# Brüche

6ème

## A propos de ce document

Cette ressource a été rédigée dans l'esprit d'un « kit de survie » à l'attention des professeurs de Mathématiques débutant leur enseignement au collège en voie bilingue.
Pour une thématique et un niveau donné, elle rappelle le vocabulaire spécifique, propose un point de cours, des automatismes et exercices d'application, en lien avec les nouveaux programmes.

Le vocabulaire employé s'appuie sur celui recommandé dans le Vadémécum pour l'enseignement des Mathématiques en voie bilingue au cycle 3, dans lequel on peut retrouver le lexique mathématique complet.

Le présent document n'a pas vocation à être une ressource de référence : chaque enseignant est libre de l'utiliser, de s'en inspirer ou non, selon ses besoins.

Ce document ne traite pas les opérations sur les fractions.

Travail élaboré dans le cadre du groupe de travail Maths Bilingue, animé par Mme Metzmeyer, sous la tutelle de M. Chevrier, IA-IPR de Mathématiques

Alexandre Eyraud & Marie Vidoni

## Programme officiel (2025)

Lien vers le programme complet de Mathématiques au cycle 3 (page 14).

# Wortschatz

la fraction : der Bruch (-¨e)
la barre de fraction : der Bruchstrich (-e)
le numérateur : der Zähler (-)
le dénominateur : der Nenner (-)
gleichnamige Brüche: des fractions de même dénominateur
la simplification : das Kürzen
simplifier (par) : kürzen (durch)
le nombre mixte: die gemischte Zahl (-en)
décomposer une fraction : einen Bruch zerlegen
encadrer : eingrenzen
le guide-âne : das Netz aus Parallelen

# Lektion

## 1. Ein Bruch zum Aufteilen

### Einstieg 1

Wir teilen eine Pizza in vier gleich große Stücke.



ein Stück

ein Viertel Pizza

$\frac{1}{4}$



zwei Stücke

zwei Viertel Pizza

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



drei Stücke

drei Viertel Pizza

$\frac{3}{4}$



vier Stücke

vier Viertel

$\frac{4}{4} = \frac{2}{2} = 1$

Und wenn wir mehr als eine Pizza essen?





Dann erhält man einen Bruch größer als 1.

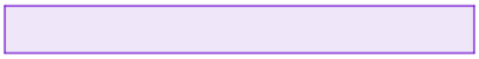
Wir haben 7 Stücke Pizza genommen, also $\frac{7}{4}$ Pizza.

Man kann auch sagen: eine Pizza und drei Viertel, also $1 + \frac{3}{4}$ Pizza.

*Nach Nathalie DAVAL (http://mathematiques.daval.free.fr/)*

### Einstieg 2

Dieses Rechteck steht für eine Einheit.



Wir teilen diese Einheit in fünf gleich große Teile. Der Bruch $\frac{1}{5}$ entspricht einem Teil.



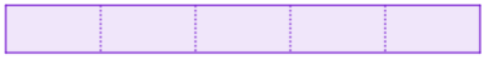


$\frac{1}{5}$ Einheit

$\frac{2}{5}$ Einheit

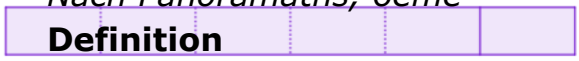


$\frac{5}{5}$ Einheit = $5 \times \frac{1}{5}$ Einheit = 1 Einheit



$\frac{6}{5}$ Einheit = $6 \times \frac{1}{5}$ Einheit = 1 Einheit + $\frac{1}{5}$ Einheit

*Nach Panoramaths, 6ème*



### Definition

Ein Bruch ist eine Zahl, die durch zwei ganze Zahlen dargestellt wird, die durch einen Bruchstrich getrennt sind.

Ein Bruch repräsentiert die Teilung einer Einheit in mehrere gleiche Teile.

**Beispiel** $\frac{6}{5}$ ist ein Bruch.

Gelesen: „sechs Fünftel“.

Es gilt: $5 \times \frac{1}{5} = 1$ und $6 \times \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$.

