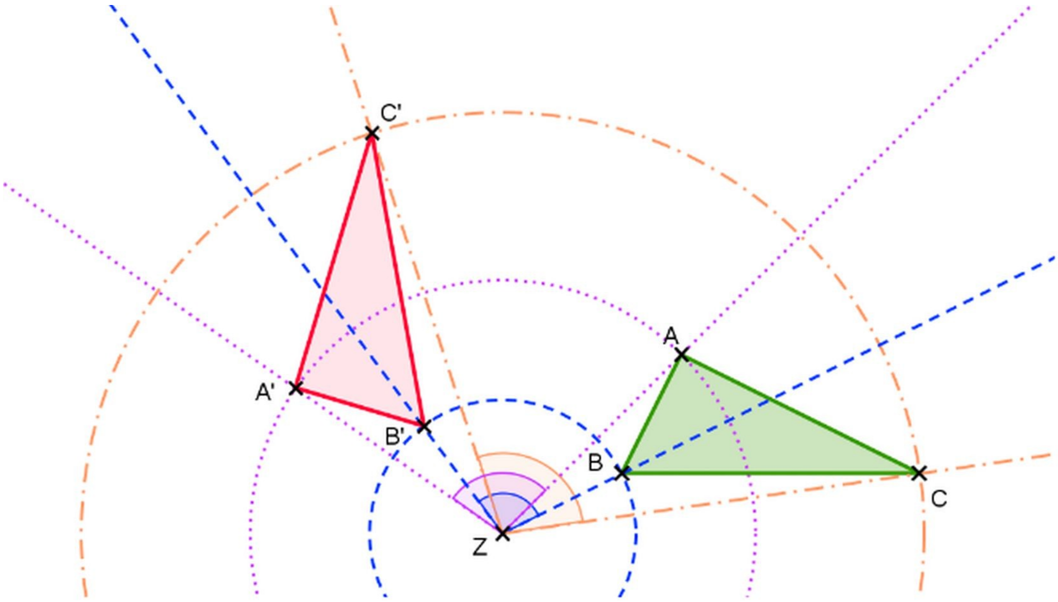
Konstruktion des Bildes eines Dreiecks ABC bei einer Drehung :

- um einen Punkt Z
- mit Drehwinkel α= 100° gegen den Uhrzeigersinn (↺)



Konstruktionsbeschreibung :

- Halbgeraden [ZA), [ZB) und [ZC), sowie Kreise um Z durch A , B und C zeichnen.
- Im Punkt Z wird an jede Halbgerade der Winkel α= 100° unter Berücksichtigung seiner Orientierung angetragen.
- A' liegt auf dem Kreis durch A, sowie auf dem zweiten Schenkel des Winkels α.
- Entsprechend werden B' und C' konstruiert und die Punkte A', B' und C' werden miteinander verbunden.



Merke :

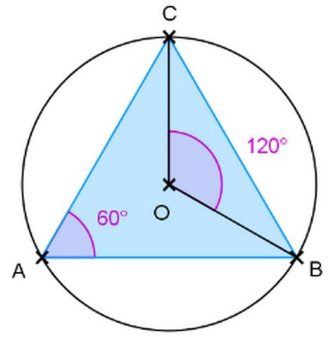
Bei einer Drehung sind Originalfigur und Bildfigur deckungsgleich. Das heißt, dass die Drehungen längentreue und winkeltreue Abbildungen sind !

Regelmäßiges Vieleck

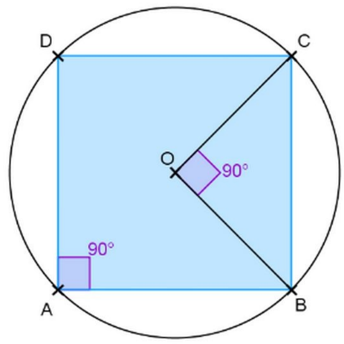
Ein regelmäßiges Vieleck ist ein Vieleck dessen Seiten gleich lang sind und dessen Innenwinkel gleich groß sind.
Jedem regelmäßigen Vieleck lässt sich ein Kreis umbeschreiben :sein Umkreis.

Erkennst du welche Drehung hinter folgenden regelmäßigen Vielecken steckt ?

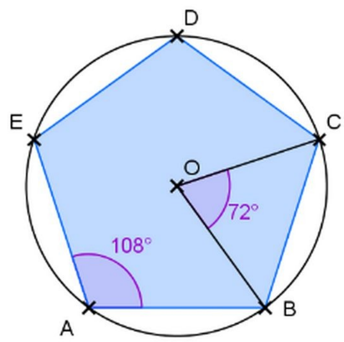
- das regelmäßige Dreieck (bzw. das gleichseitige Dreieck) :



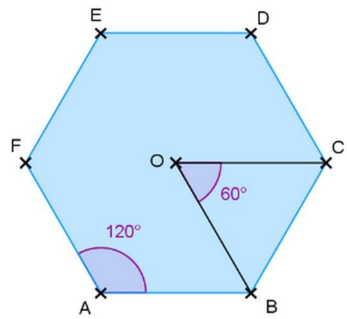
- das regelmäßige Viereck (bzw. das Quadrat) :



- das regelmäßige Fünfeck :



- das regelmäßige Sechseck :



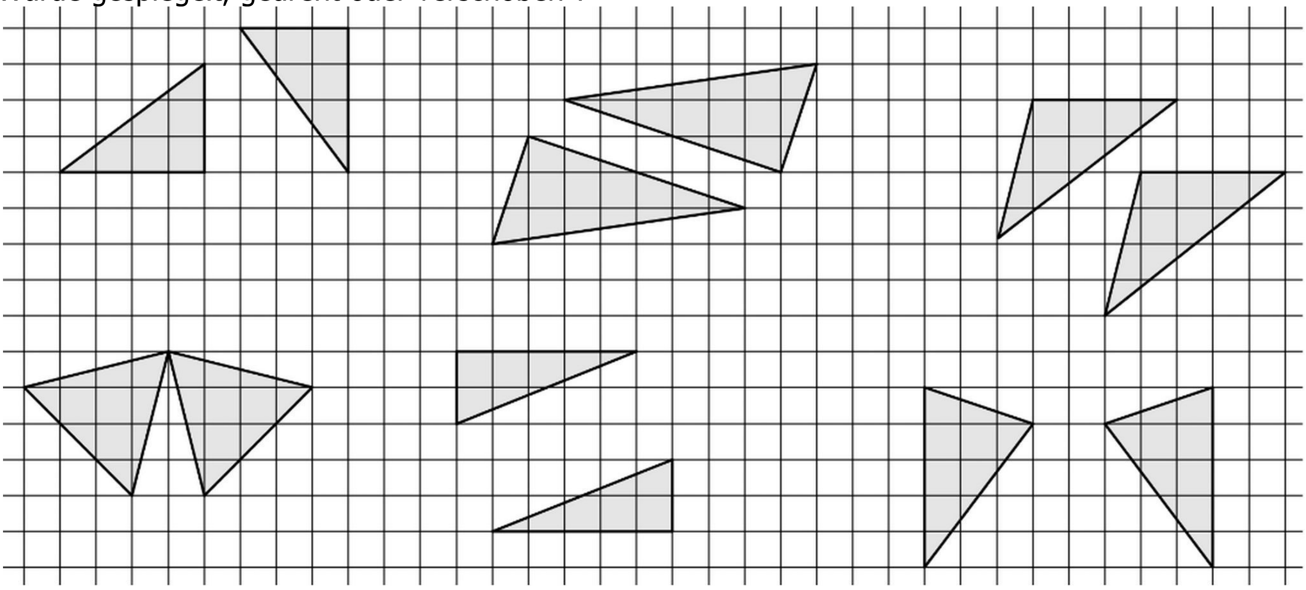
Zum Knobeln...

Wie werden Mittelpunktswinkel und Innenwinkel der regelmäßigen Vielecke berechnet ?

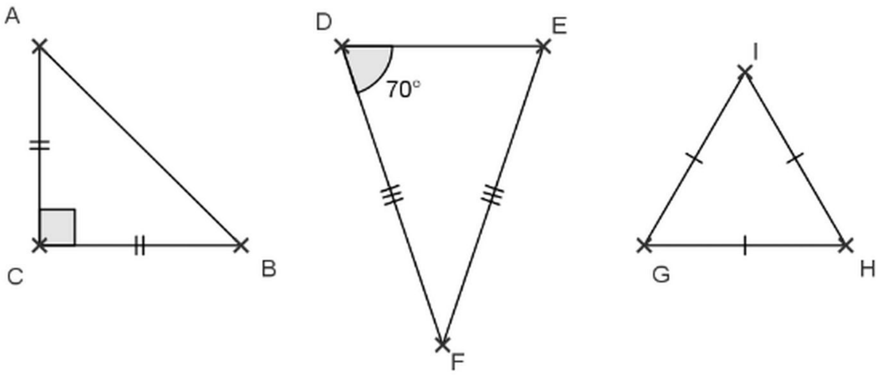
Ein paar Übungen...

Übung 1

Wurde gespiegelt, gedreht oder verschoben ?



Übung 2



Welche Drehungen erkennst du ? Ergänze die Tabelle :

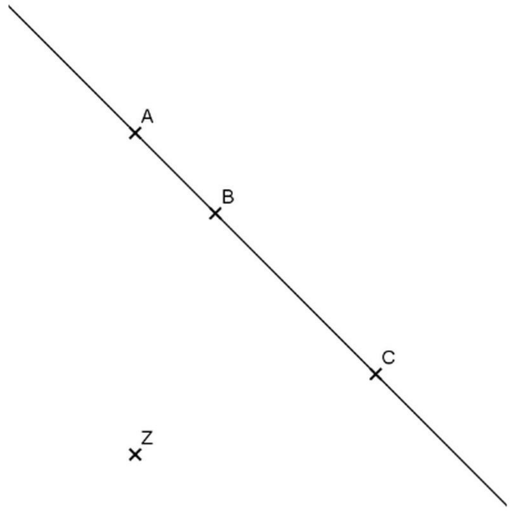
	Zentrum	Drehwinkel	Drehsinn	Punkt	Bildpunkt
Dreieck ABC					
Dreieck DEF					
Dreieck GHI					

Übung 3

Gegeben ist eine Drehung um einen Punkt Z um 60° im Uhrzeigersinn.

1. Zeichne auf dein Blatt einen Punkt Z und einen Punkt A, sodass OA = 5 cm.
2. Zeichne das Bild A' von A bei der gegebenen Drehung.
3. Zeichne einen weiteren Punkt B auf dein Blatt, sodass OB = 7 cm und zeichne anschließend sein Bild B' bei der Drehung.
4. Was fällt dir über [AB] und [A'B'] auf ?

Übung 4

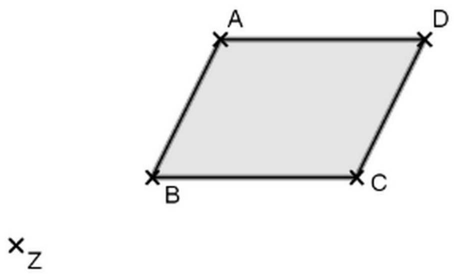


Zeichne die Bilder A', B' und C' der Punkte A, B und C bei der Drehung um Z um 30° gegen den Uhrzeigersinn.

Was fällt dir über die Punkte A', B' und C' auf ?

Übung 5

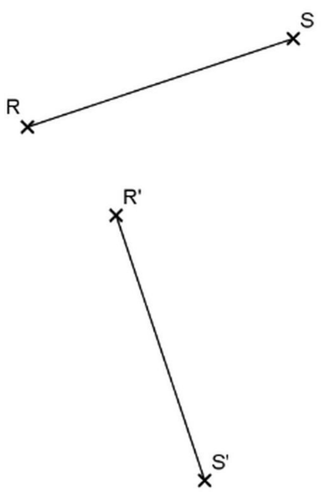
Zeichne ein Parallelogramm ABCD und einen Punkt Z, der außerhalb des Parallelogramms ABCD liegt.
Zeichne das Bild des Parallelogramms bei der Drehung um Z, um 90° gegen den Uhrzeigersinn.



Übung 6

Zeichne zwei beliebige Punkte P und Q auf dein Blatt.
Q kann als Bildpunkt von P bei einer unbekannten Drehung betrachtet werden.
Wo befindet sich ihr Drehzentrum ? Begründe.

Übung 7



R' und S' sind die Bildpunkte von R und S bei einer unbekannten Drehung.

Ermittle Drehzentrum, Drehwinkel und Drehsinn.

Übung 8
Wie groß sind Mittelpunktswinkel und Innenwinkel im regelmäßigen Achteck ?
Im regelmäßigen Zehneck ? Im regelmäßigen Siebeneck ?

Übung 9
ABCDE ist ein regelmäßiges Fünfeck mit Zentrum M.
Sein Umkreisradius ist 2 cm lang.
Berechne AE.
Gib den exakten Wert an und runde anschließend auf Zehntel.

Übung 10
Berechne den Flächeninhalt eines regelmäßigen Sechsecks, das in einem Kreis mit dem Durchmesser 16 cm einbeschrieben ist. Runde auf mm^2.

Zum Knobeln...

Übung 11
Wie kann man die Anzahl der Diagonalen eines regelmäßigen Vielecks bestimmen ?

Die zentrische Streckung
oder
Die Ähnlichkeitsabbildung

4 – EG – 4 – 4

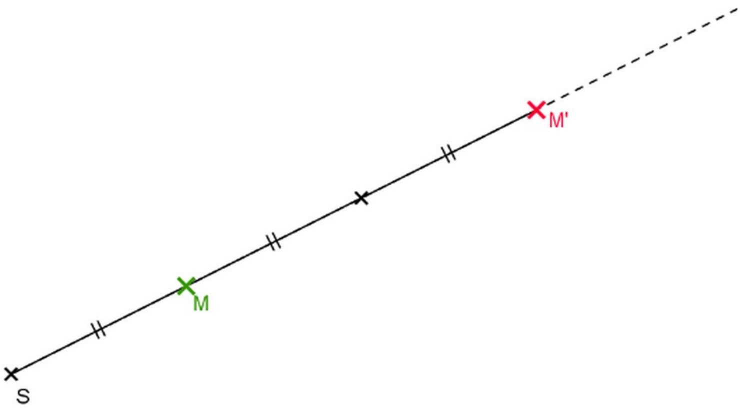
Erinnere dich...

