Wahrscheinlichkeiten

6ème

A propos de ce document

Cette ressource a été rédigée dans l'esprit d'un „kit de survie" à l'attention des professeurs de Mathématiques débutant leur enseignement au collège en voie bilingue.

Pour une thématique et un niveau donné, elle rappelle le vocabulaire spécifique, propose un point de cours et des automatismes, exercices d'application et problèmes, en lien avec les nouveaux programmes.

Le vocabulaire employé s'appuie sur celui recommandé dans le Vadémécum pour l'enseignement des Mathématiques en voie bilingue au cycle 3, dans lequel vous retrouverez le lexique mathématique complet.

Le présent document n'a pas vocation à être une ressource de référence : chaque enseignant est libre de l'utiliser, de s'en inspirer ou non, selon ses besoins.

Travail élaboré dans le cadre du groupe de travail Maths Bilingue, animé par Mme Metzmeyer, sous la tutelle de M. Chevrier, IA-IPR de Mathématiques

Laurence AMANN & Laetitia OTTMANN

Table des matières

Wahrscheinlichkeiten 1

- A propos de ce document 1
- Programme officiel 3
- Wortschatz 4
- Lektion 6
- Automatismen 9
- Aufgaben 10
- Zum Knobeln 14
- Maths sans frontière 15

Programme officiel

Les probabilités

Au CM2, dans le cadre d'une situation d'équiprobabilité, les élèves ont appris à dénombrer l'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire, ainsi qu'à identifier et à compter celles qui correspondent à un évènement. Ces dénombrements leur ont permis de quantifier les probabilités d'évènements, sous la forme de « a chances sur b », où a est le nombre d'issues correspondant à l'évènement et b le nombre total d'issues possibles de l'expérience aléatoire. Ils ont également travaillé sur la répétition d'une même expérience aléatoire, comme par exemple celle du lancer d'une pièce de monnaie, et sur la notion d'indépendance. Ils ont pris conscience que le dé « ne se souvient pas » du résultat du lancer précédent. Dans le cadre d'une expérience constituée de deux épreuves indépendantes, les élèves ont appris à utiliser des tableaux à double entrée ou des arbres pour recenser toutes les issues possibles et celles qui réalisent l'évènement dont on cherche la probabilité.
En classe de 6e, **un objectif majeur est de passer de la traduction d'une probabilité en termes de chances (a chances sur b) à son expression par le nombre égal au quotient a/b (pouvant être lu « a sur b »), qui peut s'exprimer comme une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.**
L'approche fréquentiste des probabilités est également introduite. Cela permet d'interpréter certains résultats abordés au cours moyen.
Il n'est pas attendu que l'élève utilise le vocabulaire spécifique aux probabilités (expérience, issue, univers, évènement) de manière autonome, mais le professeur peut l'employer.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Savoir que la probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1
Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité
Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée

Lien vers le programme complet de Mathématiques au cycle 3 (page 26).

Wortschatz

Les objets des expériences :

la carte : die Karte (-n)
la boule : die Kugel (-n)
la bille : die Murmel (-n)
le dé : der Würfel (-)
la pièce (de monnaie) : die Münze (-n)
pile ou face : Kopf oder Zahl
un jeu équilibré : ein faires Spiel (-e)
l'urne : die Urne (-n)
la roue de la fortune : das Glücksrad (die Glücksräder)

le tirage : das Ziehen
tirer : ziehen (zog, gezogen)
lancer : werfen (warf, geworfen)
lancer un dé : würfeln
le sac : das Säckchen (-) / der Beutel (-) / die Tasche (-n)
le billet de loterie : das Los (-e)
le sort : das Los (-e)

Vocabulaire des probabilités (pour le cycle 4) :

la probabilité : die Wahrscheinlichkeit (-en)
le hasard : der Zufall (-¨e)
par hasard : zufällig
l'expérience aléatoire : das Zufallsexperiment (-e)
la situation d'équiprobabilité : die Gleichwahrscheinlichkeit (-en)
l'issue : das Ergebnis (-se)
des issues équiprobables : gleichwahrscheinliche Ergebnisse
l'univers : die Ergebnismenge(-n)
l'évènement : das Ereignis (-se)
l'évènement élémentaire : das Elementarereignis
l'évènement impossible : das unmögliche Ereignis
l'évènement certain : das sichere Ereignis
l'évènement contraire : das Gegenereignis
des évènements incompatibles : unvereinbare Ereignisse

l'échelle de probabilité : die Wahrscheinlichkeitsskala (-skalen)
impossible : unmöglich

improbable : unwahrscheinlich
peu probable : kann vorkommen / kaum wahrscheinlich
probable : wahrscheinlich / kommt vor
très probable : sehr wahrscheinlich / kommt oft vor
certain : sicher

Lektion

Die verschiedenen Begriffe des Kapitels werden im Folgenden mit einem Beispiel vorgestellt, das man nachspielen kann.