**Gebräuchliche Brüche**



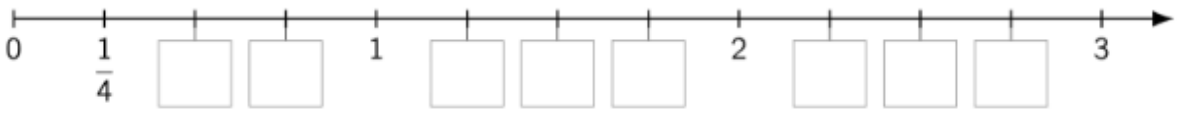

## 2. Ein Bruch auf dem Zahlenstrahl

### Eigenschaft

Wie alle Zahlen, kann ein Bruch auf dem Zahlenstrahl eingetragen werden.

### Beispiel

Teilt man die Einheit auf einem Zahlenstrahl in vier gleich große Teile, dann kann man Viertel eintragen.




## 3. Ein Bruch als Quotient

### Einstieg



Dieses Quadrat steht für eine Einheit.
Es wurde in 4 gleich große Teile geteilt.





Der gefärbte Teil entspricht $\frac{3}{4}$.

Malt man $\frac{3}{4}$ einer Einheit 4 Mal an, dann malt man genau 3 Einheiten an.

Man erhält folgende Ergebnisse:

☐ $\frac{3}{4}$ ist die Zahl, die mit 4 multipliziert, 3 ergibt. Es gilt: $\frac{3}{4} \times 4 = 3$.

☐ $\frac{3}{4}$ ist das Ergebnis der Division $3:4$. Es gilt: $\frac{3}{4} = 3:4 = 0{,}75$.

**Eigenschaft**

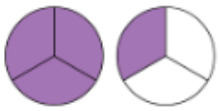
$a$ und $b$ sind zwei Zahlen, $b$ ist ungleich 0.

Der Bruch $\frac{a}{b}$ ist der Quotient von $a$ durch $b$. Es gilt: $\frac{a}{b} = a:b$.

Der Bruch $\frac{a}{b}$ ist die Zahl, die mit $b$ multipliziert, $a$ ergibt. Es gilt: $\frac{a}{b} \times b = a$.

**Beispiele**

- Der Bruch $\frac{4}{3}$ ist:
  - das genaue Ergebnis des Quotienten von 4 durch 3
  - vier Drittel
  - die Zahl, die mit 3 multipliziert, 4 ergibt.

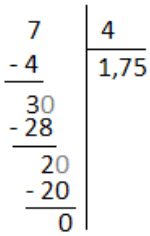


Der Bruch $\frac{4}{3}$ hat keine dezimale Schreibweise.

Der genaue Wert des Quotienten von 4 durch 3 ist $\frac{4}{3}$.

Der auf Hundertstel gerundete Wert des Quotienten von 4 durch 3 ist 1,33.

- Der Bruch $\frac{7}{4}$ stellt eine Dezimalzahl dar: $\frac{7}{4} = 1{,}75$.




- Der Bruch $\frac{20}{5}$ stellt eine ganze Zahl dar: $\frac{20}{5} = 4$.

## 4. Einen Bruch zerlegen und eingrenzen

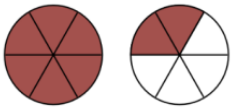
**Eigenschaft**

Ein Bruch lässt sich als Summe aus einer ganzen Zahl und einem Bruch kleiner als 1 zerlegen.

Diese Schreibweise heißt gemischte Zahl.

**Beispiel**

$\frac{8}{6} = \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = 1 + \frac{2}{6}$



$\frac{8}{6}$ wird als gemischte Zahl $1 + \frac{2}{6}$ geschrieben.

**Bemerkung**

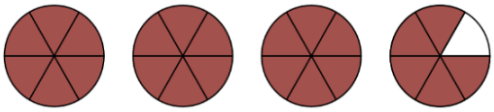
Diese Schreibweise erlaubt es, einen Bruch leicht zwischen zwei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen einzugrenzen.

**Beispiel**

$\frac{23}{6}=\frac{18}{6}+\frac{5}{6}=3+\frac{5}{6}$

$\frac{23}{6}$ wird als gemischte Zahl $3+\frac{5}{6}$ geschrieben.