Zentrische Streckung
Eine zentrische Streckung mit dem Punkt S als Streckungszentrum und dem Faktor k als Streckungsfaktor ist eine Abbildung der Ebene auf sich selbst, bei der für das Bild P' jeden Punktes P gilt :

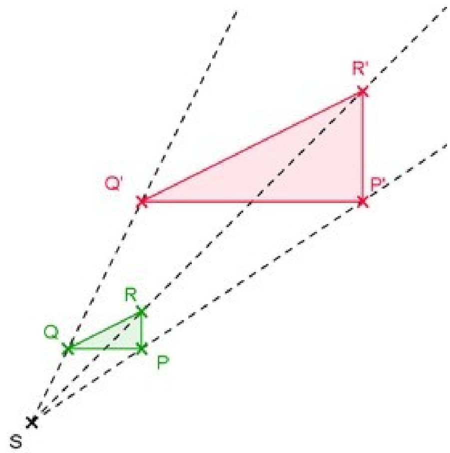
- P' liegt auf der Geraden (SP) :
  - ist $k > 0$ liegt P' auf der Halberagen [SP)
  - ist $k < 0$, liegt P' auf der Halbgeraden [PS)
- $SP' = k \times SP$

Konstruktion Nr.1 :
Konstruktion des Bildes eines Punktes M bei der zentrischen Streckung mit Zentrum S und Faktor 3 :

- der Streckungsfaktor ist positiv, also wird die Halbgerade [SM) gezeichnet
- auf der Halbgeraden [SM) wird der Punkt M' so eingezeichnet, dass SM' = 3 SM
-



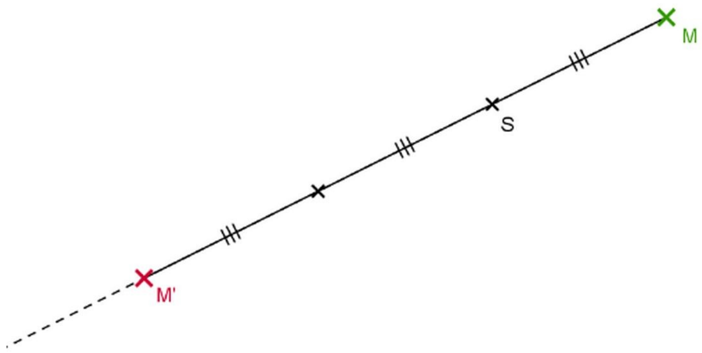
Beispiel Nr.1 :
P', Q' und R' sind die Bildpunkte von P, Q und R bei der zentrischen Streckung mit dem Zentrum S und dem Faktor 3 :



Konstruktion Nr.2 :

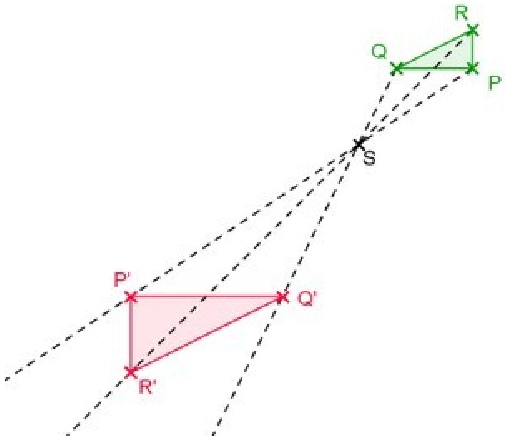
Konstruktion des Bildes eines Punktes M bei der zentrischen Streckung mit Zentrum S und Faktor -2 :

- der Streckungsfaktor ist negativ, also wird die Halbgerade [MS) gezeichnet
- auf der Halbgeraden [MS) wird der Punkt M' so eingezeichnet, dass SM' = 2 SM



Beispiel Nr.2 :

P', Q' und R' sind die Bildpunkte von P, Q und R bei der zentrischen Streckung mit dem Zentrum S und dem Faktor -2 :



Merke :

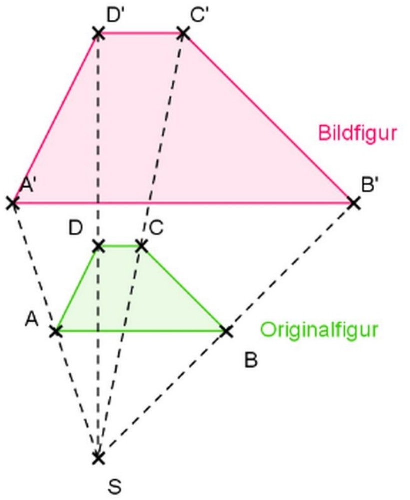
- Zentrische Streckungen sind <u>parallelentreue</u> und <u>winkeltreue</u> Abbildungen
- Für alle Strecken gilt : $\dfrac{\textit{Länge der Bildstrecke}}{\textit{Länge der Originalstrecke}} = \textit{Betrag des Streckungsfaktors}$

<u>Besondere zentrische Streckungen</u>

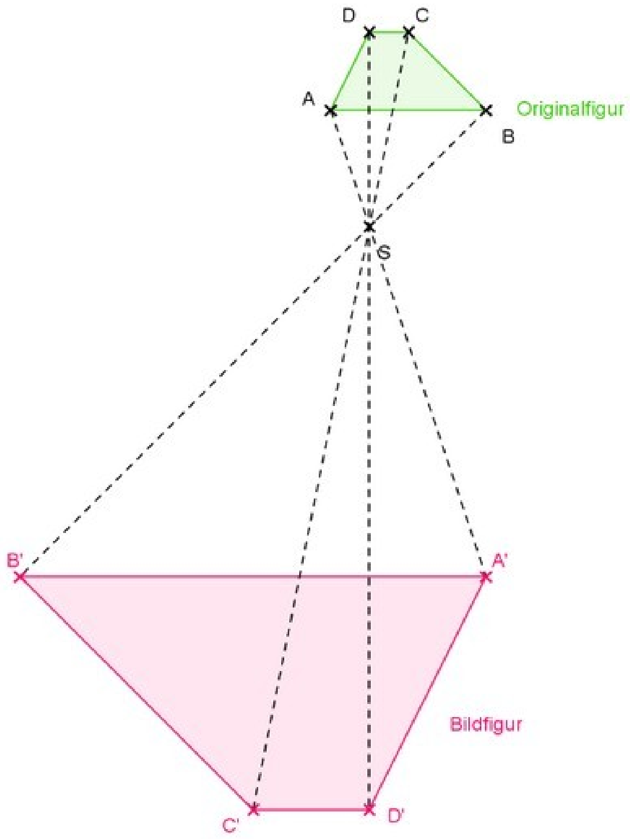
- Ist der Betrag des Faktors einer zentrischen Streckung größer als 1, handelt es sich um eine maßstäbliche <u>Vergrößerung</u>, d.h. eine <u>Dehnung</u>.
- Ist der Betrag des Faktors einer zentrischen Streckung kleiner als 1, handelt es sich um eine maßstäbliche <u>Verkleinerung</u>, d.h. eine <u>Stauchung</u>.

Vergrößerungen / Dehnung :

Streckungsfaktor **2** :

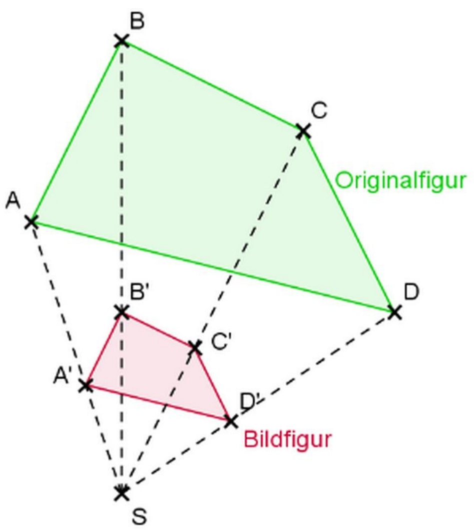


Streckungsfaktor **-3** :

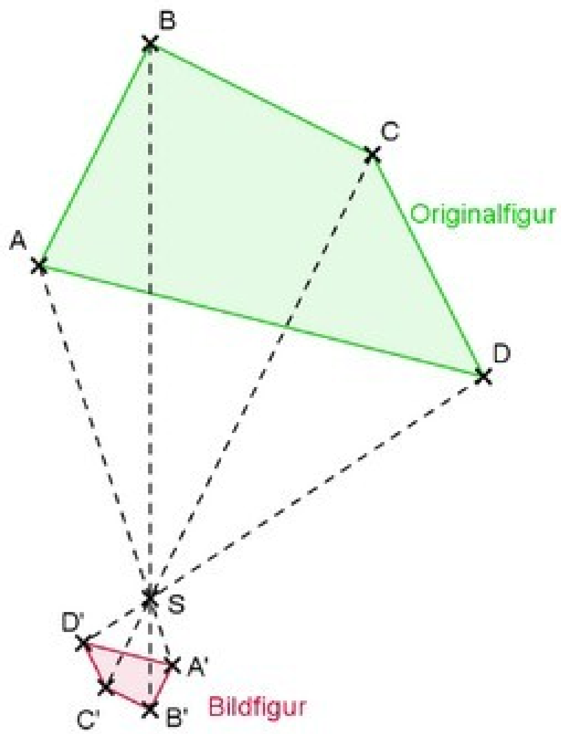


Verkleinerung / Stauchung :

Streckungsfaktor **0,4** :

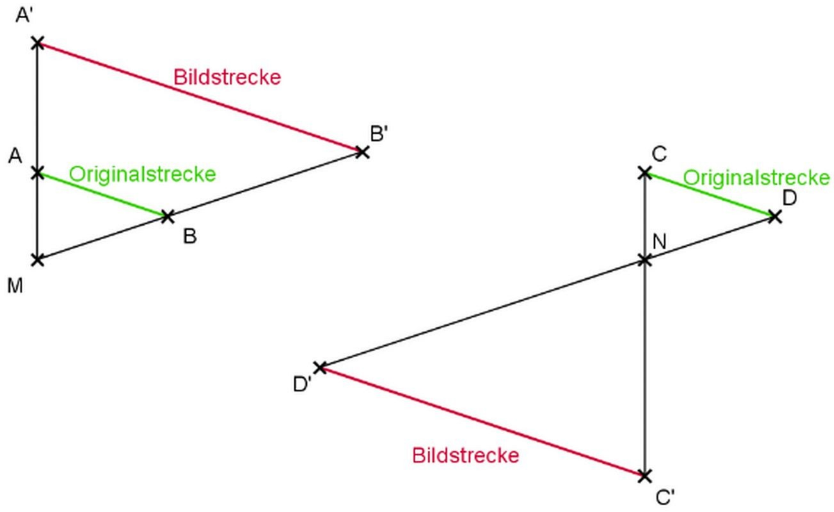


Streckungsfaktor **-0,2** :



Sonderfälle :

- Was kann man über eine zentrische Streckung mit dem Faktor 1 behaupten ?
- Erinnern dich diese Figuren an einen wohlbekannten Satz ?

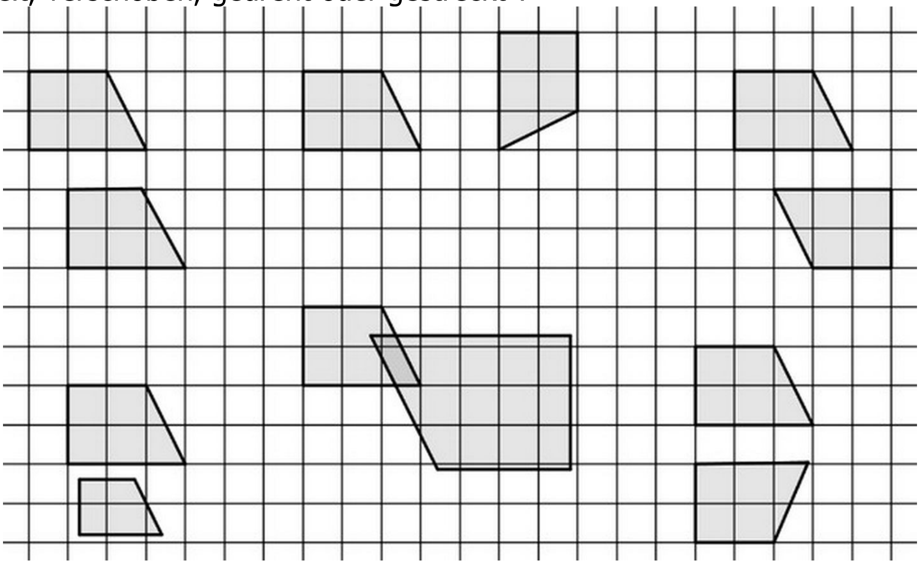


- Was kann man über eine zentrische Streckung mit dem Faktor -1 behaupten ?

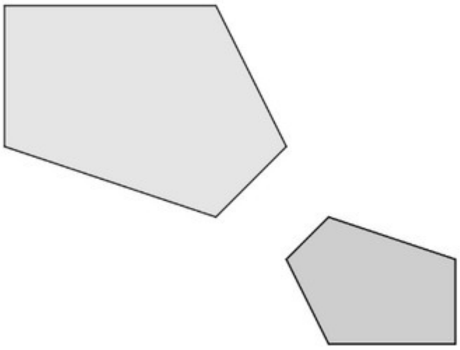
Ein paar Übungen...

Übung 1

Wurde gespiegelt, verschoben, gedreht oder gestreckt ?



Übung 2

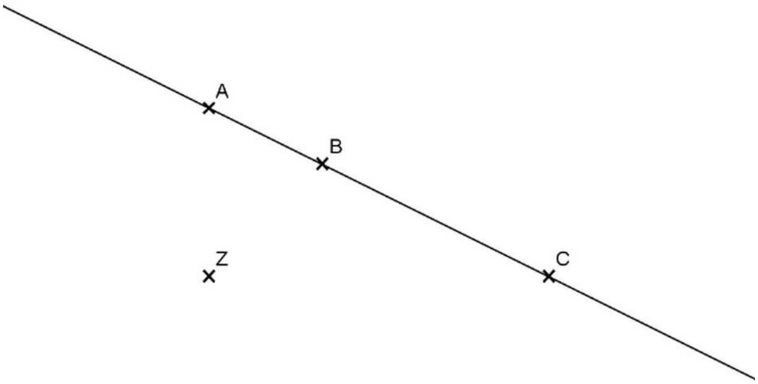


Das größere Fünfeck ist das Bild des kleineren Fünfecks bei einer zentrischen Streckung.

- Ist der Streckungsfaktor positiv oder negativ ?
- Ist sein Betrag größer oder kleiner als 1 ?
- Wo liegt das Streckungszentrum ?