Beispiel :

Man wirft eine Münze. Die Münze kann auf der Seite „Kopf“ oder „Zahl“ landen.

⇒ Man sagt, dass die **Ergebnisse** „Kopf“ oder „Zahl“ sind.

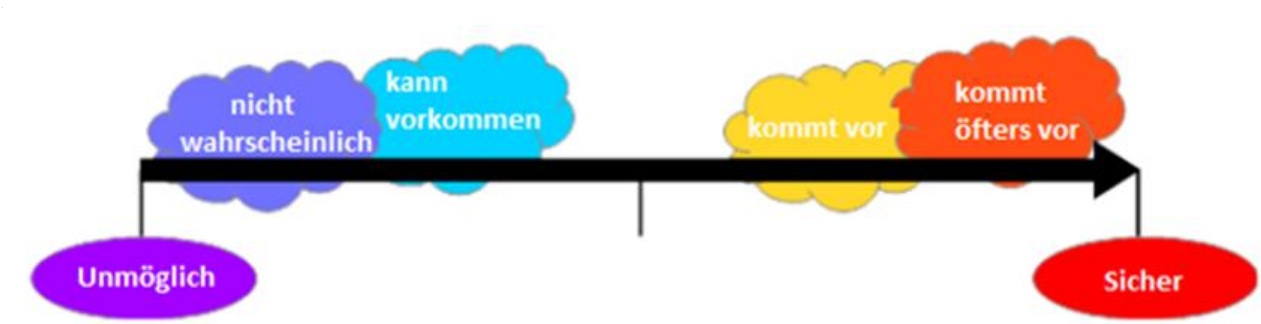
Man würfelt mit einem 6-seitigen Würfel.

⇒ „Die Augenzahl 6 zu erhalten“ ist ein **Ereignis**

Definition
Welches Ergebnis eintreten wird, kann man nicht vorhersagen. Es hängt vom Zufall ab.

Man spricht von einem **Zufallsexperiment** (oder Zufallsvorgang).

Obwohl sich das einzelne Ergebnis nicht vorhersagen lässt, kann man **Wahrscheinlichkeiten** für die Ergebnisse des Zufallsexperiments schätzen.



Definition
Die **Wahrscheinlichkeit** ist ein Maß für die Häufigkeit, mit der ein bestimmtes Ergebnis auftritt. Im Alltag spricht man auch von Chancen.

Beispiele:

- *Es besteht **eine 50 %ige Chance**, dass die Münze auf „Kopf“ landet.*
- *Man hat **eine Chance von 1 zu 2,** „Kopf“ zu erhalten.*

- ***Die Wahrscheinlichkeit*** *von dem Ereignis „Kopf zu erhalten“* ***erreicht 0,5 oder*** $\frac{1}{2}$***.***

Eigenschaft (angenommen) :

Wenn alle Ergebnisse eines Zufallsexperiments gleichwahrscheinlich sind,

und wenn man die verschiedenen Ergebnisse von einem Ereignis aufzählen kann,

kann man die Wahrscheinlichkeiten von dem Ereignis mit folgendem Bruch berechnen :

$$\frac{Anzahl\ der\ günstigen\ Ergebnisse}{Anzahl\ aller\ möglichen\ Ergebnisse}$$

Beispiel :

Im abgebildeten Säckchen gibt es schwarze und weiße Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit von dem Ereignis „eine Weiße Kugel zu ziehen“ ?



Die gültigen Ergebnisse sind die 3 weißen Kugeln und es gibt insgesamt 7 mögliche Ergebnisse (7 Kugeln !).

Also beträgt die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses „eine Weiße Kugel zu ziehen“ $\frac{3}{7}$

Eigenschaft (angenommen) :

Der Wert der Wahrscheinlichkeit **liegt immer zwischen 0 und 1.**

Wenn die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses **0** ist, bedeutet dies, dass es ***niemals eintritt***.

Liegt die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bei **1,** bedeutet es, dass es **immer eintreten wird**.

Beispiel :

Man würfelt mit einem 6-seitigen Würfel.

„Eine Augenzahl von 1 bis 6 zu erhalten“ ist ein **sicheres Ereignis.**

⇒ Die Wahrscheinlichkeit von „Eine Augenzahl von 1 bis 6 zu erhalten“ beträgt also 1.