$3<\frac{23}{6}<4$ ist eine Eingrenzung von $\frac{23}{6}$.



### DE *Und im Gymnasium?*

In Deutschland wird die gemischte Schreibweise am häufigsten benutzt.
Ein Bruch streng kleiner als 1 heißt echter Bruch, und ein Bruch größer oder gleich 1 ist ein unechter Bruch.

Eine gemischte Zahl ist also die Summe aus einer ganzen Zahl und einem echten Bruch.

Die deutsche Schreibweise ist leicht anders:

z. B.: $\frac{15}{7}=2\frac{1}{7}$ Gesprochen:„zwei und ein Siebtel".

### ⚠ *Point de vigilance*

La formulation allemande unechter Bruch pourrait laisser croire qu'une fraction supérieure à 1 n'en est pas une, ce qui reflète justement une idée fausse répandue chez les élèves.

## 5. Gleiche Brüche

### Eigenschaften

- Man ändert einen Bruch nicht, wenn man den Zähler und den Nenner mit derselben Zahl (ungleich Null) multipliziert.
- Man ändert einen Bruch nicht, wenn man den Zähler und den Nenner durch dieselbe Zahl (ungleich Null) dividiert.

**Beispiele**

- Man kann den Bruch $\frac{2}{25}$ erweitern:

$\frac{2}{25}=\frac{2\times4}{25\times4}=\frac{8}{100}$. 4 ist die Erweiterungszahl.

- Man kann den Bruch $\frac{35}{30}$ kürzen:

$\frac{35}{30}=\frac{35:5}{30:5}=\frac{7}{6}$. 5 ist die Kürzungszahl.

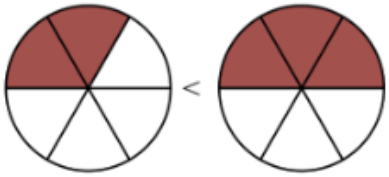
## 6. Brüche vergleichen

**Eigenschaft**
Haben zwei Brüche denselben Nenner, dann ist der größte Bruch derjenige, der den größten Zähler hat.

**Beispiele**

- Man möchte $\frac{2}{6}$ und $\frac{3}{6}$ vergleichen:

$\frac{2}{6}$ und $\frac{3}{6}$ haben denselben Nenner.



$2<3$, also gilt: $\frac{2}{6}<\frac{3}{6}$.

- Man möchte $\frac{5}{3}$ und $\frac{19}{12}$ vergleichen:

$\frac{5}{3}$ und $\frac{19}{12}$ haben verschiedene Nenner.

Wir erweitern die Brüche (eins oder beide) so, dass die Brüche gleichnamig sind (mit demselben Nenner).

$\frac{5}{3}=\frac{5\times4}{3\times4}=\frac{20}{12}$ . Es gilt: $\frac{20}{12}>\frac{19}{12}$, das heißt: $\frac{5}{3}>\frac{19}{12}$.

**Eigenschaft**
$a$ und $b$ sind zwei Zahlen, $b$ ist ungleich Null.

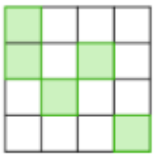
- Wenn $a>b$, dann gilt $\frac{a}{b}>1$,
- Wenn $a<b$, dann gilt $\frac{a}{b}<1$,
- Wenn $a=b$, dann gilt $\frac{a}{b}=1$.

**Beispiel**
$\frac{4}{3}>\frac{14}{15}$ denn $\frac{4}{3}>1$ und $\frac{14}{15}<1$. Es gilt: $\frac{14}{15}<1<\frac{4}{3}$.