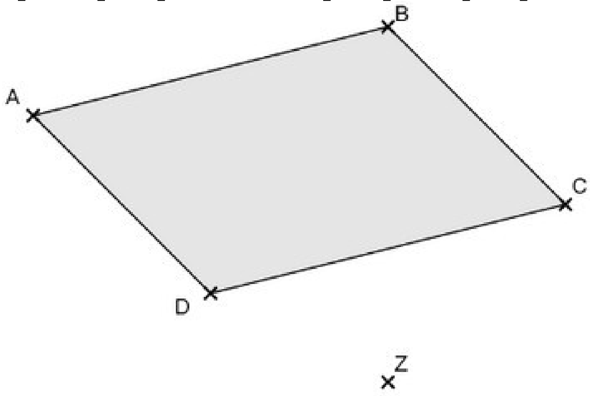
Übung 3

Zeichne das Bild der Punkte A, B und C bei der Streckung mit Zentrum Z und Faktor 2.
Was fällt dir über A', B' und C' auf ?



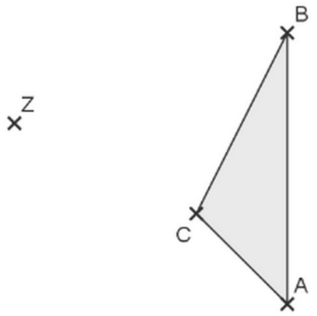
Übung 4

Zeichne das Bild des Parallelogramms ABCD bei der Streckung mit Zentrum Z und Faktor -0,5.
Was fällt dir über [A'B'] und [D'C'] auf ? Über [A'D'] und [B'C'] ?



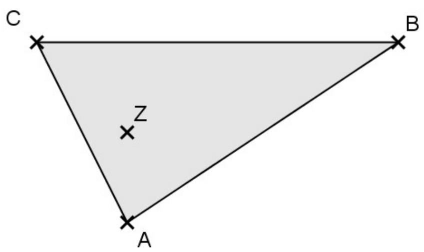
Übung 5

Zeichne das Bild des Dreicks bei der zentrischen Streckung mit Zentrum Z und Faktor 2 :



Übung 6

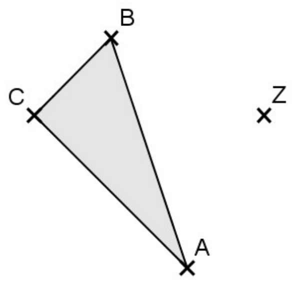
Zeichne das Bild des Dreicks bei der zentrischen Streckung mit Zentrum Z und Faktor 1,5 :



Übung 7

Zeichne das Bild des Dreicks bei der zentrischen Streckung mit Zentrum Z und :

- Faktor -1 (in blau)
- Faktor -3 (in grün)



Übung 8

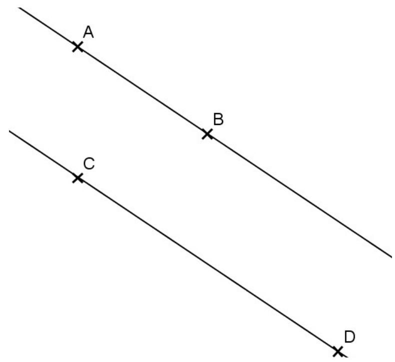
1. Zeichne ein Dreieck ABC mit den Maßen AB = 1,5 cm, AC = 2 cm und BC = 2,5 cm.
   - Was fällt dir über dieses Dreieck auf ? Beweise es.
   - Berechne die Winkelgrößen der spitzen Winkel des Dreiecks ABC.
2. Zeichne einen Punkt Z außerhalb des Dreiecks ein und zeichne dann das Bild A'B'C' des Dreiecks ABC bei der Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor -2.
   - Berechne die Längen A'B', A'C' und B'C'.
   - Was kannst du daraus über das Dreieck A'B'C' schließen ?
   - Berechne die Winkelgrößen der spitzen Winkel des Dreiecks A'B'C'.
   - Was fällt dir auf ?
3. Zeichne jetzt das Bild A''B''C'' von A'B'C' bei der Drehung um Z mit dem Drehwinkel 60° gegen den Uhrzeigersinn.
   Was kann man über das Dreieck A''B''C'' behaupten ? (Seitenlängen, Winkelgrößen).
   Begründe deine Antwort.

Sekante Geraden – Zueinander parallele Geraden

4 – EG – 5 – 1

Erinnere dich...

- Zwei Geraden heißen parallel zueinander, wenn sie sich nicht schneiden (d.h. wenn sie keinen Schnittpunkt haben) :

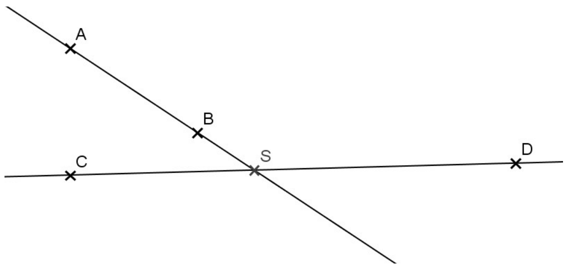


(AB) ist parallel zu (CD),

(AB) und (CD) sind parallel zueinander.

$(AB) \parallel (CD)$

- Zwei Geraden heißen sekant, wenn sie einen Schnittpunkt haben :



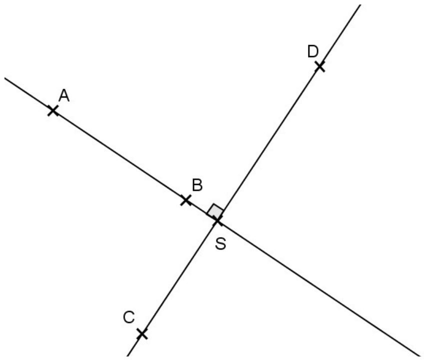
(AB) und (CD) sind sekante Geraden,

ihr Schnittpunkt ist S.

(AB) und (CD) schneiden sich in S.

Sonderfall :

- Wenn zwei sekante Geraden einen rechten Winkel bilden, dann heißen sie zueiander rechtwinklig :



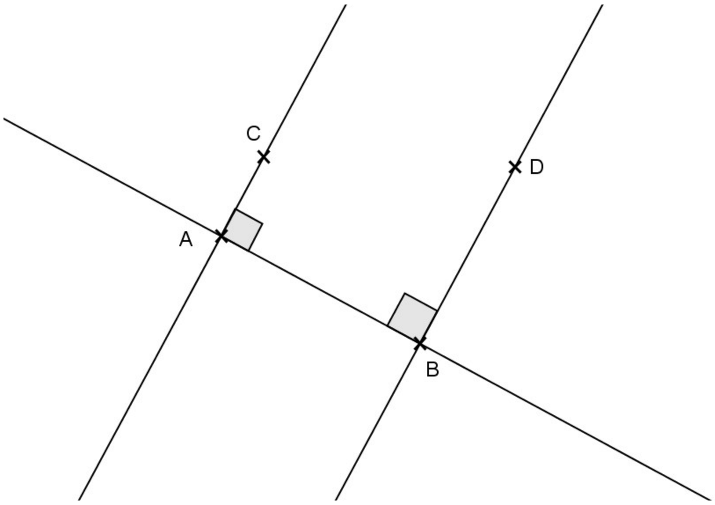
(AB) ist rechtwinklig zu (CD)

(AB) und (CD) sind rechtwinklig zueinander

$(AB) \perp (CD)$

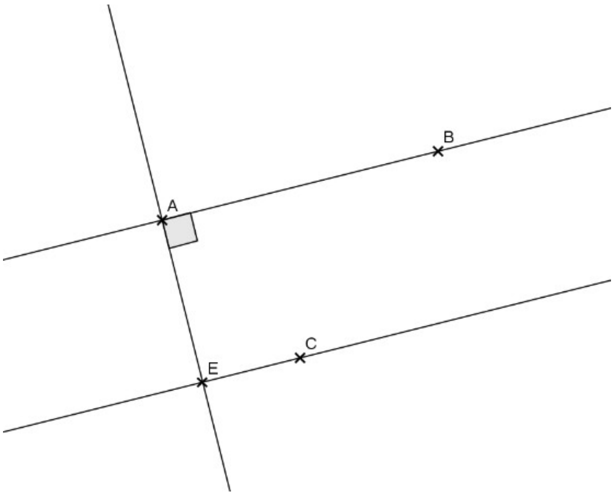
Eigenschaften

Eigenschaft Nr.1 :
Wenn zwei Geraden rechtwinklig zu einer dritten Geraden sind,
dann sind sie parallel zueinander.



(AC) und (BD) sind beide rechtwinklig zu (AB),
also sind sie parallel zueinander.

Eigenschaft Nr.2 :
Wenn zwei Geraden parallel zueinander sind und wenn eine dritte Gerade rechtwinklig zu einer dieser beiden Geraden verläuft,
dann verläuft diese dritte Gerade auch rechtwinklig zu der zweiten Geraden.



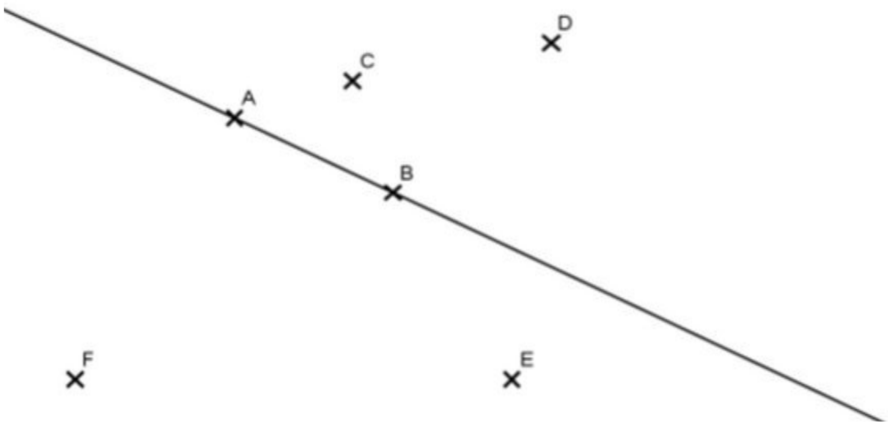
(CE) ist parallel zu (AB) und (AB) ist rechtwinklig zu (AE),
also ist (CE) auch rechtwinklig zu (AE)

Ein paar Übungen...

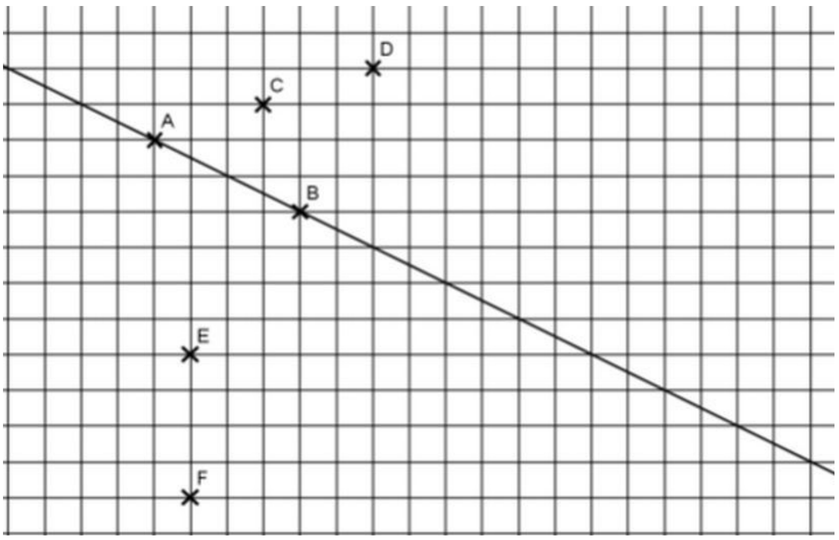
Übung 1

Zeichne die parallelen Geraden zu (AB) durch die Punkte C, D, E und F :

- mit dem Zeichendreieck und dem Lineal :



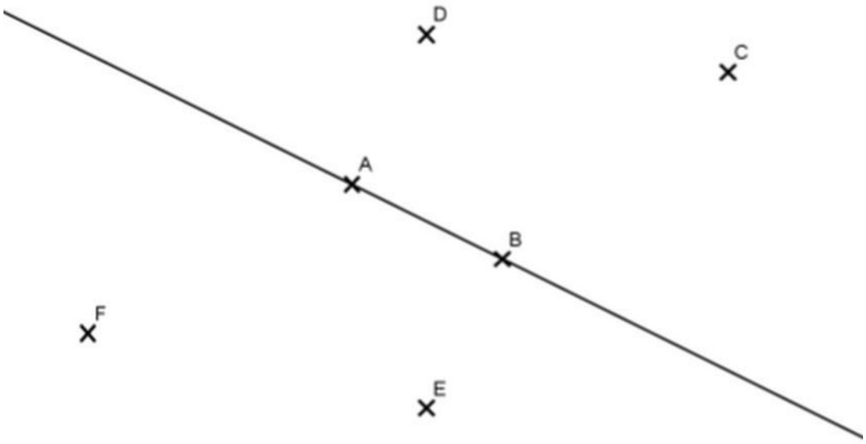
- mit Hilfe der Kästchen :



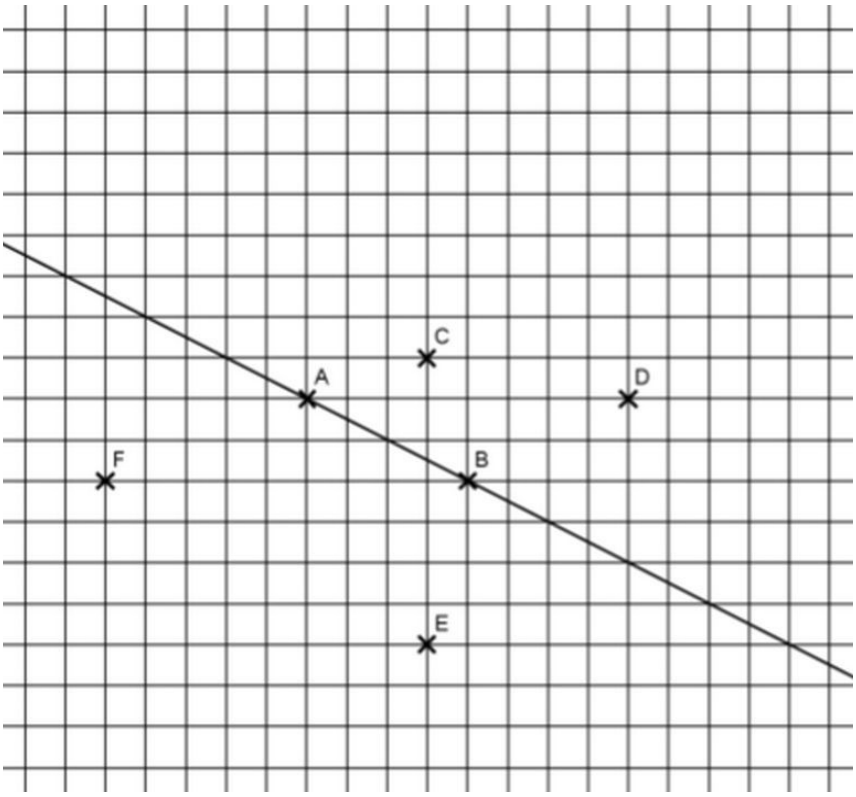
Übung 2

Zeichne die rechtwinkligen Geraden zu (AB) durch die Punkte C, D, E und F :

- mit dem Zeichendreieck und dem Lineal :



- mit Hilfe der Kästchen :

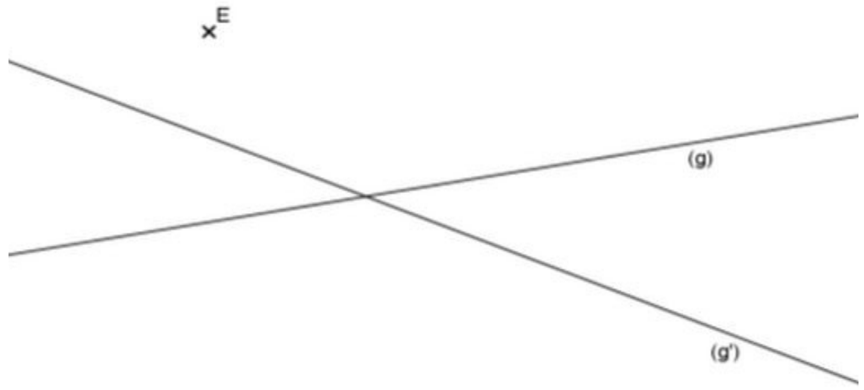


Übung 3

1. Zeichne drei Geraden, die keinen Schnittpunkt haben.
2. Zeichne drei Geraden, die einen Schnittpunkt haben.
3. Zeichne drei Geraden, die zwei Schnittpunkte haben.
4. Zeichne drei Geraden, die drei Schnittpunkte haben.