„Die Augenzahl 7 zu erhalten“ ist ein **unmögliches Ereignis.**

⇒ Die Wahrscheinlichkeit von „Die Augenzahl 7 zu erhalten“ ist also gleich null.

In allen Fällen liegen die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen Ergebnisse zwischen 0 und 1.

Eigenschaft (angenommen):

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Ergebnisse beträgt immer 1.

Automatismen

Pour ces notions, les automatismes ont été placés en cycle 4

Aufgaben

→ Über den Wortschatz

Aufgabe 1

Ein Beutel enthält 12 blaue und 8 rote Kugeln. Es wird eine Kugel aus dem Beutel blind gezogen. Notiere, ob die Ereignisse möglich, sicher oder unmöglich sind.

1) „eine Kugel ziehen“
2) „eine rote Kugel ziehen“
3) „eine grüne Kugel ziehen“

Aufgabe 2

Es wird mit einem normalen, ausgeglichenen, sechsseitigen Würfel gewürfelt.

1) Ergänze folgende Ereignisse, um die Aussagen zu vervollständigen:

« eine ..... zu würfeln » ist ein unmögliches Ereignis.

« eine ..... zu würfeln » ist ein mögliches Ereignis.

« eine ..... zu würfeln » ist ein sicheres Ereignis.

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, „Eine 6 zu würfeln“?
3) Ist die Wahrscheinlichkeit „Eine 3 zu würfeln“ größer als „Eine 6 zu würfeln“? Erkläre deine Antwort.

🇩🇪 Aufgabe 3: Wie im Gymnasium!

Färbe die Kugel so, dass die Aussagen stimmen:



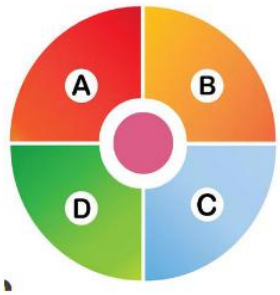
- Es ist sicher, dass Blau gewinnt.



- Grün hat bessere Gewinnchance als Rot.
- Es ist aber möglich, dass Rot gewinnt.

Aufgabe 4

Man dreht dieses Glücksrad, das in vier gleich große Teile geteilt wurde.



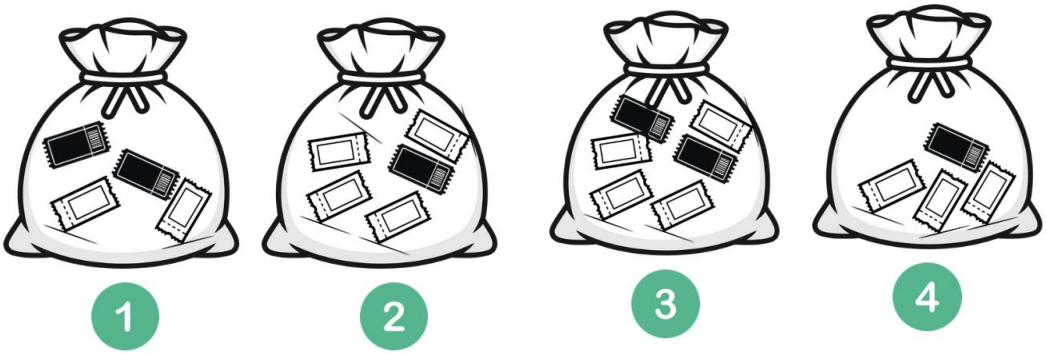
1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit von dem Ereignis „A zu erhalten“? Begründe.

2) Vergleiche sie mit der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „B zu erhalten“. Erkläre.

3) Zeichne ein Glücksrad, wo die Wahrscheinlichkeit „A zu erhalten“ größer als die Wahrscheinlichkeit „B zu erhalten“ ist.

Aufgabe 5 : Wie im Gymnasium !

In dem Beutel sind schwarze und weiße Lose. Schwarz gewinnt.



1. Oskar darf mit verbundenen Augen nur ein Los ziehen. Bei welchem Beutel ist die Wahrscheinlichkeit am größten, einen Gewinn zu bekommen?
2. Oskar nimmt mit verbundenen Augen drei Lose aus Beutel 4.

Welche Aussage stimmt? Kreuze an.

O Es ist sicher, dass alle drei Lose weiß sind.

O Es ist möglich, aber nicht sicher, dass alle drei Lose schwarz sind.

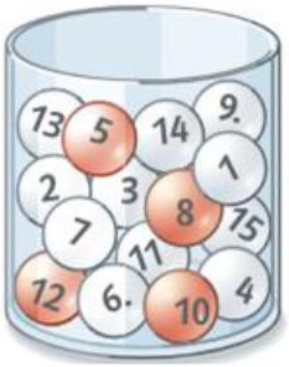
O Es ist unmöglich, dass ein Los schwarz ist und zwei Lose weiß sind.