# Automatismen

1. Ergänze: Der farbige Teil entspricht dem Bruch ...





2. Gib die dezimale Schreibweise an (falls es eine gibt ist):

$\frac{1}{2}=$ ; $\frac{1}{4}=$ ; $\frac{2}{4}=$ ; $\frac{1}{10}=$ ; $\frac{1}{3}=$ ; $\frac{1}{5}=$ ; $\frac{3}{4}=$ ; $\frac{5}{4}=$ ; $\frac{5}{2}=$ ; $\frac{6}{3}=$ ; $\frac{18}{6}=$

3. Ergänze die Gleichheit:

$\frac{1}{2}=\frac{\ldots}{8}$ ; $\frac{2}{\ldots}=\frac{12}{30}$ ; $\frac{33}{6}=\frac{\ldots}{2}$ ; $\frac{15}{25}=\frac{30}{\ldots}$ ; $\frac{1}{7}=\frac{\ldots}{21}$ ; $\frac{3}{10}=\frac{\ldots}{30}$ ; $\frac{20}{4}=\frac{10}{\ldots}$ ; $\frac{2}{\ldots}=\frac{12}{42}$

4. Schreibe als gemischte Zahl:

$\frac{7}{5}=$ ; $\frac{10}{3}=$ ; $\frac{15}{4}=$ ; $\frac{9}{7}=$ ; $\frac{130}{123}=$ ; $\frac{5}{7}=$ ; $\frac{30}{3}=$

5. Grenze den Brüch zwischen zwei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ein:

$\ldots<\frac{16}{5}<\ldots$ ; $\ldots<\frac{10}{3}<\ldots$ ; $\ldots<\frac{5}{2}<\ldots$ ; $\ldots<\frac{15}{4}<\ldots$ ; $\ldots<\frac{9}{7}<\ldots$ ; $\ldots<\frac{113}{100}<\ldots$ ; $\ldots<\frac{50}{7}<\ldots$

6. Vergleiche die Brüche:

$\frac{3}{5}$ und $\frac{2}{5}$ ; $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$ ; $\frac{7}{6}$ und $\frac{12}{24}$ ; $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{8}$ ; $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ ; $\frac{15}{20}$ und $\frac{3}{4}$ ; $\frac{12}{11}$ und $\frac{11}{12}$

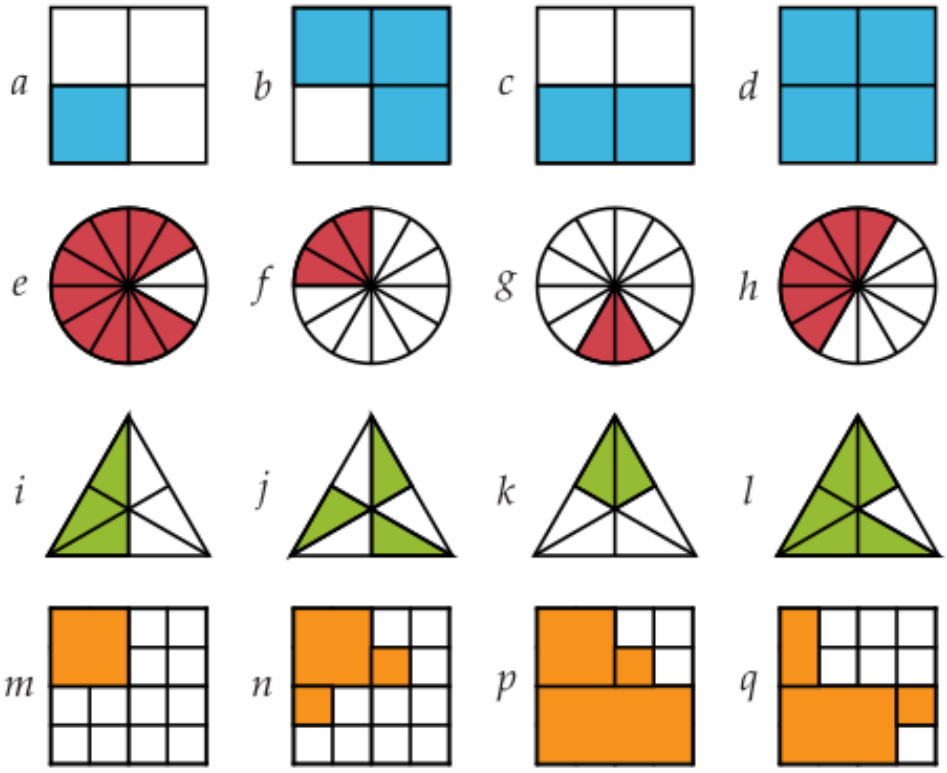
7. Kürze den Bruch:

$\frac{25}{50}=$ ; $\frac{27}{81}=$ ; $\frac{48}{42}=$ ; $\frac{21}{20}=$ ; $\frac{60}{100}=$ ; $\frac{130}{100}=$ ; $\frac{45}{81}=$ ; $\frac{32}{8}=$

# Aufgaben

## Aufgabe 1

Gebe in jedem Fall den Bruch an, der dem farbigen Teil entspricht.




