Dreiecke

5ème

À propos de ce document

Cette ressource a été rédigée dans l'esprit d'un „kit de survie“ à l'attention des professeurs de Mathématiques débutant leur enseignement au collège en voie bilingue.
Pour une thématique et un niveau donné, elle rappelle le vocabulaire spécifique, propose un point de cours et des automatismes, exercices d'application et problèmes, en lien avec les nouveaux programmes.

Le vocabulaire employé s'appuie sur celui recommandé dans le Vadémécum pour l'enseignement des Mathématiques en voie bilingue au cycle 4, dans lequel vous retrouverez le lexique mathématique complet.

Le présent document n'a pas vocation à être une ressource de référence : chaque enseignant est libre de l'utiliser, de s'en inspirer ou non, selon ses besoins.

Travail élaboré dans le cadre du groupe de travail Maths Bilingue,
animé par Mme Metzmeyer,
sous la tutelle de M. Chevrier, IA-IPR de Mathématiques.

Dimitri BREINER et Raphaël MUNTZER

Programme officiel (2026-2028)

Automatismes

− Reconnaitre un triangle isocèle, équilatéral ou rectangle à partir d'un schéma codé.
− Connaitre la somme des angles d'un triangle, calculer le 3e angle d'un triangle connaissant les mesures des deux autres.
− Connaitre la notion de médiatrice, de cercle circonscrit.

Objectifs d'apprentissage

Connaitre la somme des angles d'un triangle et savoir la démontrer.
Construire des triangles à partir de données partielles.
Connaitre les propriétés des médiatrices et du cercle circonscrit dans le cas de triangles particuliers.
Calculer l'aire d'un triangle.
Définir et tracer les hauteurs dans un triangle.
Savoir que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
Définir et tracer les médianes dans un triangle.
Démontrer qu'une médiane partage un triangle en deux triangles d'aires égales.
Utiliser ces propriétés dans le cas de triangles particuliers.

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

− Droite d'Euler, cercle des neufs points.
− En suivant un programme de construction donné, l'élève construit, à la règle et au compas, un pentagone régulier.
− Construction d'ogives en lien avec l'art gothique.
− Construction de rosaces trilobées, du triangle de Reuleaux.
− Différents instruments de mesure.

Lien vers le programme de Mathématiques au cycle 4 (page 26).

Wortschatz

das Dreieck (-e): le triangle
kennzeichnen: coder
das gleichschenklige Dreieck: le triangle isocèle
das rechtwinklige Dreieck: le triangle rectangle
das gleichseitige Dreieck: le triangle équilatéral
der Winkelsummensatz: la propriété de la somme des angles d'un triangle
die Dreiecksungleichung (-en): l'inégalité triangulaire
die Mittelsenkrechte (-n): la médiatrice
der Umkreis (-e): le cercle circonscrit
die Höhe (-n): la hauteur
der Höhenschnittpunkt: l'orthocentre
die Seitenhalbierende (-n): la médiane
der Schwerpunkt: le centre de gravité
der Flächeninhalt (-e): l'aire
deckungsgleich: superposable

Lektion

1. Winkelsummensatz

Einstieg

Zeichne ein Dreieck und kennzeichne die drei Winkel mit drei verschiedenen Farben. Schneide das Dreieck aus und zerschneide es so in drei Teile, dass auf jedem Teil ein Winkel liegt . Klebe auf dein Blatt die drei Teile des Dreiecks, Ecke auf Ecke und Seite gegen Seite.
Was kannst du vermuten ?

Eigenschaft

In jedem Dreieck beträgt die Winkelsumme 180°.

Anmerkung

Diese Eigenschaft heißt Winkelsummensatz.

Beispiel

In einem Dreieck EAU messen die Winkel Ê = 54° und Â = 73°.

Berechne mit Hilfe des Winkelsummensatzes das Maß des Winkels Û.

Eigenschaft
In einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel gleich groß.

Eigenschaft
In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Basiswinkel gleich groß.

Eigenschaft
In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der spitzen Winkel gleich 90°.