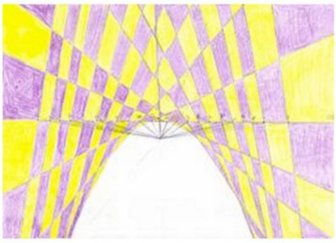
Übung 4

1. Zeichne in grün die Gerade, die durch E parallel zu (g) verläuft
2. Zeichne in blau die Gerade, die durch E rechtwinklig zu (g') verläuft



Übung 5

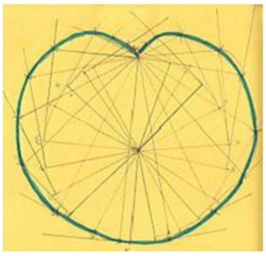
1. Zeichne eine Gerade (g) und einen Punkt S, der nicht zur Geraden (g) gehört. S soll 1 oder 2 cm von (g) entfernt liegen.
2. Zeichne einen Punkt A auf die Gerade (g) ein. Zeichne die Strecke [SA].
3. Zeichne die rechtwinklige Gerade zu [SA], die durch A verläuft.
4. Verfahre ähnlich mit vielen anderen Punkten A, die immer im gleichen Abstand voneinander liegen.
5. Male die Figur schön aus.



Merke :
die rechtwinkligen Geraden bilden eine Parabel.

Übung 6

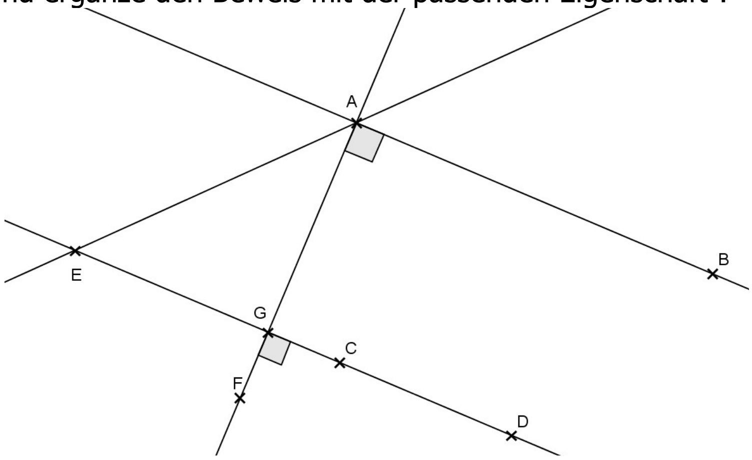
1. Zeichne um einen Punkt O einen Kreis mit dem Radius 8cm.
2. Zeichne einen Punkt A auf den Kreis. Zeichne einen Punkt M auf den Kreis. Zeichne die Strecke [OM].
3. Zeichne die rechtwinklige Gerade zu [OM], die durch M verläuft. Diese Gerade heißt (d).
4. Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (d), die durch A verläuft. Diese Gerade heißt (d').
5. Zeichne den Schnittpunkt der Geraden (d) und (d') in Farbe.
6. Verfahre ähnlich mit vielen anderen Punkten M.



Merke :
Die Schnittpunkte bilden eine Kardioide, d.h. eine Herzkurve.

Übung 7

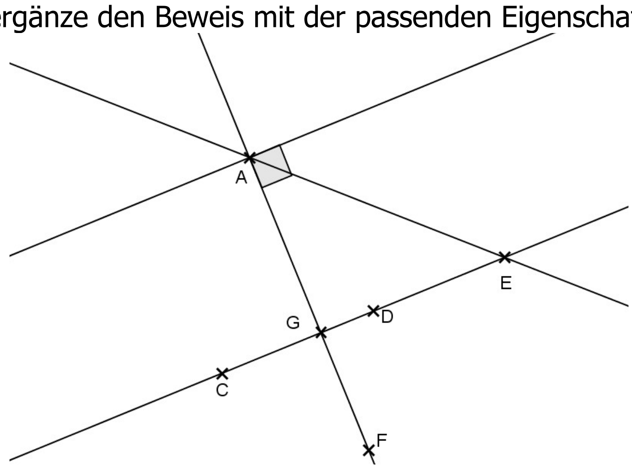
Beobachte die Figur und ergänze den Beweis mit der passenden Eigenschaft :



Was ich weiß :	Ich benutze die Eigenschaft :	Daher folgt :
$(AB)\perp(AG)$ $(GD)\perp(AG)$		$(AB)\parallel(GD)$

Übung 8

Beobachte die Figur und ergänze den Beweis mit der passenden Eigenschaft :



Was ich weiß :	Ich benutze die Eigenschaft :	Daher folgt :
$(AB)\perp(AG)$ $(AB)\parallel(GD)$		$(GD)\perp(AG)$

Übung 9

1. Zeichne ein Dreieck ABC.
   Zeichne die Gerade (g), die durch C und rechtwinklig zu (BC) verläuft.
   Zeichne die Gerade (g'), die durch A und parallel zu (BC) verläuft.
2. Beweise, dass die Geraden (g) und (g') rechtwinklig zueinander sind.

Übung 10

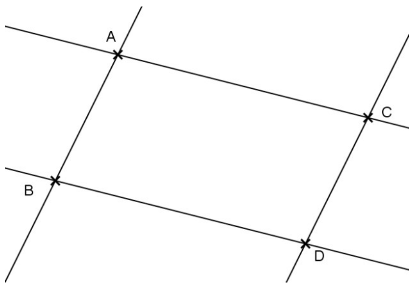
1. Zeichne eine Gerade (MN).
   Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (MN), die durch N verläuft. Zeichne auf dieser Geraden den Punkt R ein.
   Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (NR), die durch R verläuft. Zeichne auf dieser Geraden den Punkt S ein.
2. Beweise, dass (MN) und (RS) parallel zueinander sind.

Parallelogramme - Definition und Eigenschaften

4 – EG – 5 – 2

Erinnere dich...

Was ist ein Parallelogramm ?
Ein Viereck dessen gegenüberliegende Seiten parallel zueinander sind, heißt Parallelogramm.



(AB) // (CD)
(AC) // (BD)

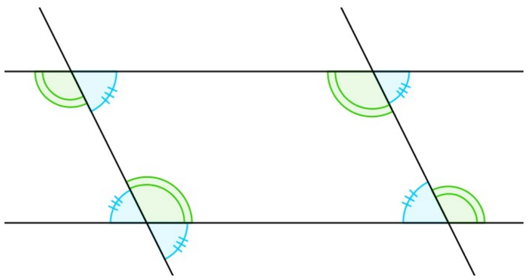
also ist ABCD ein Parallelogramm.

Eigenschaften der Parallelogramme

Nach der Definition eines Parallelogramms gilt :

Wenn ein Viereck ein Parallelogramm ist,
dann sind seine gegenüberliegende Seiten parallel zueinander.

Daraus folgen Eigenschaften über die Winkel eines Parallelogramms :

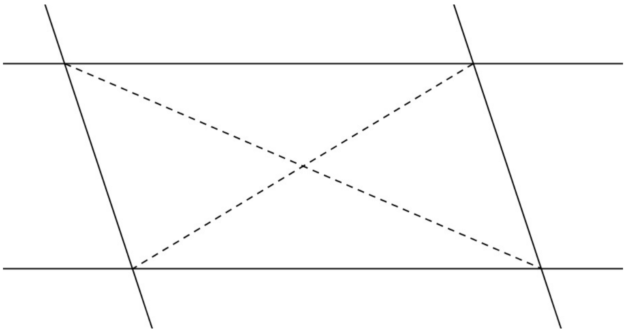


Die blauen Winkel sind gleich groß (Wechselwinkel an Parallelen und Scheitelwinkel).
Ein blauer und ein grüner Winkel ergänzen sich zu 180°.
Also sind die grünen Winkel auch gleich groß

Wenn ein Viereck ein Parallelogramm ist,
dann sind seine gegenüberliegende Winkel gleich groß.

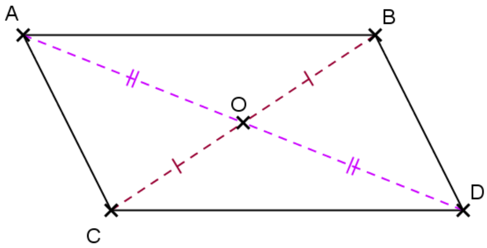
Wenn ein Viereck ein Parallelogramm ist,
dann ergänzen sich zwei aufeinander folgende Winkel zu 180°.

Parallelogramm und Symmetriezentrum :

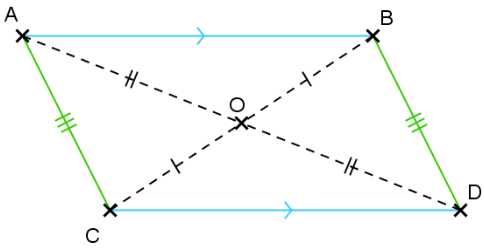


Ein Parallelogramm hat ein Symmetriezentrum : der Schnittpunkt seiner Diagonalen.

Daraus folgen weitere Eigenschaften der Parallelogramme :



Wenn ein Viereck ein Parallelogramm ist,
dann halbieren sich seine Diagonalen.



Wenn ein Viereck ein Parallelogramm ist,
dann sind seine gegenüberliegende Seiten gleich lang.

Ein paar Übungen...

Übung 1

Es gilt :

- (AC) // (DF)
- (ED) // (BC)
- (AB) // (EF)

Nenne alle Parallelogramme der Figur.

Übung 2

Zeichne alle Parallelogramme mit Ecken A, B und C. Wie heißen sie ?
Erkläre und begründe dein Verfahren.

Übung 3

1. Zeichne eine 6 cm lange Strecke [AB].
   Zeichne ein Parallelogramm, sodass [AB] eine seiner Seiten ist.
   Erkläre und begründe dein Verfahren.
2. Zeichne eine neue 6 cm lange Strecke [AB].
   Zeichne ein Parallelogramm, sodass [AB] eine seiner Diagonalen ist.
   Erkläre und begründe dein Verfahren.

Übung 4

Für folgende Figuren sollst du zuerst eine übersichtliche Planfigur zeichnen, und dein Verfahren erklären und begründen.

1. Zeichne ein Parallelogramm POUV, sodass :
   PV = 3 cm, PO = 3,5 cm und $\widehat{OPV} = 70°$.
   Berechne die Winkelgröße $\widehat{POU}$.
2. Zeichne ein Parallelogramm BISO, sodass :
   BO = 5,5 cm, BS = 3 cm und $\widehat{OBS} = 120°$.
3. Zeichne ein Parallelogramm GOIE mit Mittelpunkt L, sodass :
   GI = 7 cm, OE = 5 cm und $\widehat{OLI} = 35°$.

Symmetrie Elemente der gewöhnlichen Figuren

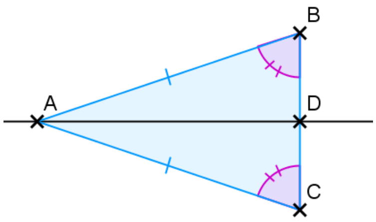
4 – EG – 5 – 3

Erinnere dich...

Dreiecke

Eine Symmetrieachse

Ein gleichschenkliges Dreieck hat eine Symmetrieachse :die Mittelsenkrechte seiner Basis, die auch die Winkelhalbierende durch seinen Scheitel ist.

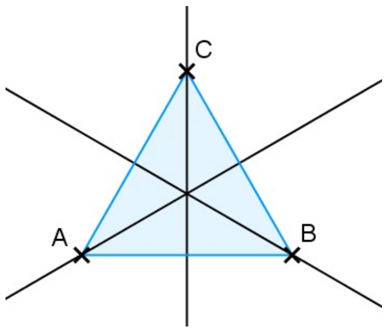


Daraus schließen wir :

Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, dann sind seine Basiswinkel gleich groß.

Drei Symmetrieachsen

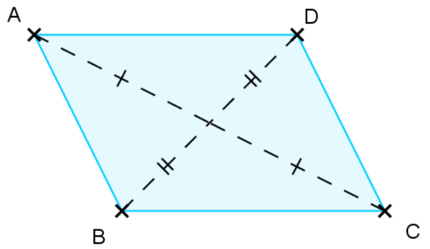
Ein gleichseitiges Dreieck hat drei Symmetrieachsen :die Mittelsenkrechten seiner Seiten, die auch die Winkelhalbierenden durch seine Eckpunkte sind.



Parallelogramme

Merke :
ein Rechteck, eine Raute und ein Quadrat sind besondere Parallelogramme

Ein Parallelogramm hat ein Symmetriezentrum :der Schnittpunkt seiner Diagonalen.