## Aufgabe 2

Das gegebene Rechteck steht für eine Einheit.



Färbe $\frac{2}{8}$ der Einheit in Grün, $\frac{1}{2}$ der Einheit in Rot und $\frac{1}{4}$ der Einheit in Blau.

## Aufgabe 3

Das gegebene Rechteck steht für eine Einheit.



Färbe $\frac{1}{12}$ der Einheit in Grün, $\frac{2}{3}$ der Einheit in Rot und $\frac{1}{4}$ der Einheit in Blau.

## Aufgabe 4

Schreibe die folgenden Zahlen als Bruch:

a. sechs Viertel
b. fünfunddreißig Hundertstel
c. fünf Achtel
d. siebenundzwanzig Siebzehntel.

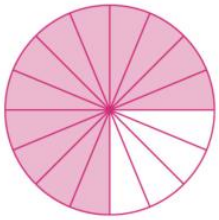
## Aufgabe 5



a. Beobachte die gegebenen Figuren. Was fällt dir auf?
b. Zeichne drei verschiedene Figuren, die dem Bruch $\frac{5}{6}$ entsprechen.

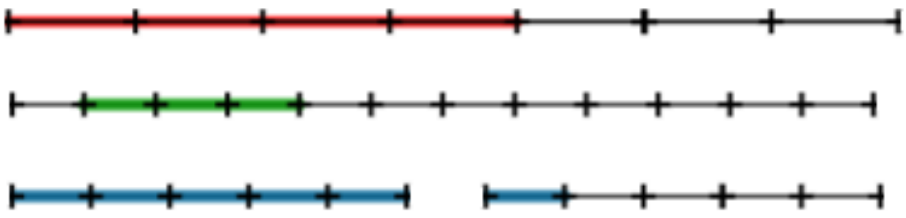
## Aufgabe 6

Welcher Anteil des Kreises wurde gefärbt?
Gebe zwei Lösungen an.



## Aufgabe 7

Gebe für jede Situation den Bruch der Strecke, der farbig ist.



## Aufgabe 8

a. Färbe $\frac{1}{3}$ der Strecke:



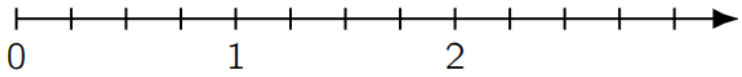
b. Färbe $\frac{3}{4}$ der Strecke:



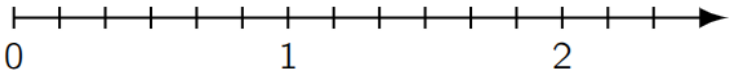
## Aufgabe 9

Trage die folgenden Punkte auf den Zahlenstrahlen ein:

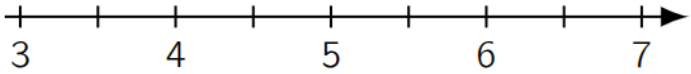
a. $A\left(\frac{1}{4}\right)$ ; $B\left(\frac{7}{4}\right)$ ; $C\left(\frac{11}{4}\right)$ ; $D\left(\frac{1}{2}\right)$




b. $E\left(\frac{1}{6}\right)$ ; $F\left(\frac{5}{6}\right)$ ; $G\left(\frac{7}{6}\right)$ ; $H\left(\frac{2}{3}\right)$

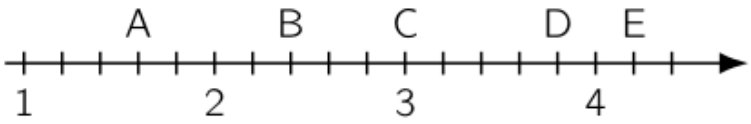



c. $I\left(\frac{7}{2}\right)$ ; $J\left(\frac{11}{2}\right)$ ; $K\left(\frac{8}{2}\right)$ ; $L\left(4+\frac{1}{2}\right)$




## Aufgabe 10

Lies die Abszissen der Punkte A, B, C, D und E. Gib sie als Bruch an.