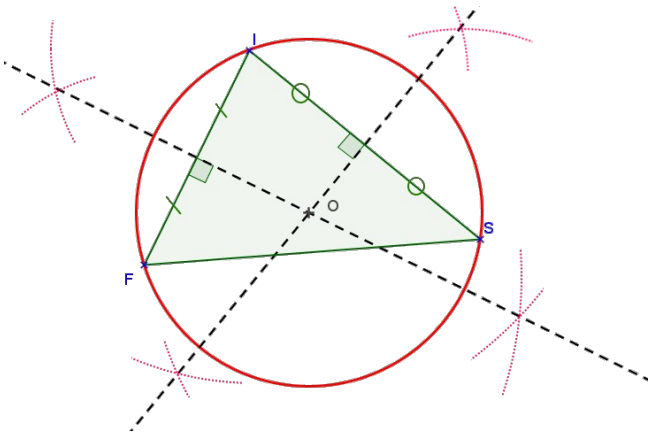
2. Mittelsenkrechte und Umkreis

Definition
Die Mittelsenkrechte einer Strecke ist die Gerade, die durch die Mitte dieser Strecke läuft und zu ihr senkrecht steht.

Einstieg
Zeichne die Mittelsenkrechten jeder Seite eines Dreiecks.

Eigenschaft
Die drei Mittelsenkrechten eines Dreiecks laufen zusammen durch den selben Punkt. Dieser Schnittpunkt ist das Zentrum des Umkreises von diesem Dreieck.

Beispiel

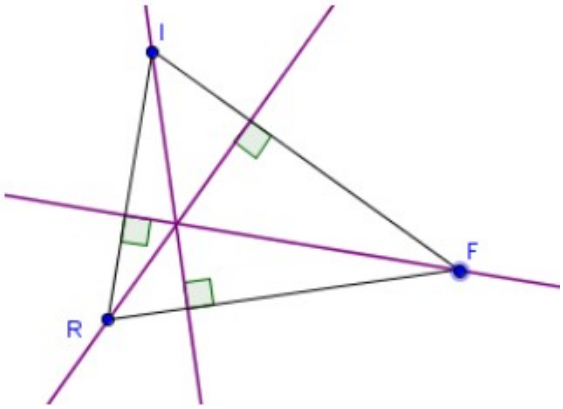


3. Höhe und Flächeninhalt

Definition
In einem Dreieck sind die Höhen, die Geraden die senkrecht zu einer Seite stehen und durch die gegenüberliegende Spitze laufen.

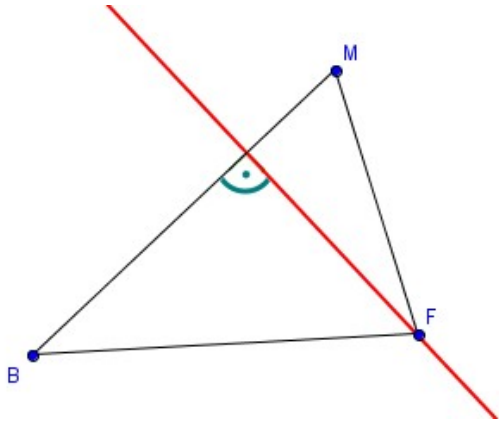
Eigenschaft
die drei Höhen eines Dreiecks laufen zusammen durch den selben Punkt.

Beispiel



Und im Gymnasium?

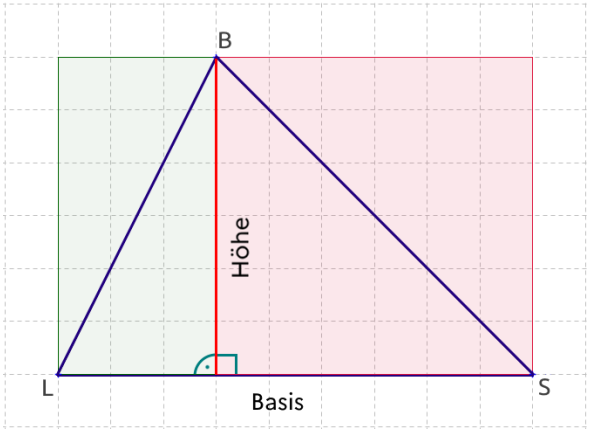
In Deutschland wird der rechte Winkel mit einem Bogen und einem Punkt gekennzeichnet.