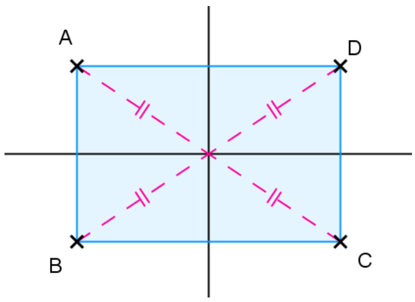


Daraus schließen wir :

Wenn ein Viereck ein Parallelogramm (bzw. ein Rechteck, eine Raute, ein Quadrat) ist, dann halbieren sich seine Diagonalen.

Zwei Symmetrieachsen

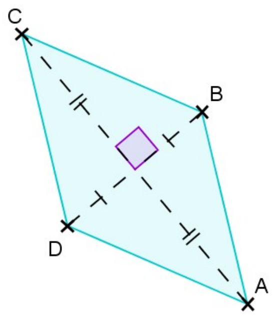
Ein Rechteck hat zwei Symmetrieachsen :die Mittelsenkrechten seiner Seiten.



Daraus schließen wir :

Wenn ein Viereck ein Rechteck ist, dann sind seine Diagonalen gleich lang.

Eine Raute hat zwei Symmetrieachsen :ihre Diagonalen.

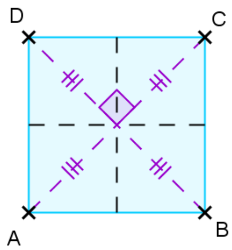


Daraus schließen wir :

Wenn ein Viereck eine Raute ist, dann sind seine Diagonalen rechtwinklig zueinander

Vier Symmetrieachsen

Ein Quadrat ist gleichzeitig ein Rechteck und eine Raute, also hat es hat vier Symmetrieachsen :die Mittelsenkrechten seiner Seiten und seine Diagonalen.



Daraus schließen wir :

Wenn ein Viereck ein Quadrat ist, dann sind seine Diagonalen rechtwinklig zueinander und gleich lang.

Ein paar Übungen...

Übung 1
Zeichne ein gleichseitiges Dreieck dessen Umfang 9 cm beträgt. Erkläre dein Verfahren.

Übung 2
1. Zeichne eine 3 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne ein bei C gleichschenkliges Dreieck ABC.
3. Zeichne ein bei B gleichschenkliges Dreieck ABC.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

Übung 3
1. Zeichne eine 5 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne ein Rechteck ABCD.
3. Zeichne ein Rechteck ACBD.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

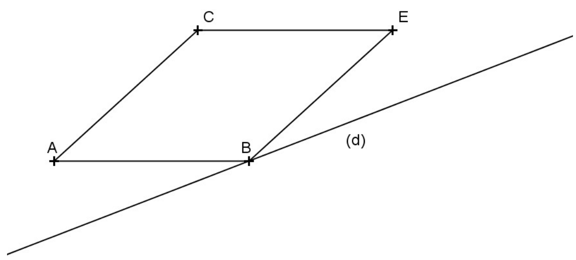
Übung 4
1. Zeichne eine 6 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne eine Raute ABCD.
3. Zeichne eine Raute ACBD.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

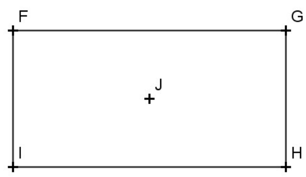
Übung 5
1. Zeichne eine 4 cm lange Strecke [AB].
2. Zeichne ein Quadrat ABCD.
3. Zeichne ein Quadrat ACBD.

Begründe und erkläre jeweils dein Verfahren.

Übung 6
ABEC ist eine Raute.
(d) ist die rechtwinklige Gerade zu (BC),
die durch B geht.
Beweise, dass : (d) 親 (AE) .



Übung 7
FGHI ist ein Rechteck mit Mittelpunkt J.
Was ist JGH für ein Dreieck ? Beweises es.



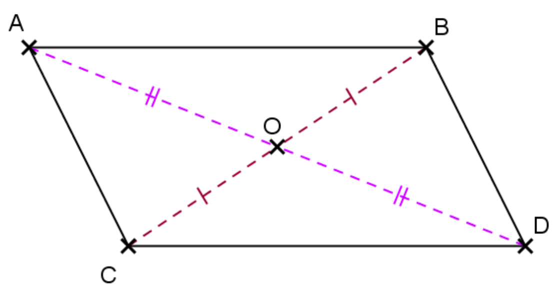
Parallelogramme erkennen

4 – EG – 5 – 4

Erinnere dich...

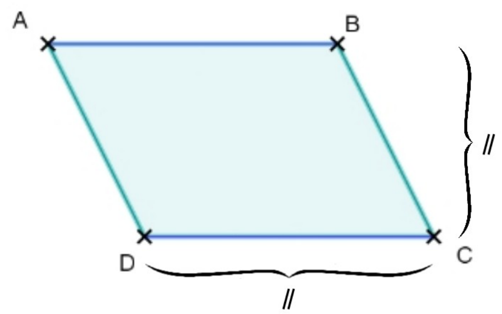
Wir verfügen über mehrere Eigenschaften, um zu bestimmen, ob ein Viereck ein Parallelogramm ist.

Beobachten der Diagonalen



Wenn bei einem Viereck sich die Diagonalen halbieren,
dann ist es ein Parallelogramm.

Beobachten der Seiten

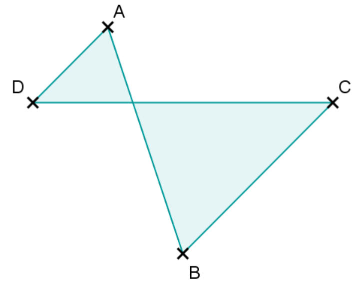


Wenn bei einem Viereck die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander sind,
dann ist es ein Parallelogramm.

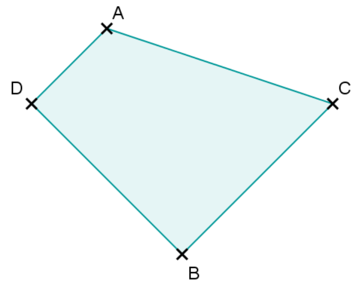
(das ist eine Folge der Definition eines Parallelogramms)

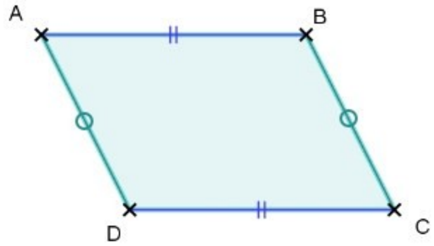
Merke :

ABCD ist ein überschlagenes Viereck :



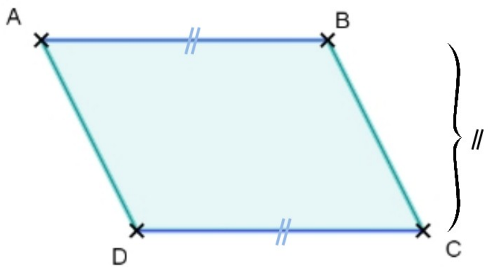
ACBD ist ein nicht überschlagenes Viereck :





Wenn bei einem nicht überschlagenen Viereck die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind,

dann ist es ein Parallelogramm.



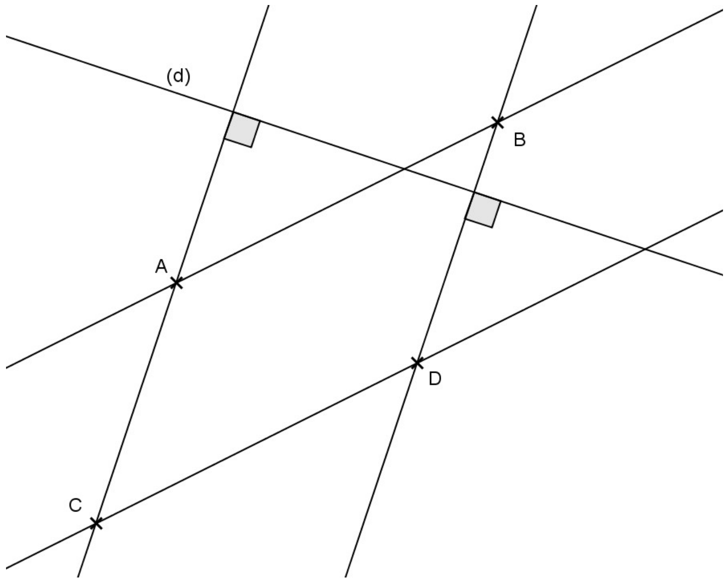
Wenn bei einem nicht überschlagenen Viereck zwei gegenüberliegende Seiten parallel zueinander und gleich lang sind,

dann ist es ein Parallelogramm.

Ein paar Übungen...

Übung 1

Die Geraden (AB) und (CD) sind parallel zueinander.

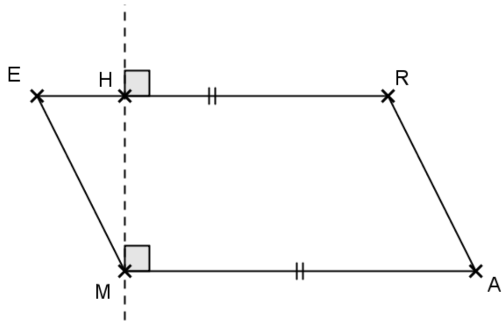


1. Warum sind die Geraden (AC) und (BD) auch parallel zueinander ?
2. Beweise, dass ABDC ein Parallelogramm ist.

Übung 2

1. Zeicne ein Dreieck MIS.
2. Zeichne A und E, Bildpunkte von I und M bei der Punktsymmetrie an S.
3. Was kann man über das Viereck MIEA behaupten ? Beweise es.

Übung 3



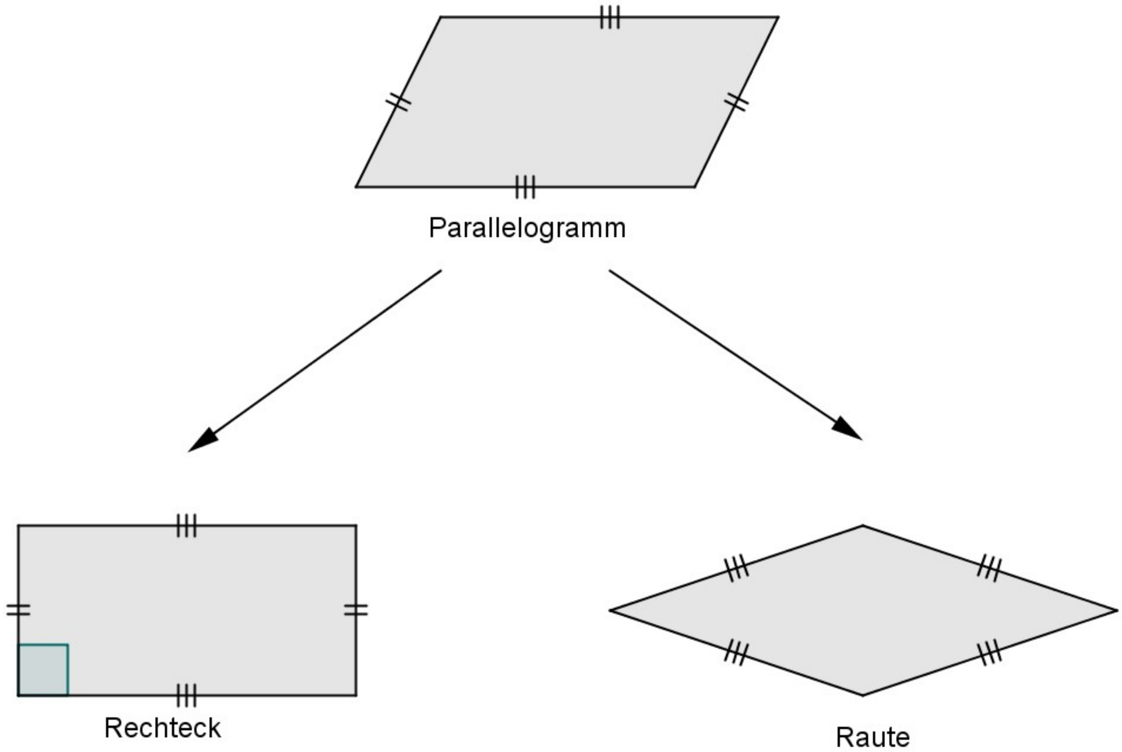
1. Beweise, dass (AM) und (RE) parallel zueinander sind.
2. Beweise, dass ERAM ein Parallelogramm ist.

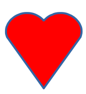
Besondere Parallelogramme erkennen

4 – EG – 5 – 5

Erinnere dich...

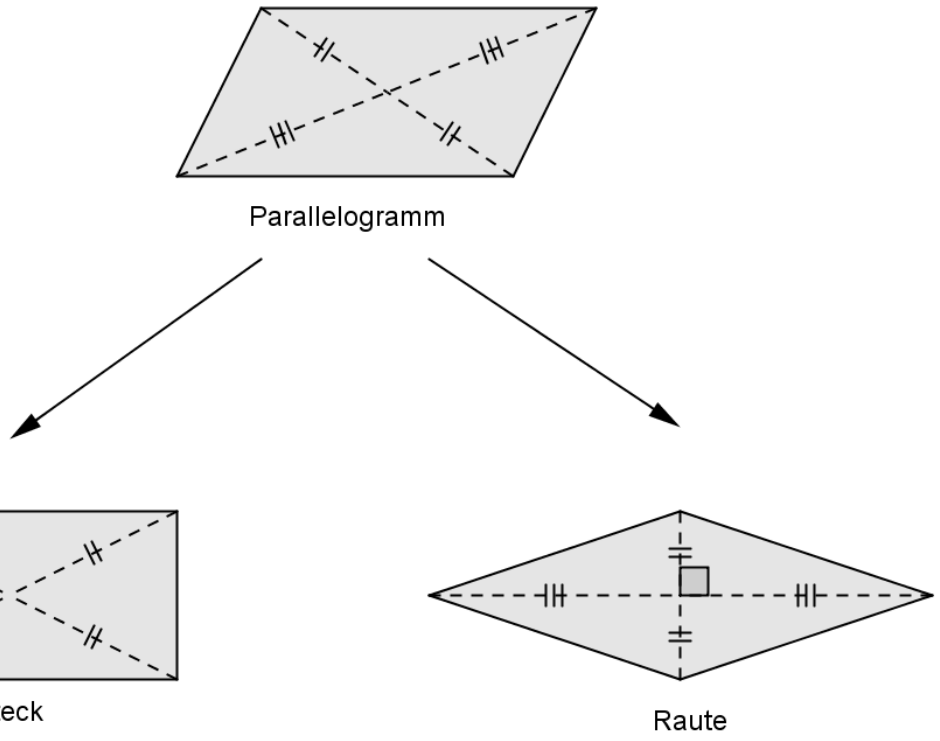
Beobachten der Seiten eines Parallelogramms



	Wenn bei einem Parallelogramm zwei aufeinander folgende Seiten rechtwinklig zueinander sind, dann ist es ein Rechteck.