## Aufgabe 11

Lege die folgenden Punkte, mit freier Hand, auf die zugehörigen Zahlenstrahlen:

a. Der Punkt $A(\frac{3}{5})$:



b. Der Punkt $B(1)$:



c. Der Punkt $C$ mit Abszisse 5 :




## Aufgabe 12

a. Zeichne einen Zahlenstrahl und trage die gegebenen Punkte darauf ein:

A mit Abszisse $\frac{6}{10}$, B mit Abszisse $\frac{13}{10}$, C mit Abszisse $\frac{3}{5}$.

b. Zeichne einen Zahlenstrahl und trage die gegebenen Punkte darauf ein:

$D(0)$, $E(3-\frac{3}{4})$, $F(\frac{1}{2})$, $G(\frac{7}{4})$, $H(3+\frac{1}{8})$.

## Aufgabe 13

Vergleiche die folgenden Brüche:

a. $\frac{1}{9}$.....$\frac{12}{9}$

b. $\frac{2}{7}$.....$\frac{2}{5}$

c. $\frac{18}{17}$.....$\frac{17}{17}$

d. $\frac{13}{10}$.....$\frac{10}{13}$

e. $\frac{181}{12}$.....$\frac{118}{12}$

f. $\frac{5}{4}$.....$\frac{124}{130}$

## Aufgabe 14

Verbinde jede Zahl links mit der passenden Zahl rechts.

| | |
|---|---|
| $\frac{18}{4}$ | $3+\frac{1}{2}$ |
| $\frac{15}{4}$ | $4+\frac{2}{4}$ |
| $\frac{14}{4}$ | $4-\frac{1}{4}$ |
| $\frac{21}{2}$ | $10+\frac{1}{2}$ |

## Aufgabe 15

Schreibe jeden Bruch als gemischte Zahl, das heißt als Summe aus einer ganzen Zahl und einem Bruch kleiner als 1.

a. $\frac{7}{2}$ b. $\frac{9}{8}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{13}{4}$ e. $\frac{5}{3}$ f. $\frac{36}{9}$

## Aufgabe 16

Grenze diese Brüche zwischen zwei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ein.

a. $\frac{5}{2}$ b. $\frac{9}{7}$ c. $\frac{1}{5}$ d. $\frac{13}{3}$ e. $\frac{53}{4}$ f. $\frac{127}{4}$

## Aufgabe 17

a. Mit welcher Zahl muss man $\frac{1}{7}$ multiplizieren, um $\frac{3}{7}$ zu erhalten?

b. Mit welcher Zahl muss man $\frac{1}{7}$ multiplizieren, um $1$ zu erhalten?

c. Mit welcher Zahl muss man $\frac{1}{7}$ multiplizieren, um $2$ zu erhalten?

d. Mit welcher Zahl muss man $\frac{1}{7}$ multiplizieren, um $10$ zu erhalten?

## Aufgabe 18

Ergänze in jedem Fall mit einem Bruch.

a. $4 \times \ldots\ldots = 3$ b. $3 \times \ldots\ldots = 7$ c. $8 \times \ldots\ldots = 5$ d. $6 \times \ldots\ldots = 13$

## Aufgabe 19

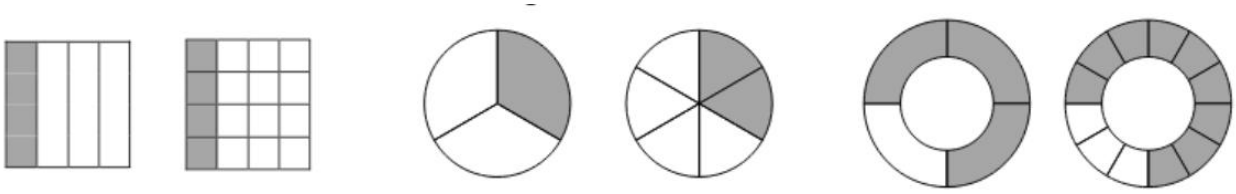
Ergänze.