Eigenschaft
Der Flächeninhalt eines Dreiecks wird durch folgende Formel berechnet:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{\text{Höhe} \times \text{Basis}}{2}$$

Beispiel



4. Seitenhalbierende

Definition

In einem Dreieck sind die Seitenhalbierende, die Geraden die durch den Mittelpunkt einer Seite und durch die gegenüberliegenden Spitzen laufen.

Eigenschaft

Die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks laufen zusammen durch den selben Punkt.

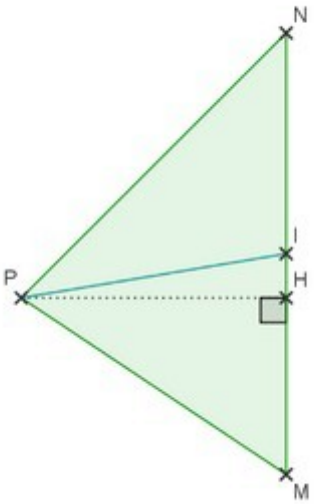
Definition

Der Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden ist der Schwerpunkt des Dreiecks.

Öffnung

Für das Dreieck MNP gilt: MN = 6 cm und PH = 4 cm.
I ist der Mittelpunkt der Seite [MN]. (PI) ist die Seitenhalbierende, die durch P läuft.

1. Berechne den Flächeninhalt von MNP.
2. Berechne den Flächeninhalt von MIP.
3. Berechne den Flächeninhalt von NIP.
4. Was fällt dir auf ? Wie kann man das erklären ?

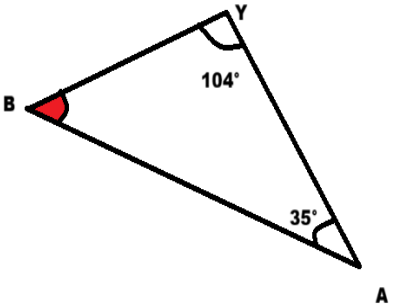


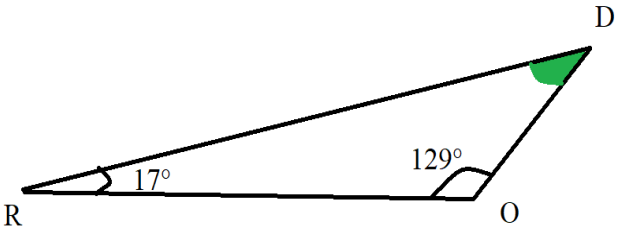
Übungen

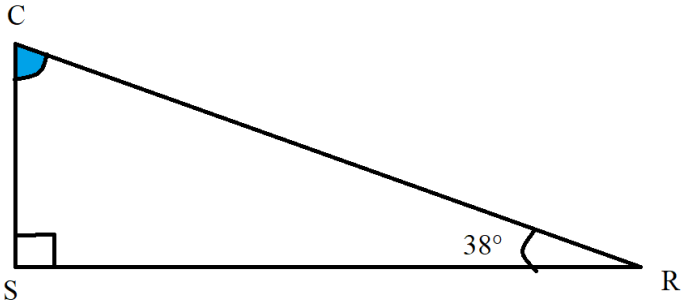
Automatismen

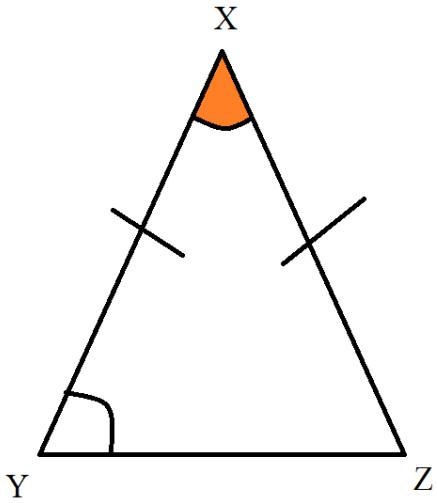
Übung 1

Berechne jeweils das fehlende Winkelmaß.









Übung 2

Bestimme jeweils die Dreiecksart. *Begründe deine Antwort*.