Wenn bei einem Parallelogramm zwei aufeinander folgende Seiten gleich lang sind,
dann ist es eine Raute.

Beobachten der Diagonalen eines Parallelogramms



Wenn bei einem Parallelogramm die Diagonalen gleich lang sind,
dann ist es ein Rechteck

Wenn bei einem Parallelogramm die Diagonalen rechtwinklig zueinander sind,
dann ist es eine Raute

Merke :

Ein Viereck, das gleichzeitig ein Rechteck und eine Raute ist, ist ein Quadrat.

Ein paar Übungen...

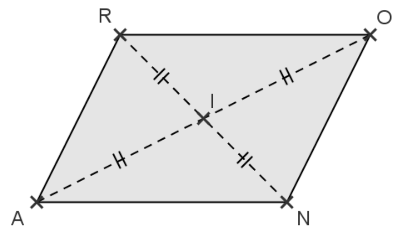
Übung 1
Zeichne ein Rechteck RECT mit Mittelpunkt O, sodass :RC = 6 cm und $\widehat{ROE} = 115°$.

Übung 2
Zeichne eine Raute LOSA, sodass :LS = 5 cm und AO = 3 cm.

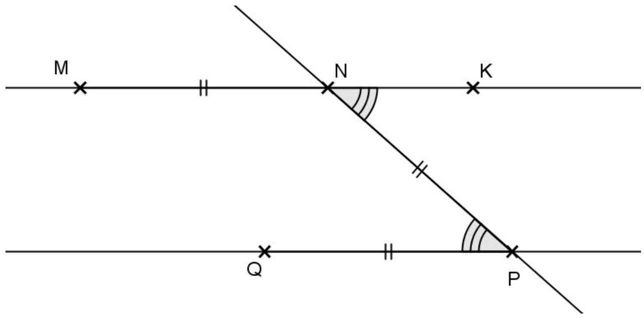
Übung 3
Zeichne ein Quadrat MNPO, sodass :MP = 4 cm.

Übung 4
Das Viereck ANJE ist ein Parallelogramm und es gilt : $\widehat{JEA} = 90°$.
Was kann man über ANJE behaupten ? Beweise es.

Übung 5
Die Diagonalen des Vierecks NORA schneiden sich in I.
Was kann man über NORA behaupten ? Beweise es.



Übung 6
1. Beweise, dass (MN) und (PQ) parallel zueinander sind.
2. Beweise, dass MNPQ ein Parallelogramm ist.
3. Beweise, dass MNPQ eine Raute ist.



Übung 7
Zeichne ein bei O rechtwinkliges Dreieck LOU.
Zeichne N und A, die Bildpunkte von L und U bei der Punktsymmetrie an O.
Beweise, dass LUNA eine Raute ist.

Übung 8
Zeichne um einen Punkt O einen Kreis mit dem Radius 4 cm.
Zeichne [AC] und [BD], zwei zueinander rechtwinklige Durchmesser des Kreises.
Beweise, dass ABCD ein Quadrat ist.

Die Gleichheit des Pythagoras

4 – EF – 5 – 6

Erinnere dich...

Der Satz des Pythagoras :

Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse gleich der Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten.

Die Gleichheit des Pythagoras :

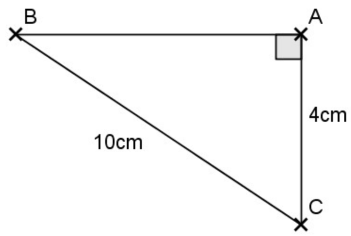
$$\text{Hypotenuse}^2 = \{\text{Kathete1}\}^2 + \{\text{Kathete2}\}^2$$

Merke :

- Mithilfe des Satzes des Pythagoras kann man zu zwei gegebenen Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks die dritte Seite berechnen.
- Mithilfe dieses Satzes kann man auch bestimmen, ob ein Dreieck rechtwinklig ist oder nicht.

Beispiel Nr.1 :

ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck in A und es gilt :AC = 4 cm und BC = 10 cm.
Rechne AB.



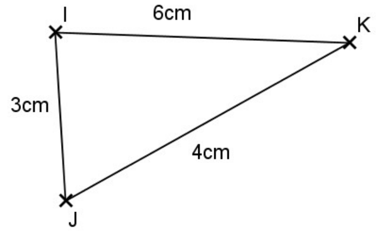
Das Dreieck ABC ist rechtwinklig in A, also ist [BC] seine Hypotenuse.

Die Gleichheit des Pythagoras ist also erfüllt :

$\text{Hypotenuse}^2 = \{\text{Kathete1}\}^2 + \{\text{Kathete2}\}^2$
$BC^2 = BA^2 + AC^2$
$10^2 = BA^2 + 4^2$
$100 = BA^2 + 16$
$BA^2 = 100 - 16$
$BA^2 = 84$
Mit dem Taschenrechner findet man einen Näherungswert :BA $\approx$ 9,2cm

Beispiel Nr.2 :

Ist IJK ein rechtwinkliges Dreieck ?



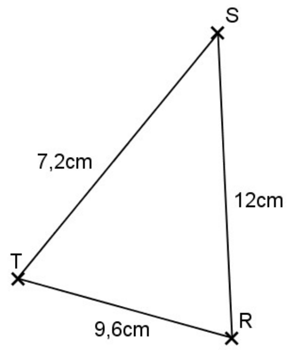
Im Dreieck IJK ist die längste Seite [IK].

- $IK^2 = 6^2 = 36$
- $IJ^2 + JK^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

Die Gleicheit des Pythagoras ist nicht erfüllt, also ist IJK kein rechtwinkliges Dreieck.

Beispiel Nr.3 :

Ist RST ein rechtwinkliges Dreieck ?



Im Dreieck RST ist die längste Seite [SR]

- $SR^2 = 12^2 = 144$
- $ST^2 + TR^2 = 7{,}2^2 + 9{,}6^2 = 51{,}84 + 92{,}16 = 144$

Die Gleicheit des Pythagoras ist erfüllt, daher ist RST ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse [RS] :
RST ist rechtwinklig in T

Wortschatz :

die Kathete :le côté de l'angle droit
die Gleichheit / die Gleicheit :l'égalité (les deux orthographes sont possibles)
die pythagoreischen Zahlen / das pythagoreische Zahlentripel :le triplet pythagoricien

Das Puzzle Pythagoras

1. Zeichne ein Dreieck PAL, das rechtwinklig in A ist, sodass :
AL = 6 cm, AP = 4,5 cm und PL = 7,5 cm.
Zeichne dann außerhalb des Dreiecks drei Quadrate PLUS, LAMI und PABO.

2. Zerlege das Quadrat LAMI in 4 Teile :
   - Zeichne die parallele Gerade zu (PL), die durch A geht.
   - Zeichne die rechtwinklige Gerade zu (PL), die durch M geht.

Schneide und male die 4 Teile des Quadrates LAMI und das Quadrat PABO aus.

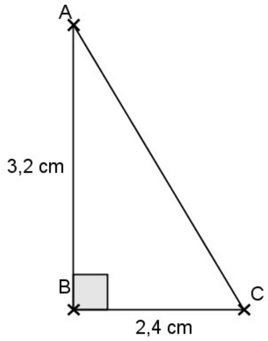
3. Erstelle dann mit den 5 farbigen Teilen das Quadrat PLUS. Was kannst du daraus über die Flächeninhalte der 3 Quadrate vermuten ? Überprüfe deine Vermutung durch Rechnen der Flächeninhalte.

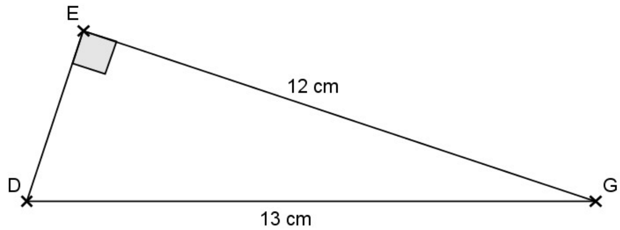
4. Wie lautet die Gleicheit generell wenn AL = a, AP = b und PL = c gilt ?
Diese Gleicheit heißt « die Gleicheit des Pythagoras »

Ein paar Übungen...

Übung 1

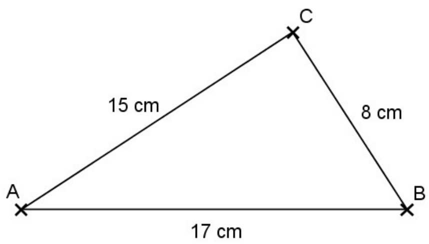
Berechne die fehlende Länge.

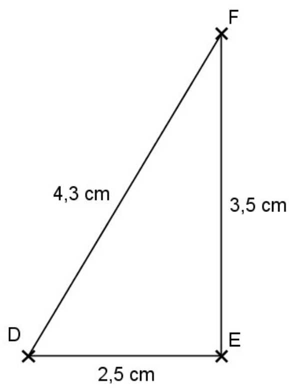




Übung 2

Sind die Dreiecke rechtwinklig ?

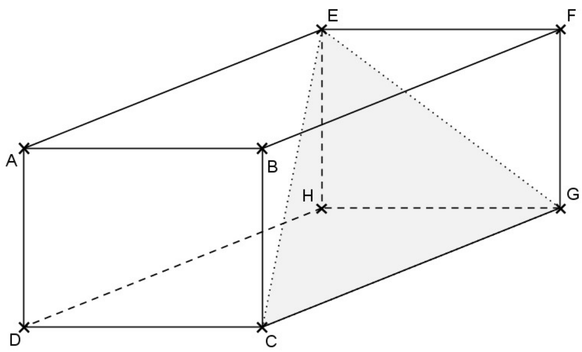




Übung 3

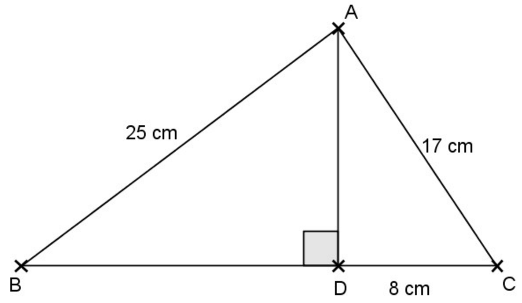
ABCDEFGH ist ein Quader.
Es gilt :AB = 4 cm, AD = 3 cm, AE = 6 cm.

1. Zeichne das Dreieck EFG in wahrer Größe und rechne dann EG.
2. Zeichne das Dreieck EGC in wahrer Größe und rechne dann EC.



Übung 4

Berechne den Flächeninhalt von ABC.



Übung 5

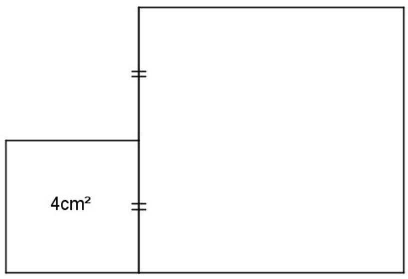
Zeichne ein Dreieck ABC, sodass :AB = 6 cm, BC = 2,5 cm und AC = 6,5 cm. Zeichne dann den Punkt D so ein, dass BD = 4,5 cm und AD = 7,5 cm. Wie viele Möglichkeiten gibt es ?

1. Beweise, dass die Punkte B, C und D auf einer Geraden liegen.
2. Berechne in jedem Fall den Flächeninhalt des Dreiecks ACD.

Zum Knobeln...

Übung 6

Konstruiere ein Quadrat, dessen Flächeninhalt gleich mit der Summe der Flächeninhalte der zwei hierneben abgebildeten Quadrate ist. Erkläre dein Verfahren.



Übung 7

Ein Seil ist 101 m lang und liegt am Boden, festgenagelt an zwei Zaunpfahlen, die 100 m voneinander entfernt stehen.

Tom steht in der Mitte zwischen den zwei Zaunpfahlen und hebt das Seil so hoch wie möglich.

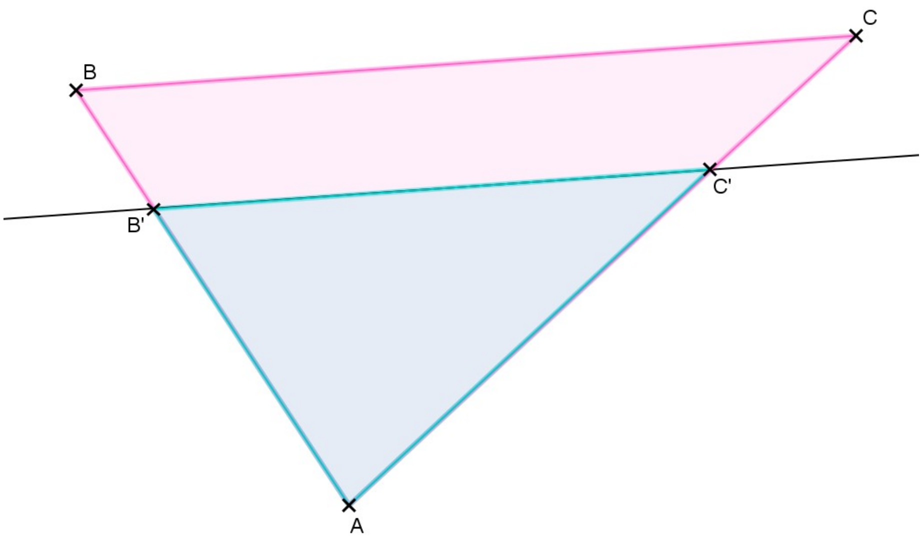
Kann er unter dem Seil stehen, ohne sich bücken zu müssen ?

Der Strahlensatz – Teil 1

4 – EG – 5 – 7

Erinnere dich...

Der Strahlensatz :



Wir interessieren uns für das Dreieck ABC, sodass : B' ϵ [AB] und C' ϵ [AC].
Wenn (B'C') // (BC),
dann gilt : $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$

Merke :

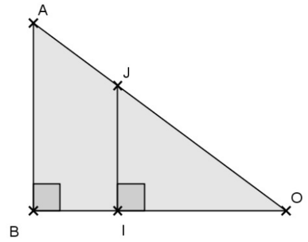
- $k=\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{AC}$ heißt, dass die Längen der Dreiecke ABC und AB'C' proportional zueinander sind.
- Das Dreieck AB'C' ist eine Verkleinerung des Dreiecks ABC :alle Längen des Dreiecks ABC werden mit dem Koeffizienten k multipliziert, und $k<1$

Anwendung
Der Strahlensatz basiert auf Vergleichbarkeit von Streckenlängen. Er findet bei Beweisen, Konstruktionen und Berechnungen Anwendung.