a. $\frac{3}{4} \times \ldots = 3$ b. $12 \times \frac{\ldots}{\ldots} = 5$ c. $11 \times \frac{7}{11} = \ldots$ d. $\ldots \times \frac{15}{2} = 15$

e. $8 \times \frac{\ldots}{\ldots} = 13$ f. $6 \times \frac{7}{6} = \ldots$ g. $\ldots \times \frac{5}{9} = 5$ h. $\frac{8}{7} \times \ldots\ldots = 8$

## DE Aufgabe 20: Wie im Gymnasium!

*Verwende die deutsche Schreibweise, um diese Aufgabe zu lösen!*

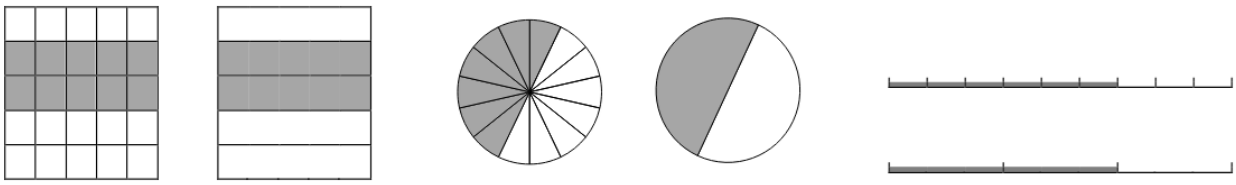


1. Erweitere die Brüche. Schreibe die Rechnungen auf.

$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot \ldots}{4 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$ $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot \ldots}{3 \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$ $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots \cdot \ldots}{\ldots \cdot \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$ Erweiterungszahl:

…… Erweiterungszahl: …… Erweiterungszahl: ……

2. Kürze die Brüche. Notiere die Rechnungen.

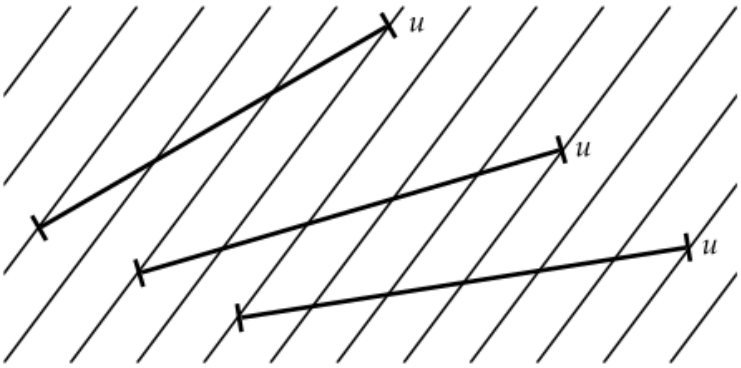


$\frac{10}{25} = \frac{10 : \ldots}{25 : \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$ $\frac{7}{14} = \frac{1 : \ldots}{3 : \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$ $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots : \ldots}{\ldots : \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

Kürzungszahl: …… Kürzungszahl: ……

Kürzungszahl: ……

## Aufgabe 21




In der folgenden Figur siehst du ein Netz aus parallelen Geraden, die gleich weit voneinander entfernt sind. Man hat Strecken mit Länge eine Einheit u gezeichnet.

Zeichne mithilfe des Netzes und deines Zirkels:

a. eine Strecke mit Länge $\frac{1}{6}$u,

b. eine Strecke mit Länge $\frac{1}{5}$u,

c. eine Strecke mit Länge $\frac{1}{3}$u,

d. eine Strecke mit Länge $\frac{5}{6}$u.

## Aufgabe 22

1. Teile diese Strecke in 7 gleich große Abschnitte ein.

Dafür kannst du ein Netz aus Parallelen verwenden.



2. Lege den Punkt M auf der Strecke [AB] so, dass: AM = $\frac{4}{5}$×AB.