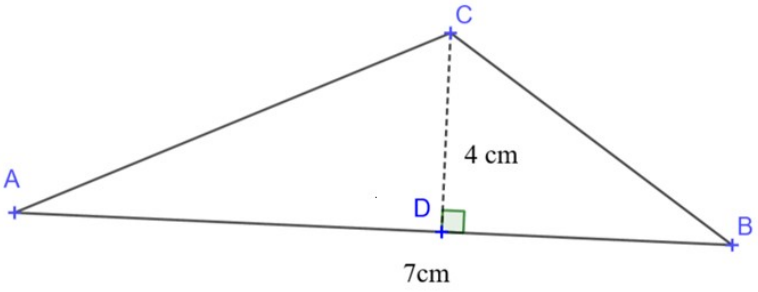
a) $\widehat{BAC} = 289^\circ$ und $\widehat{ABC} = 124^\circ$.

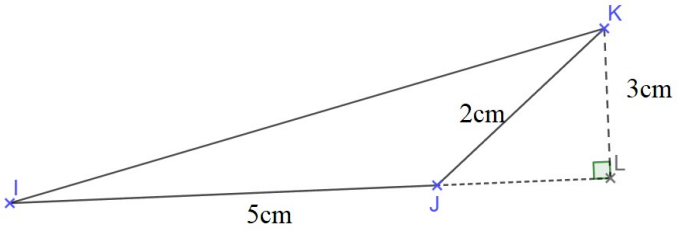
b) $\widehat{BAC} = 37^\circ$ und $\widehat{ABC} = 23^\circ$.

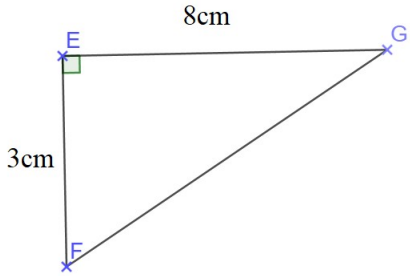
c) $\widehat{ACB} = 60^\circ$ und BA = BC.

Übung 3

Berechne den Flächeninhalt der folgenden Dreiecke.



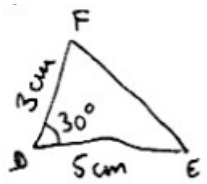


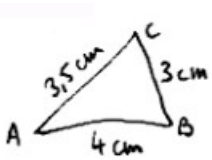


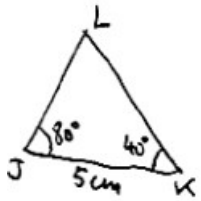
Übung 4

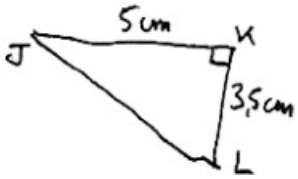
(d'après le site Maths et Tiques)

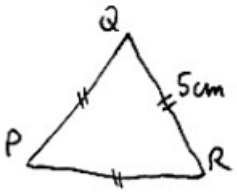
Zeichne die folgenden Dreiecke in wahrer Größe.

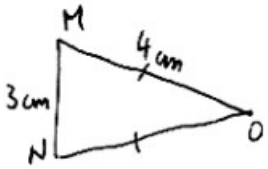








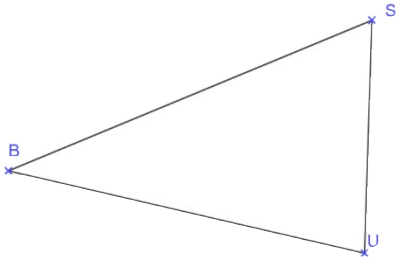




Übung 5

Konstruiere die folgenden Dreiecke in wahrer Größe. Du musst vorher einige Größen berechnen.

a) Das Dreieck EFG ist so, dass EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG} = 49^\circ$ und $\widehat{EGF} = 72^\circ$.
b) Das Dreieck PLM ist gleichseitig mit einem Umfang von 15 cm.
c) Das Dreieck RST ist gleichschenklig bei S mit Umfang 13 cm und ST = 4 cm.
d) Das Dreieck AYB ist gleichschenklig und rechtwinklig bei Y, und BA = 7 cm.
e) Das Dreieck OCI ist gleichschenklig bei I so, dass CO = 4,5 cm und $\widehat{CIO} = 30^\circ$.