Beispiel Nr.1 :

AOB ist ein rechtwinkliges Dreieck in B
und IOJ ist ein rechtwinkliges Dreieck in I.
AB = 3 cm, BO = 4 cm und IJ = 2 cm

Wie lang sind [OI] und [OJ] ?



- Ich berechne OA :

Das Dreieck AOB ist rechtwinklig in A.
Die Gleichheit des Pythagoras ist also erfüllt :
Hypotenuse² = (Kathete 1)² + (Kathete 2)²
$AO^2 = OB^2 + BA^2$
$AO^2 = 4^2 + 3^2$
$AO^2 = 16 + 9$
$AO^2 = 25$
$AO = 5$

- Ich berechne OI und OJ :

Im Dreieck OAB gilt :

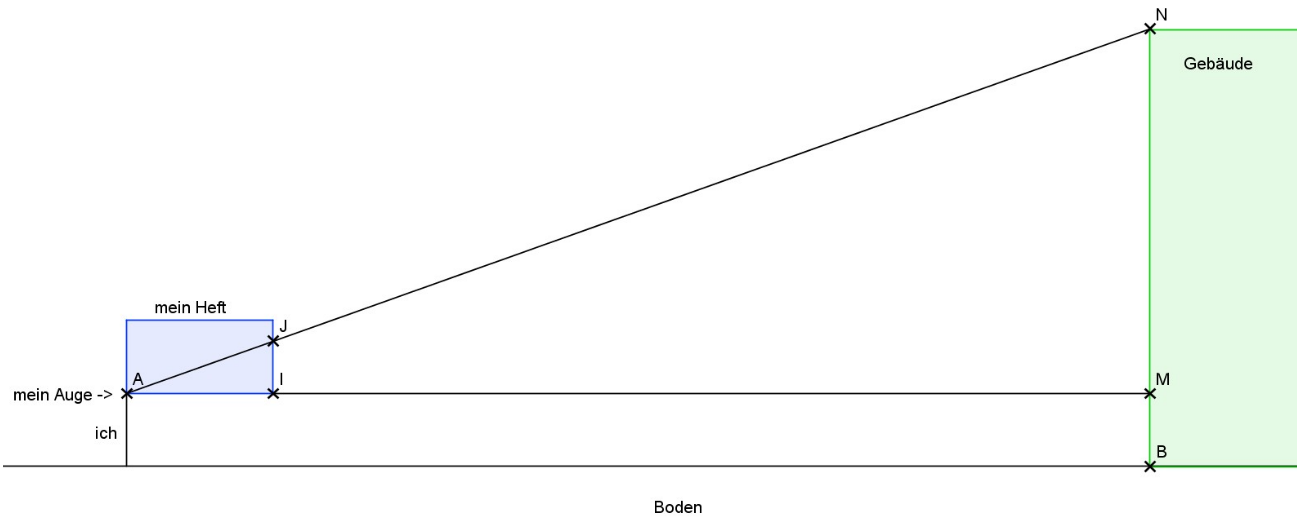
  - I ϵ [OA]
  - J ϵ [OB]
  - (IJ) // (AB), weil sie beide rechtwinklig zu (AO) sind

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{OI}{OB} = \frac{OJ}{OA} = \frac{IJ}{BA} \quad => \quad \frac{OI}{4} = \frac{OJ}{5} = \frac{2}{3}$$

daher folgt : $OI = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ cm und $OJ = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$ cm

Beispiel Nr.2 :



- Berechnen der Höhe unserer Schule :BM kenne ich :Wie groß bin ich ? Also suche ich MN.
- IJ kann ich auf meinem Heft abmessen
- AI kenne ich :Wie lang ist mein Heft ?
- AM kenne ich :Wie weit stehe ich vom Gebäude entfernt ?

Wortschatz :

Was in deutschen Büchern steht...

Erster Strahlensatz :« Werden Strahlen eines Büschels von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der Abschnitte auf einem Strahl zueinander wie die Längen der gleich liegenden Abschnitte auf einem anderen Strahl des Büschels »
Zweiter Strahlensatz :« Werden Strahlen eines Büschels von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Längen der zwischen denselben Strahlen liegenden Parallelenabschnitte zueinander wie die Längen der vom Scheitelpunkt aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte des Büschels »

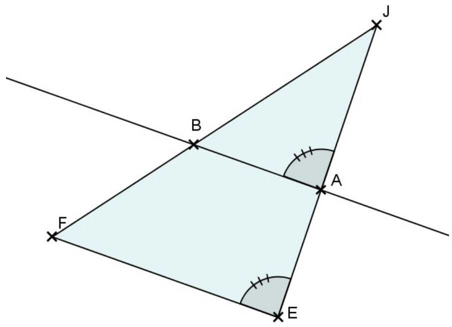
Ein paar Übungen...

Übung 1

Es gilt :

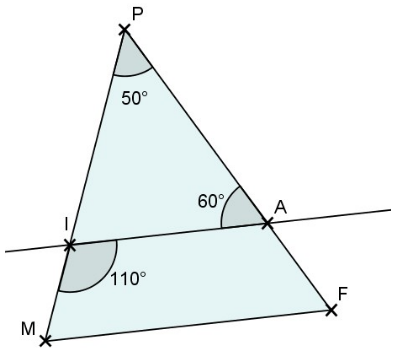
- J, B und F liegen auf einer Geraden
- J, A und E liegen auf einer Geraden
- EF = 6 cm ; JA = 7 cm ; JE = 9 cm ; JB = 8 cm

Berechne AB und JF. Gib den exakten Wert an.



On démontre que les droites (BA) et (FE) sont parallèles avant d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer AB et JF.

Übung 2



Es gilt :

- P, A und F liegen auf einer Geraden
- (AI) und (FM) sind parallel zueinander
- PA = 9 cm ; AF = 3 cm ; PI = 5 cm

Berechne MI.

On démontre que les points P, I et M sont alignés avant d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer PM puis IM.

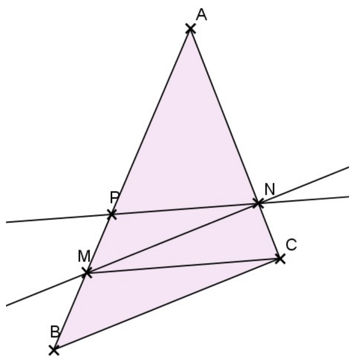
Übung 3

ABC ist ein Dreieck und M gehört zur Strecke [AB]

Für den Punkt N gilt : $N \in [AC]$ und $(MN) \parallel (BC)$

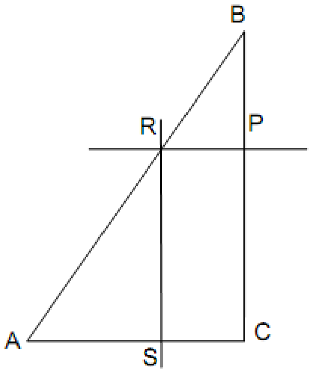
Für den Punkt P gilt : $P \in [AB]$ und $(PN) \parallel (MC)$

Vergleiche die Quotienten $\dfrac{AM}{AB}$ und $\dfrac{AP}{AM}$



On utilise le théorème de Thalès dans deux triangles différents pour conclure à une égalité de rapports

Übung 4



Gegeben ist ein Dreieck ABC : AB = 17,5 cm ; BC = 14 cm ; AC = 10,5 cm

Der Punkt P liegt auf der Strecke [BC], 5 cm vom Punkt B entfernt

- Die Parallele durch den Punkt P zur Geraden (AC) schneidet die Strecke [AB] in R.
- Die Parallele durch den Punkt R zur Geraden (BC) schneidet die Strecke [AC] in S.

Berechne den Flächeninhalt von PRSC.

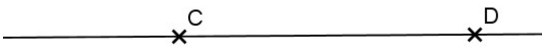
On utilise l'égalité de Pythagore pour démontrer que le triangle ABC est rectangle en C puis les propriétés des parallélogrammes pour démontrer que PRSC est un rectangle. Puis on calcule PR (et enfin l'aire de PRSC) grâce au théorème de Thalès.

Zum Knobeln...

Übung 5

1. Teile (ohne zu messen.) [AB] in fünf gleich lange Teilstrecken :

2. Zeichne auf der Geraden (CD) (und ohne zu messen.) den Punkt M so ein, dass : $\frac{MC}{MD} = \frac{4}{7}$



Der Strahlensatz – Teil 2

4 – EG – 5 – 8

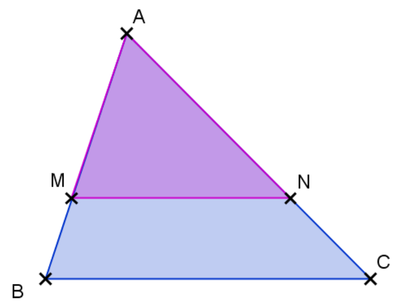
Erinnere dich...

Was wir schon wissen :

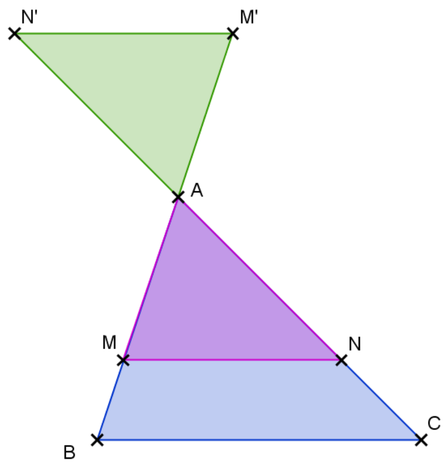
Wir interessieren uns für das Dreieck ABC.
Wenn :

- M ϵ [AB]
- N ϵ [AC].
- (MN) // (BC),

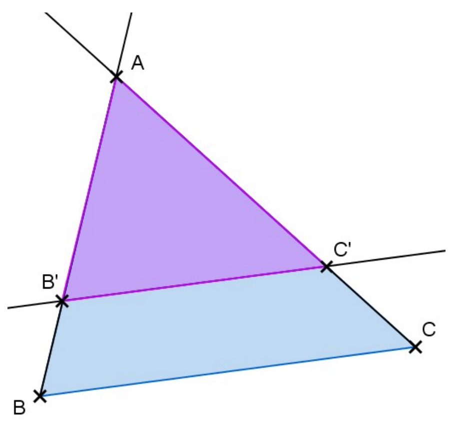
dann gilt : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

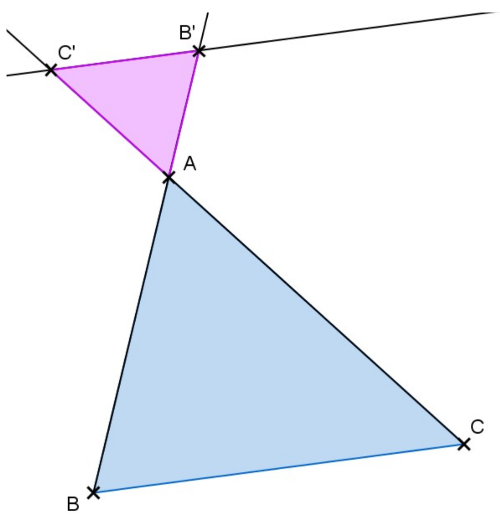


Was passiert jetzt, wenn wir M' und N', die Bildpunkte von M und N bei der Punktsymmetrie an A zeichnen ?



Jetzt können wir also folgendes behaupten :





Wir interessieren uns für das Dreieck ABC.
Wenn :

- B' ϵ (AB)
- C' ϵ (AC).
- (B'C') // (BC),

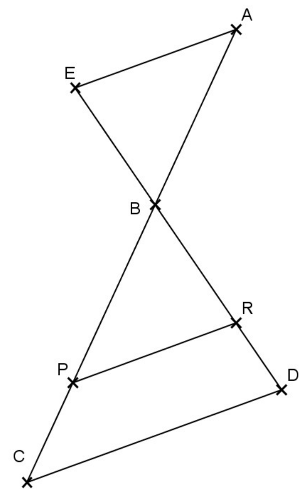
dann gilt : $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$

Merke :

$$k=\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$$

heißt, dass die Längen der Dreiecke ABC und AB'C' proportional zueinander sind.

Beispiel :



Die Geraden (EA), (PR) und (CD) sind parallel zueinander.
Es gilt :
EB = 2 cm, BD = 5 cm, PR = 4 cm und CD = 6 cm.

Berechne BR und EA. Gib den exakten Wert an.

Lösung :

Im Dreieck BCD gilt :

- *P ϵ (BC)*
- *R ϵ (BD)*
- *(PR) // (CD)*

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{BP}{BC}=\frac{BR}{BD}=\frac{PR}{CD}$$

$$\frac{BP}{BC}=\frac{BR}{5}=\frac{4}{6}$$

$$BR=\frac{5\times4}{6}$$

$$BR=\frac{10}{3}\,cm$$

Im Dreieck BCD gilt :

- *A ϵ (BC)*
- *E ϵ (BD)*
- *(AE) // (CD)*

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{BE}{BD}=\frac{BA}{BC}=\frac{EA}{DC}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{BA}{BC}=\frac{EA}{6}$$

$$EA=\frac{6\times2}{5}$$

$$EA=2{,}4\,cm$$

Ein paar Übungen...

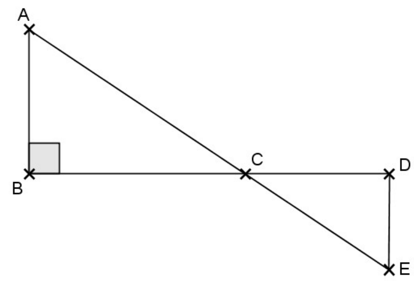
Übung 1

1. Zeichne einen Kreis ($\mathcal{C}$) um einen Punkt O mit dem Durchmesser [AB] (es soll gelten :AB=6 cm).
2. M liegt so auf dem Kreis, dass BM = 3,6 cm. Berechne AM (Runde auf Zehntel).
3. P liegt auf der Strecke [AB], sodass PA = 4,5 cm. Zeichne die Parallele zu (MB) durch den Punkt P. Sie schneidet [AM] in R. Berechne AR und RP.

Übung 2

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig in B.
C ϵ [BD] und C ϵ [AE].
BC = 12 cm ; CD = 9,6 cm; DE = 4 cm; CE = 10,4 cm.

1. Beweise, dass das Dreieck CDE rechtwinklig in D ist. Was kannst du daraus über die Geraden (AB) und (DE) schließen ? Begründe !
2. Berechne AB.