O Es ist möglich, aber nicht sicher, dass zwei Lose weiß sind und ein Los schwarz ist.

→ Wahrscheinlichkeiten durch Abzählen bestimmen und vergleichen

Aufgabe 6

Ein Behälter enthält 15 Kugeln. Auf jeder Kugel steht eine andere Nummer zwischen 1 und 15 und 4 Kugeln davon sind rot (die Nr. 5, die 8, die 10 und die 12).



Aus diesem Behälter wird zufällig eine Kugel gezogen. Julia bekommt einen Punkt, wenn die Kugel rot ist; Ramona, wenn sie eine gerade Zahl zeigt.

1. Notiere die Ergebnisse, die zu den Ereignissen „eine rote Kugel wird gezogen“ und „eine gerade Zahl wird gezogen“ führen.
2. Vergleiche die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die beiden einen Punkt bekommen.

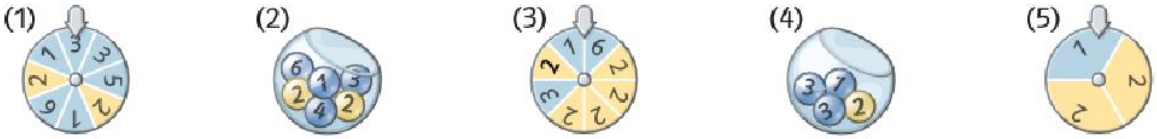
Aufgabe 7

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim Würfeln mit dem Tetraeder die „3“ unten liegt.



Aufgabe 8

1. Doreen hat für das Ereignis „2“ bei den folgenden Zufallsgeräten die Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$ notiert. Ordne sie den Zufallsgeräten (1) bis (5) zu.



2. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „1“ bei den folgenden Würfeln.



Aufgabe 9

In einem Karton sind 5 weiße Kugeln, 4 rote Kugeln, 3 gelbe Kugeln und 2 blaue Kugeln.

Alle Kugeln sind gleich, bis auf die Farbe. Elli greift mit verbundenen Augen in den Karton und holt eine Kugel heraus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass:

a) sie gelb ist?

b) sie nicht rot ist?

c) sie weder blau noch weiß ist?

Zum Knobeln

Aufgabe 10

Für folgendes Spiel zu zweit werden zwei faire Würfel benötigt.

„Ein Spieler ruft eine beliebige ganze Zahl zwischen 2 und 12 aus. Wenn die Summe beider Augenzahlen der Würfel der ausgerufenen Zahl gleich ist, dann gewinnt er. Sonst verliert er.“

Stelle mit Hilfe der Tabelle eine Strategie auf, um möglichst oft zu gewinnen.

Würfel 1 / Würfel 2	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Aufgabe 11 - Baumdiagramm



Der Kreisel wird zweimal gedreht. Die unten liegende Farbe (gelb, rot oder grün) zahlt als Ergebnis.

a) Stelle das Experiment durch ein Baumdiagramm mit neun Pfaden dar.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Kreisel

(1) beim ersten Drehen „gelb” zeigt,

(2) beide Male ,,gelb” zeigt,

(3) mindestens einmal „rot“ zeigt.

Maths sans frontière

MSF_2017_ex9_all_wahrscheinlichkeiten

Epreuve 9 : Eher sieben als acht

Sam würfelt.

Er spielt mit einem gelben und einem blauen Würfel. Er addiert die Zahlen, die sich auf den Oberseiten zeigen.

Warum hat Sam bessere Chancen, eine 7 als eine 8 zu erhalten?

Begründe deine Antwort.

MSF épreuve 2006

Es ist morgens. Im Didiers Zimmer ist es noch finster.

Didier möchte zwei Socken mit derselben Farbe aus seiner Schublade nehmen, aber sie sind alle durcheinander! Es gibt 10 rote Socken und 10 blaue Socken.

Um sicherzugehen, dass er zwei Socken derselben Farbe hat, muss er 3 herausnehmen.

Dann möchte er ein Paar Schuhe aus seinem Schrank holen, aber auch diese sind alle durcheinander.

Es gibt 5 Paar identische beigefarbene Schuhe sowie 5 Paar Schuhe, die ebenfalls identisch und schwarz sind.

Wie viele Schuhe muss er mindestens herausnehmen, um sicher zu sein, dass er ein Paar mit derselben Farbe hat?

(Erkläre, wie du deine Antwort gefunden hast.)