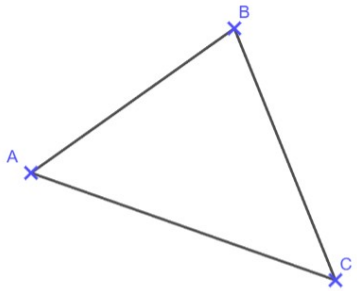


Übung 6

a) Zeichne ein beliebiges Dreieck BUS.
b) Zeichne die drei Mittelsenkrechten dieses Dreiecks.
c) Zeichne den Umkreis dieses Dreiecks.

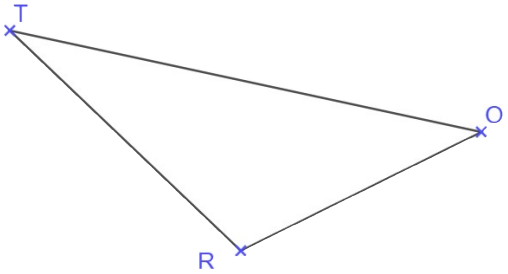
Übung 7

a) Zeichne ein beliebiges Dreieck ABC.
b) Zeichne die drei Höhen dieses Dreiecks. Was bemerkst du?



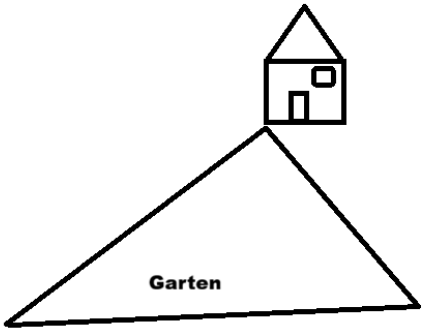
Übung 8

a) Zeichne ein beliebiges Dreieck TOR.
b) Zeichne die drei Seitenhalbierenden dieses Dreiecks.



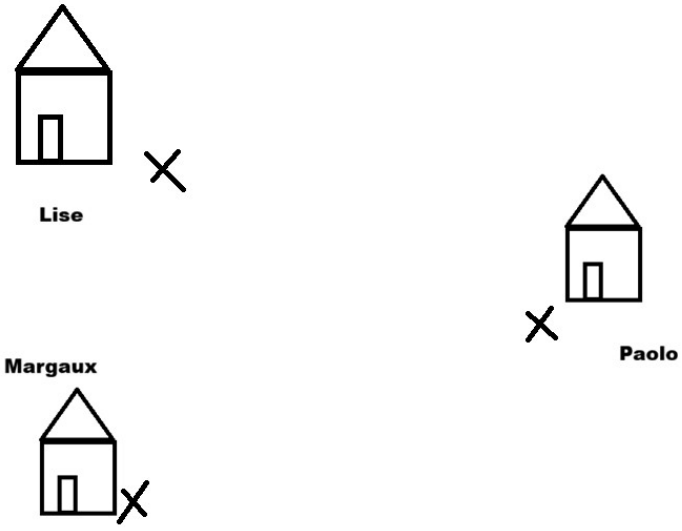
Übung 9

Gabriel möchte einen Zaun bauen, um den Garten seiner Großmutter mit seiner Schwester Sofia zu teilen. Wo muss er diesen Zaun aufstellen, damit beide Teile den gleichen Flächeninhalt haben?



Übung 10

Lise, Paolo und Margaux wohnen in drei verschiedenen Dörfern. Die Mutter von Lise hat einen Schatz versteckt. Dieser liegt den drei Wohnungen gleichweit entfernt. Wo liegt der Schatz?



Sachaufgaben / MoG Übungen

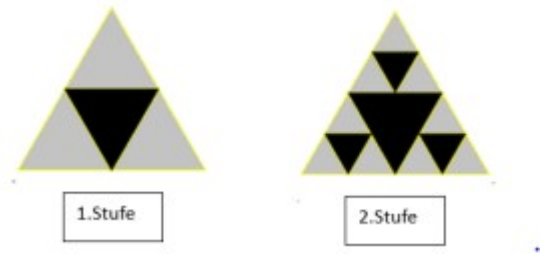
Na A.L.S.o! Es geht weiter! (MoG Hauptwettbewerb 2026)

Gegeben ist das gleichseitige, grau gefärbte Dreieck ALS sowie ein Programm zum Konstruieren:

Für jedes graue Dreieck gilt:

- Markiere jeweils die Seitenmitten, sie sind Eckpunkte eines Dreiecks;
- Färbe dieses Dreieck schwarz.