Übung 3

1. Zeichne einen Kreis ($\mathcal{C}$) mit dem Mittelpunkt O und mit dem Durchmesser [AB] (AB=10 cm). M liegt auf [OB] so dass OM = 3 cm . Zeichne die Senkrechte zu der Geraden (AB) durch den Punkt M. Sie schneidet den Kreis ($\mathcal{C}$) in E.
2. Berechne ME. Begründe deine Antwort.
3. Zeichne die Tangente an den Kreis ($\mathcal{C}$) in dem Punkt A:sie schneidet (OE) in F.
   a) Beweise, dass die Geraden (AF) und (ME) parallel zueinander sind.
   b) Berechne den Umfang des Dreiecks AOF.

Übung 4

ABC ist ein Dreieck, sodass AB = 4,2 cm; AC = 5,6 cm und BC = 7 cm.
Außerdem gilt :

- M liegt auf der Strecke [BC] (M ¿ B und M ¿ C)
- Die Senkrechte zu der Geraden (AB) durch den Punkt M schneidet [AB] in H
- Die Senkrechte zu der Geraden (AC) durch den Punkt M schneidet [AC] in K

1. Beweise, dass ABC rechtwinklig in A ist.
2. Beweise, dass die Geraden (HM) und (AK) parallel zueinander sind.

Teil 1 :

In diesem Teil gilt :BM = 1,4 cm.

3. Berechne BH und HM, und schließe daraus AH.
4. Berechne den Umfang des Rechtecks AHMK.

Teil 2 :

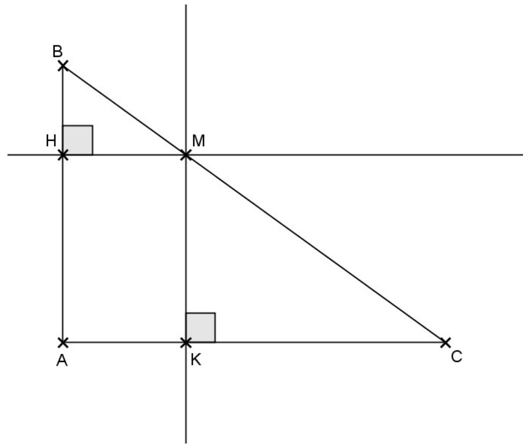
In diesem Teil gilt BM= x cm (0< x < 7).

5. Beweise, dass HM=0,8 x und dass BH=0,6 x . Schließe daraus, dass AH = 4,2 – 0,6 x .
6. Bestimme den Umfang des Rechtecks AHMK in Bezug auf x .
7. Berechne den Wert von x so, dass HM = AH.
8. Ist in diesem Fall AHMK ein besonderes Rechteck ? Berechne seinen Umfang.

Verbesserung der Übung 4

1. Bei dem Dreieck ABC ist die längste Seite [BC].
Außerdem gilt :
   - $BC^2 = 7^2 = 49$
   - $AB^2 + AC^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$

Die Gleichheit des Pythagoras ist erfüllt, daher ist das Dreieck ABC rechtwinklig in A



2. (HM) und (KA) sind beide rechtwinklig zu (AB), daher sind sie parallel zueinander

Teil 1 : BM = 1,4 cm

3. Für die Dreiecke BAC und BHM gilt :
   - H ϵ (BA)
   - M ϵ (BC)
   - (HM) // (AC)

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{BH}{4,2}=\frac{1,4}{7}=\frac{HM}{5,6}$$

$$BH=\frac{1,4\times4,2}{7}=0,84\,cm$$

$$HM=\frac{1,4\times5,6}{7}=1,12\,cm$$

4. $U=AH\times2+HM\times2=(4,2-0,84)\times2+1,12\times2=6,72+2,24=8,96\,cm$

Teil 2 :BM = x cm

5. Für die Dreiecke BAC und BHM gilt :
   - H ϵ (BA)
   - M ϵ (BC)
   - (HM) // (AC)

Nach dem Strahlensatz gilt also :

$$\frac{BH}{BA}=\frac{BM}{BC}=\frac{HM}{AC}$$

$$\frac{BH}{4,2}=\frac{x}{7}=\frac{HM}{5,6}$$

$$BH=\frac{x\times4,2}{7}=x\times\frac{4,2}{7}=x\times0,6=0,6\,x$$

$$HM=\frac{x\times5,6}{7}=x\times\frac{5,6}{7}=0,8\,x$$

$$AH=AB-BH=4,2-0,6\,x$$

6. $U(x) = AH\times2+HM\times2 = (4,2-0,6\,x)\times2+0,8\,x\times2 = 8,4-1,2\,x+1,6\,x = 8,4+0,4\,x$

7. $HM=AH$
$0,8\,x=4,2-0,6\,x$

$0,8\,x+0,6\,x=4,2$
$1,4\,x=4,2$

$x=\frac{4,2}{1,4}$
$x=3$

8. Wenn x =3, dann ist AHMK ein Quadrat mit der Seitenlänge 0,8 cm × 3 = 2,4 cm und sein Umfang beträgt :2,4 cm × 4 = 9,6 cm oder $U(3) = 8,4+0,4\times3 = 8,4+1,2 = 9,6$ cm

Der Strahlensatz
und seine Umkehrung

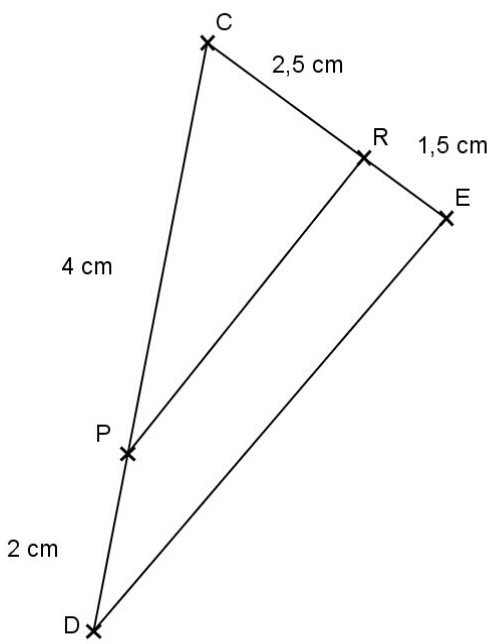
4 – EG – 5 – 9

Beweisen, dass zwei Geraden parallel – oder nicht parallel – zueinander sind…

Erinnere dich…

1. Beispiel

Können die Geraden (PR) und (DE) parallel zueinander sein ?



- *Ich vergleiche :*

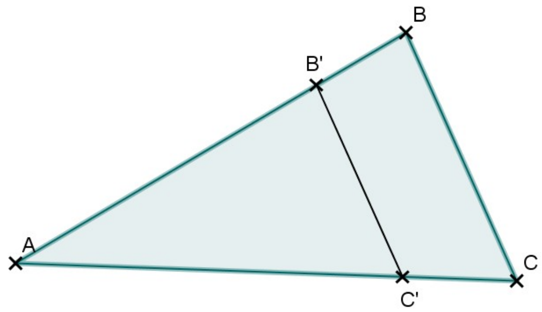
$\frac{CP}{CD} = \frac{4}{6}$ *und* $\frac{CR}{CE} = \frac{2,5}{4}$

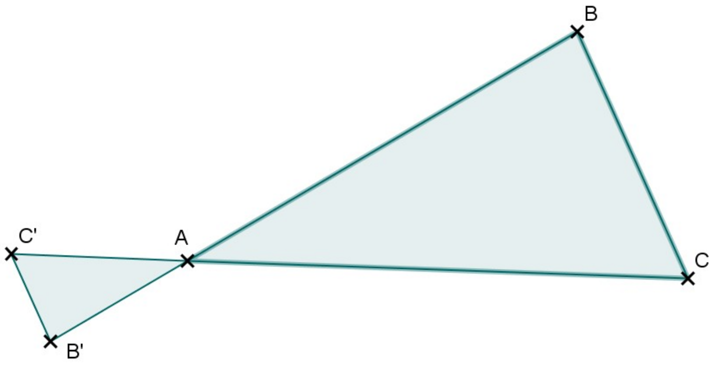
$4 \times 4 = 16$ und $6 \times 2,5 = 15$

also sind die beiden Quotienten nicht gleich :
$\frac{CP}{CD} \neq \frac{CR}{CE}$

- *Nach dem Strahlensatz können die Geraden (PR) und (DE) also **nicht** parallel zueinander sein.*

2. Die Umkehrung des Strahlensatzes





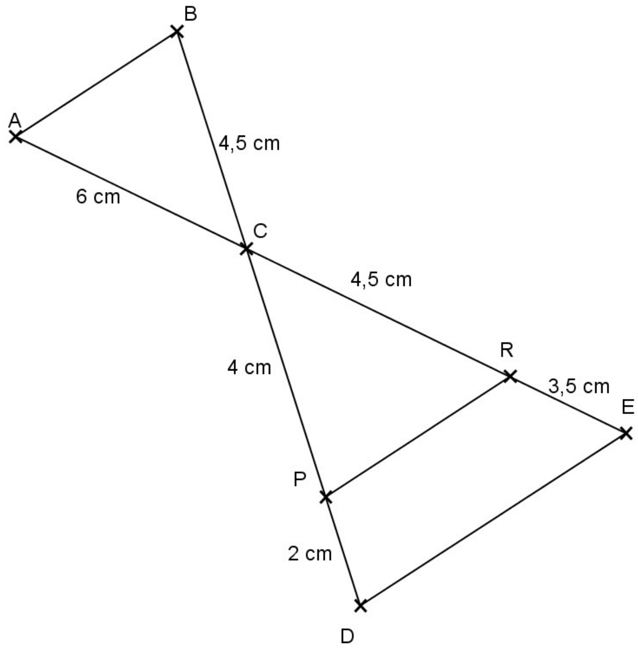
Wir interessieren uns für ein Dreieck ABC.

- Wenn $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}$
- und wenn die Punkte A, B und C einerseits und die Punkte A, B', C' anderseits auf einer Geraden in der gleichen Reihenfolge liegen,

dann gilt :(BC) // (B'C')

3. Beispiel

Sind (AB) und (DE) parallel zueinander ?



- *Ich vergleiche :*

$\frac{CA}{CE}=\frac{6}{8}$ und $\frac{CB}{CD}=\frac{4,5}{6}$

$6 \times 6 = 36$ und $8 \times 4,5 = 36$

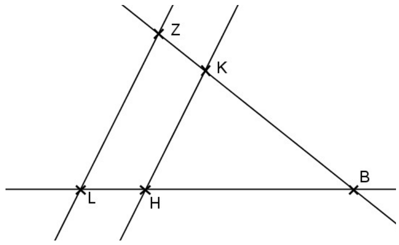
also gilt : $\frac{CA}{CE}=\frac{CB}{CD}$

- Die Punkte C, B, D einerseits und die Punkte C, A, E anderseits liegen auf einer Geraden in der gleichen Reihenfolge.

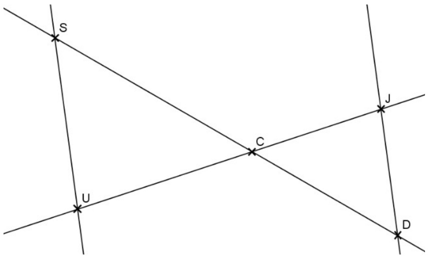
- Nach der Umkehrung des Strahlensatzes gilt also :(AB) // (DE).

Ein paar Übungen...

Übung 1



1. Sind die Geraden (LZ) und (HK) parallel zueinander ?
   Es gilt :BH = 4, BL = 6, BK = 3 und BZ = 4,5.
2. Sind die Geraden (LZ) und (HK) parallel zueinander ?
   Es gilt :BL = 7, BH = 5, BK = 3 und BZ = 4.



3. Sind die Geraden (SU) und (DJ) parallel zueinander ?
   Es gilt :CU =5, CJ = 4, CS = 7 und CD = 6.
4. Sind die Geraden (SU) und (DJ) parallel zueinander ?
   Es gilt :CU =5, CJ = 4, CS = 7,5 und CD = 6.

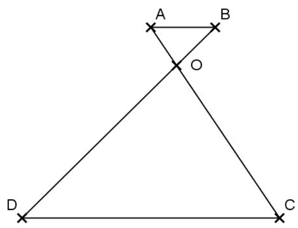
Übung 2

Zeichne eine Strecke [BC], sodass :BC = 8 cm. Zeichne den Kreis mit Durchmesser [BC]. Der Punkt A liegt auf dem Kreis, sodass :BA = 4 cm.

1. Beweise, dass ABC ein rechtwinkliges Dreieck in A ist.
2. Der Punkt E liegt auf [BA), sodass :BE = 5,5 cm und der Punkt F liegt auf [BC), sodass :BF = 11 cm. Sind die Geraden (EF) und (AC) parallel zueinander ?
3. Berechne dann die Länge EF.

Übung 3

1. Zeichne ein Parallelogramm ABCD, sodass :AB = 6 cm, BC = 9 cm und AC = 12 cm. Zeichne dann auf [AB] den Punkt E so ein, dass :AE = 4 cm. Die Parallele zu (BC) durch E schneidet (AC) in F. Wie lang ist [AF] ?
2. Zeichne auf [AD] den Punkt G so ein, dass :AG = 5,8 cm. Sind die Geraden (GF) und (DC) parallel zueinander ?

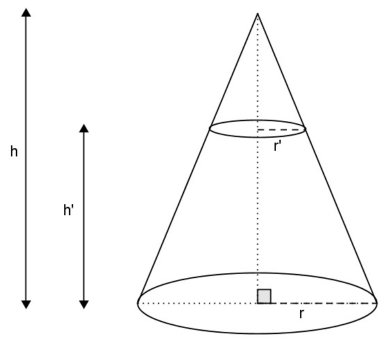


Übung 4

Es gilt :OA = 3cm ; OB = 2,4 cm ; OC = 5 cm und OD = 4 cm.
Die Geraden (AC) und (BD) schneiden sich in O.

1. Sind die Strecken [AB] und [CD] parallel zueinander ?
2. CD ist 4 cm länger als AB. Berechne AB und CD.

Übung 5



Gegeben ist ein Kegel mit dem Grundradius r =7,5 cm und der Höhe h = 18 cm.
Dieser Kegel wird durch eine zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten.
In welcher Höhe h' (von der Grundfläche abgemessen) muss dieser Kegel abgeschnitten werden, damit der Radius der Schnittfläche 3 cm beträgt ?

Zum Knobeln...

Übung 6

1. Teile (ohne zu messen.) [AB] in fünf gleich lange Teilstrecken :

2. Zeichne auf [CD] (und ohne zu messen.) den Punkt M so ein, dass : $\frac{MC}{MD}=\frac{3}{5}$