Zelda hat das Programm schon zweimal angewendet.



Wie viele schwarze Dreiecke erhält man in der 4. Stufe?
Begründe deine Antwort.

Zum Knobeln

Übung 11

Zeichne :

- ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 5cm.
- ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt A, der durch B und C verläuft.
- ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt B, der durch A und B verläuft.
- ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt C, der durch A und B verläuft.

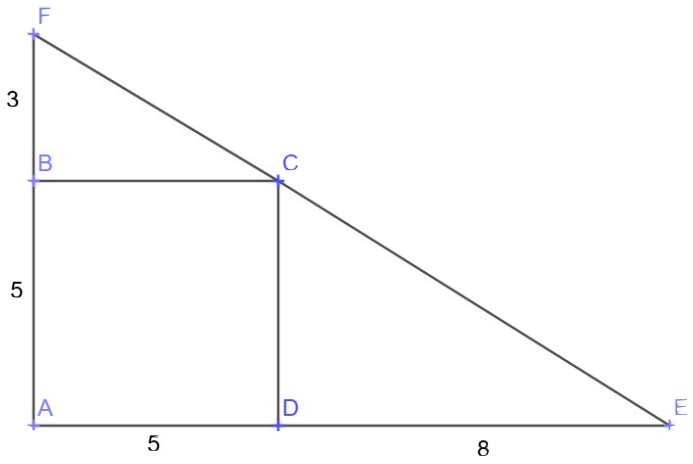
Du hast ein sogenannten „Dreieck von Reuleaux“ gezeichnet. Berechne ein Näherungswert von seinem Flächeninhalt.

Übung 12

ABCD ist ein Quadrat. BCF und DEC sind jeweils rechtwinklige Dreiecke.

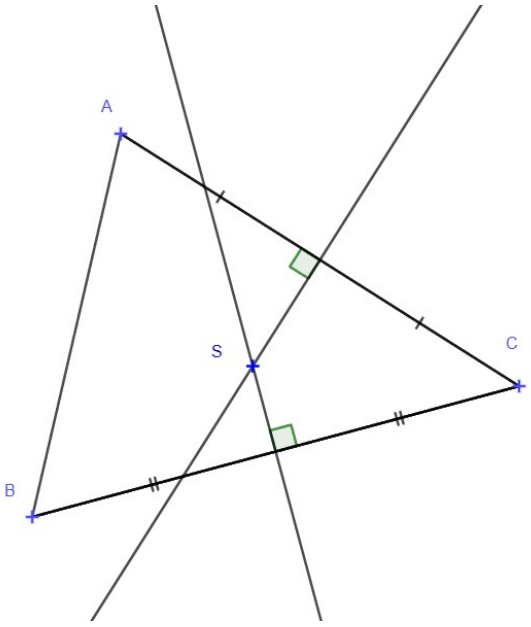
Liegen die Punkte F, C und E auf derselben Geraden?
Begründe deine Antwort.

Hinweis: Du kannst die Flächeninhalte von Figuren vergleichen.



Übung 13

Man hat die Mittelsenkrechte der Strecken [AB] und [BC] gezeichnet. Gehört der Punkt S zu der Mittelsenkrechte von [AC] ? *Begründe deine Antwort*.



DNB

Sujet 0 B 2026

Auf der folgenden Figur liegen die Punkte A,B und D auf der selben Gerade.
Die Geraden (BA) und (EC) sind parallel.

1. Welche Eigenschaft kennst du über die Winkelsumme in einem Dreieck?
2. Berechne mithilfe dieser Eigenschaft den Winkelmaß von $\widehat{ACB}$.
3.
    a. Wie liegen die Geraden (AB) und (EB) zueinander ?
    Begründe deine Antwort.
    b. Berechne mithilfe dieser Information das Winkelmaß von $\widehat{CBE}$.
4. Was ist das Winkelmaß von $\widehat{ADC}$?
    Begründe deine Antwort.

